

Lista de Exercícios - Relações (2)

1. Determine quais dos itens a seguir são conjuntos parcialmente ordenados.

$$a) (Z, =) \quad b) (Z, \neq) \quad c) (Z, \geq)$$

2. Seja $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Considere a ordem lexicográfica baseada na relação “*menor que*”.

- (a) Encontre todos os pares em $S \times S$ menores que $(2, 3)$.
- (b) Encontre todos os pares em $S \times S$ maiores que $(3, 1)$.
- (c) Desenhe o diagrama de Hasse para o conjunto parcialmente ordenado $(S \times S, \leq)$.

3. Encontre a ordem lexicográfica para as seguintes n-tuplas:

- (a) $(1, 1, 2), (1, 2, 1)$
- (b) $(0, 1, 2, 3), (0, 1, 3, 2)$
- (c) $(1, 0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 1, 0)$

4. Desenhe o diagrama de Hasse para a relação de divisibilidade no conjunto:

- (a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- (b) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
- (c) $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$
- (d) $\{1, 2, 4, 16, 32, 64\}$

5. Seja R uma relação binária em um conjunto S . A *inversa* de R , denotada por R^{-1} , é a relação binária definida por $xR^{-1}y \leftrightarrow yRx$.

- (a) Se $R = \{(1, 2), (2, 3), (5, 3), (4, 5)\}$ em N , o que é R^{-1} ?
- (b) Prove que se R é uma relação reflexiva em um conjunto S , então R^{-1} é reflexiva.
- (c) Prove que se R é uma relação simétrica em um conjunto S , então R^{-1} é simétrica.
- (d) Prove que se R é uma relação transitiva em um conjunto S , então R^{-1} é transitiva.

6. Seja (S, R) um conjunto parcialmente ordenado. Mostre que (S, R^{-1}) também é um conjunto parcialmente ordenado, onde R^{-1} é a relação inversa a R . O conjunto parcialmente ordenado (S, R^{-1}) é chamado **dual** de (S, R) .

7. Prove que, se uma relação binária R em um conjunto S é reflexiva e transitiva, então a relação $R \cap R^{-1}$ é uma relação de equivalência.
8. Seja $S = N \times N$ e seja R uma relação binária em S definida por $(x, y)R(z, w) \leftrightarrow y = w$. Mostre que R é uma relação de equivalência em S e descreva as classes de equivalência associadas.
9. Seja $S = N \times N$ e seja R uma relação binária em S definida por $(x, y)R(z, w) \leftrightarrow x + y = z + w$. Mostre que R é uma relação de equivalência em S e descreva as classes de equivalência associadas.
10. Dada a partição $\{a, b, c\}$ e $\{d, e\}$ do conjunto $S = \{a, b, c, d, e\}$, liste os pares ordenados pertencentes à relação de equivalência correspondente.