

# O Pipeline de Renderização

Processamento Gráfico  
Marcelo Walter – UFPE

1

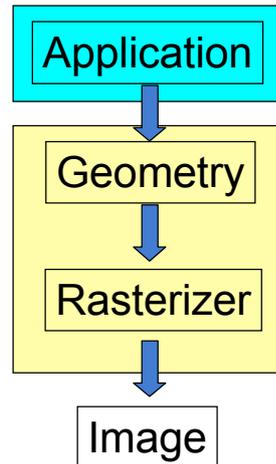
## *The Graphics Pipeline*

- Processo de sintetizar imagens bidimensionais a partir de câmeras e objetos virtuais
- Visão em alto nível inicial para aprofundarmos nas próximas aulas
- Quais as etapas que constituem este processo??

2

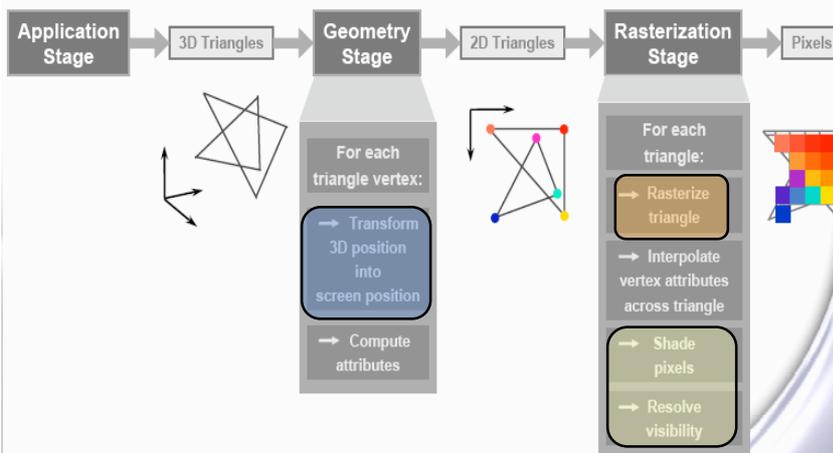
# The Graphics Pipeline

- Três estágios conceituais
- O desempenho é determinado pelo estágio mais lento
- Sistemas gráficos modernos:
  - software: 
  - hardware: 

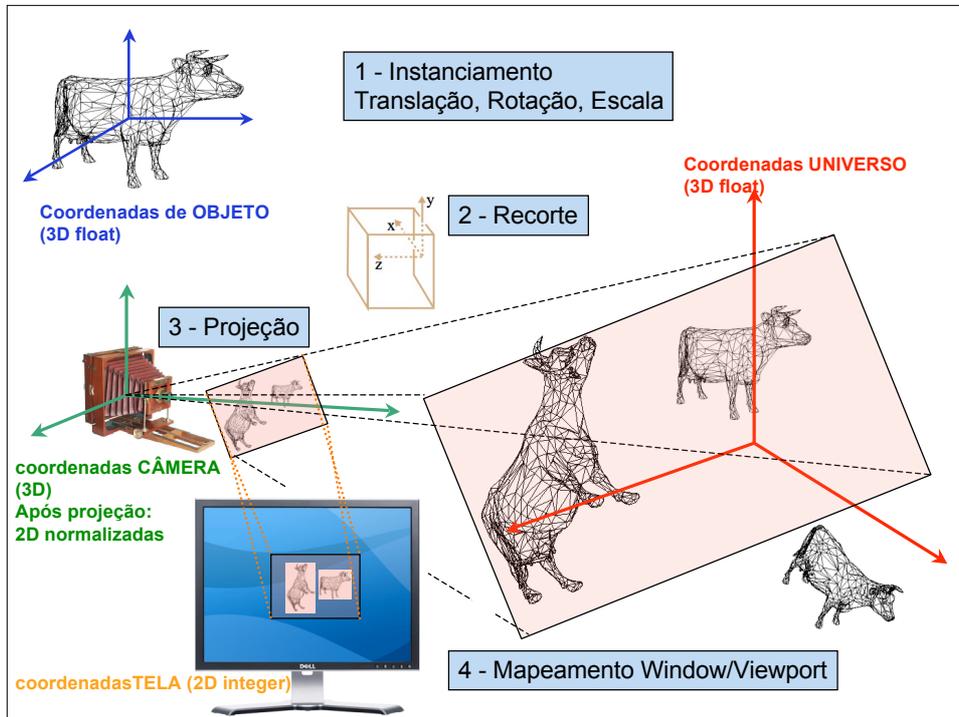


3

# The Graphics Pipeline



4



## Resumo

Transformações  
Modelagem

Iluminação  
(*Shading*)

Transformação  
Câmera

Recorte

Projeção

Rasterização

Visibilidade

Adaptação e melhoramentos de uma aula sobre o mesmo assunto (MIT - EECS 6.837 Durand and Cutler)

**Resumo**

- Transformações Modelagem
- Iluminação (*Shading*)
- Transformação Câmera
- Recorte
- Projeção
- Rasterização
- Visibilidade

✓Objetos definidos no seu próprio sistema de coordenadas

✓Transformações de modelagem orientam os modelos geométricos num sistema comum de coordenadas (UNIVERSO)

Coordenadas Objeto                      Coordenadas Universo

**Resumo**

- Transformações Modelagem
- Iluminação (*Shading*)
- Transformação Câmera
- Recorte
- Projeção
- Rasterização
- Visibilidade

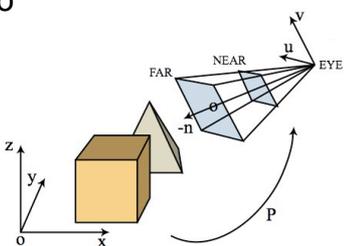
✓Vértices iluminados de acordo com as propriedades geométricas e de material

✓Modelo de Iluminação Local (Flat, Gouraud)

- Transformações Modelagem
- Iluminação (*Shading*)
- Transformação Câmera
- Recorte
- Projeção
- Rasterização
- Visibilidade

## Resumo

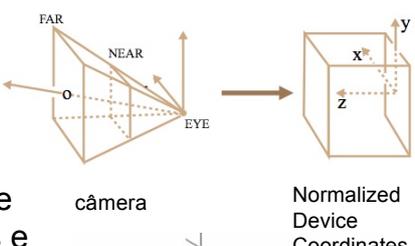
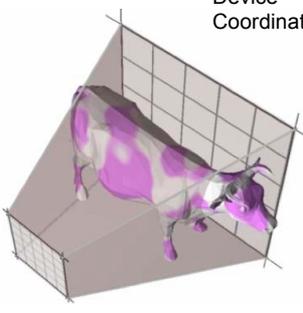
- ✓ Mapeamento de coordenadas de Universo para câmera
- ✓ Escolha da projeção: perspectiva ou ortográfica




- Transformações Modelagem
- Iluminação (*Shading*)
- Transformação Câmera
- Recorte
- Projeção
- Rasterização
- Visibilidade

## Resumo

- ✓ Transformação para Coordenadas Normalizadas
- ✓ Eliminação de objetos inteiros e partes de objeto que estão fora do *Frustum*

## Resumo

Transformações Modelagem

Iluminação (Shading)

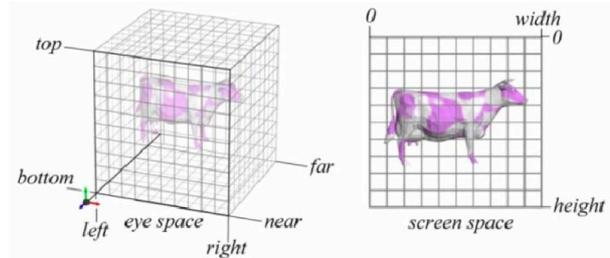
Transformação Câmera

Recorte

Projeção

Rasterização

Visibilidade



NDC

Coordenadas de Tela

✓ Os vértices são projetados para coordenadas de tela

## Resumo

Transformações Modelagem

Iluminação (Shading)

Transformação Câmera

Recorte

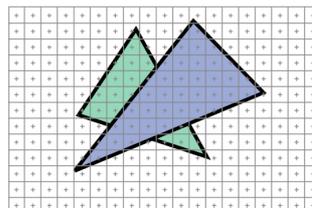
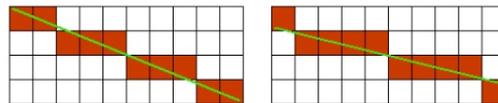
Projeção

Rasterização

Visibilidade

✓ Rasterização das linhas em pixels e possível preenchimento

✓ Interpolação dos valores (profundidade, normal, cor) dos vértices conforme necessidade





## Sistemas de Coordenadas

- Objeto
  - ♦ Local a cada objeto
- Universo
  - ♦ Comum a todos os objetos
- Câmera
  - ♦ Derivado a partir da especificação do *Frustum* de visibilidade
- Clip space/NDC
  - ♦  $[-1,-1,-1] \rightarrow [1,1,1]$
- Tela
  - ♦  $(0,0) \rightarrow [\text{largura}, \text{altura}]$

15

## O que são Transformações?

- Mapeiam pontos  $(x,y,z)$  em um sistema de coordenadas para pontos  $(x',y',z')$  em outro sistema de coordenadas
- São utilizadas em CG para:
  - ♦ Posicionar objetos na cena
  - ♦ Mudar forma dos objetos
  - ♦ Criar múltiplas cópias dos objetos
  - ♦ Animações
  - ♦ Projeção para câmera virtual

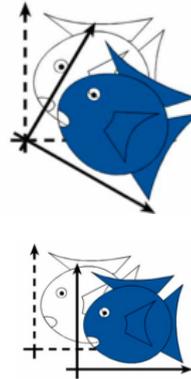
16

# Classes de Transformações

- **Corpos rígidos**
  - ♦ Preservam distância e ângulos

*Corpos Rígidos*

Translação    Rotação



17

# Classes de Transformações

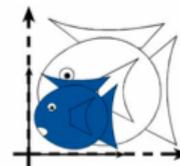
- **Similares**
  - ♦ Preservam ângulos

*Similares*

*Corpos Rígidos*

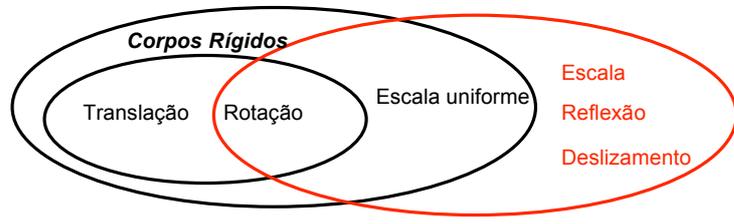
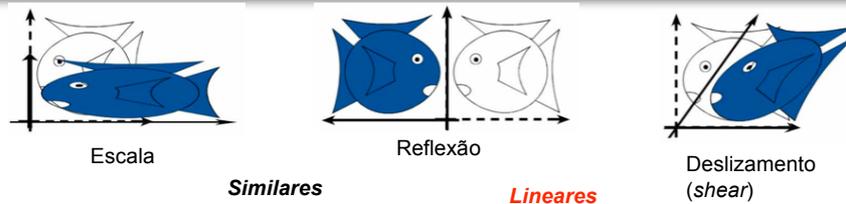
Translação    Rotação

Escala uniforme



18

# Transformações Lineares

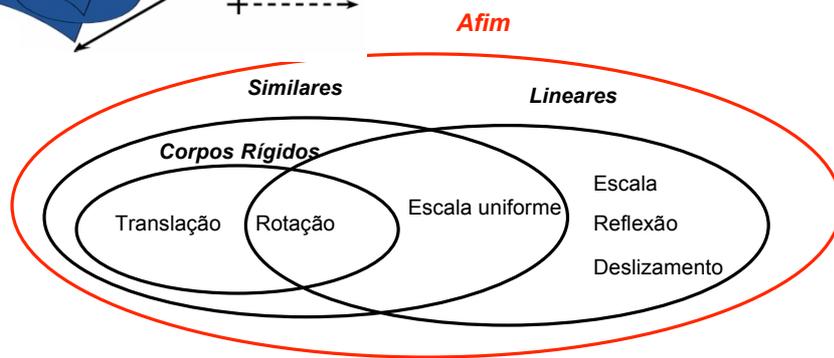
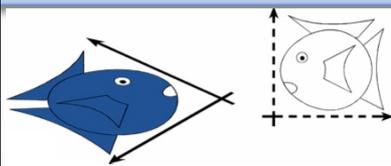


$$L(p+q) = L(p) + L(q)$$

$$L(ap) = aL(p)$$

19

# Transformações Afim



Preservam linhas paralelas

20

## Representando Transformações

- Genericamente em 2D

$$x' = ax + by + c$$

$$y' = dx + ey + f$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$$

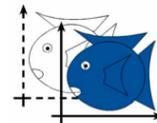
$$p' = Mp + t$$

21

## Transformações 2D – Translação

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$$

22

## Transformações 2D – Escala

- Coordenadas são multiplicados pelos fatores de escala

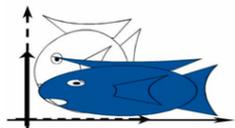
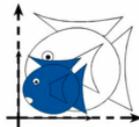
- Tipos de Escala

- ♦ Uniforme:

- $s_x = s_y$

- ♦ Não-Uniforme

- $s_x \neq s_y$



$$x' = x \cdot s_x$$

$$y' = y \cdot s_y$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

23

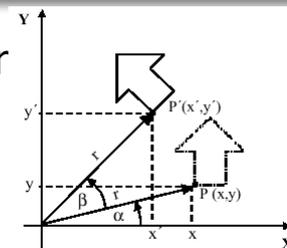
## Transformações 2D – Rotação

- Como chegar à matriz de r

$$\begin{aligned} x &= r \cdot \cos \alpha & y &= r \cdot \sin \alpha \\ x' &= r \cdot \cos(\alpha + \beta) & y' &= r \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= r \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta - r \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ y' &= r \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta + r \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot \cos \beta - y \cdot \sin \beta \\ y' &= x \cdot \sin \beta + y \cdot \cos \beta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \sin \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

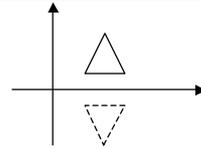
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

24

## Transformações 2D – Reflexão

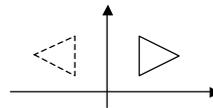
- Ao longo do eixo X

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$



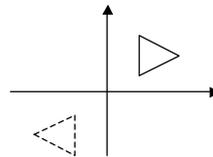
- Ao longo do eixo Y

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$



- XY

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$



25

## Transformações 2D – Deslizamento

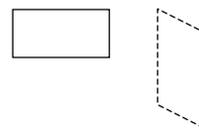
- Deslizamento na direção x

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Sh_x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \cdot Sh_x \\ y \end{pmatrix}$$



- Deslizamento na direção y

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Sh_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ Sh_y \cdot x + y \end{pmatrix}$$



26

## Resumo Transformações 2D

- Notação matricial simplifica escrita
  - ♦ Translação expressa como uma soma de vetores
  - ♦ Escala e Rotação expressas como multiplicação
- Porém, é interessante uma notação uniforme e consistente
  - ♦ Permitir que se expresse as três operações de maneira idêntica
  - ♦ Permitir que se expresse a combinação destas três operações também de maneira idêntica
- Como fazer isso?

27

## Coordenadas Homogêneas

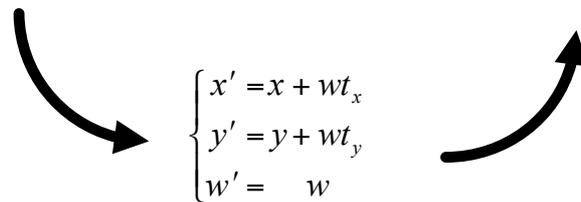
- Adiciona uma outra dimensão  $w$
- 2D  $\rightarrow$  3D
  - ♦  $(x,y) \rightarrow (x,y,w)$
- 3D  $\rightarrow$  4D
  - ♦  $(x,y,z) \rightarrow (x,y,z,w)$
- $w = 0$ , pontos no infinito
  - ♦ Útil em projeções;
- Homogeneizar: dividir por  $w$
- Em CG SEMPRE se usa  $w=1$ !

28

## Qual a vantagem?

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = \frac{x}{w} + t_x \\ \frac{y'}{w'} = \frac{y}{w} + t_y \end{cases}$$


$$\begin{cases} x' = x + wt_x \\ y' = y + wt_y \\ w' = w \end{cases}$$

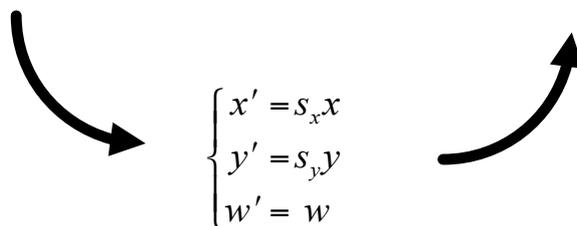
Translação agora também pode ser representada por multiplicação de matrizes!!

29

## Escala - Coord. Homogêneas

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = s_x \frac{x}{w} \\ \frac{y'}{w'} = s_y \frac{y}{w} \end{cases}$$

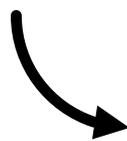

$$\begin{cases} x' = s_x x \\ y' = s_y y \\ w' = w \end{cases}$$

30

## Rotação – Coord. Homogêneas

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = \cos \theta \frac{x}{w} - \sin \theta \frac{y}{w} \\ \frac{y'}{w'} = \sin \theta \frac{x}{w} + \cos \theta \frac{y}{w} \end{cases}$$



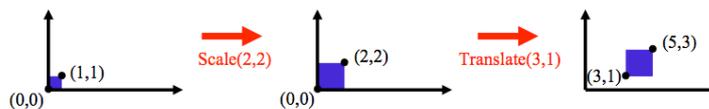
$$\begin{cases} x' = \cos \theta x - \sin \theta y \\ y' = \sin \theta x + \cos \theta y \\ w' = w \end{cases}$$



31

## Composição de Transformações

Escala seguida de Translação



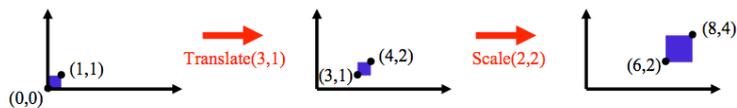
$$p' = T(Sp) = TSp$$

$$TS = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

32

## Composição de Transformações

### Translação seguida de Escala



$$p' = S(Tp) = STp$$

$$ST = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

33

## Composição de Transformações

- Multiplicação de Matrizes **não** é comutativa
- Ordem das operações influencia diretamente
  - ♦ Rotação seguida de translação é diferente de translação seguida de rotação

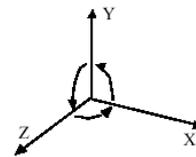
- <http://www.cs.princeton.edu/~min/cs426/jar/transform.html>

34

## Translação/Escala 3D

- **Translação** - `glTranslatef(tx, ty, tz)`

$$\diamond T(tx, ty, tz): \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



- **Escala** - `glScalef(Sx, Sy, Sz)`

$$\diamond S(Sx, Sy, Sz): \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sistema de Coordenadas  
"mão direita"  
*tri-ortonormado*

35

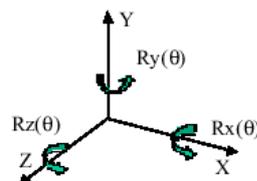
## Rotação 3D

- **Rotação**

$$R_z(\theta): \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta): \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x(\theta): \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



36

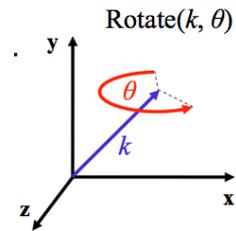
## Rotação – Eixo genérico

Fórmula de Rodrigues

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x k_x (1-c) + c & k_z k_x (1-c) - k_y s & k_x k_z (1-c) + k_y s & 0 \\ k_y k_x (1-c) + k_z s & k_z k_x (1-c) + c & k_y k_z (1-c) - k_x s & 0 \\ k_z k_x (1-c) - k_y s & k_z k_x (1-c) - k_x s & k_z k_z (1-c) + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

onde  $c = \cos \theta$     $s = \sin \theta$

- `glRotatef (angle, x, y, z)`



37