

Lista de Exercícios - Relações (1)

1. Classifique as seguintes relações sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$, quanto às propriedades reflexiva, transitiva, simétrica e anti-simétrica.

(a) $R_1 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$

(b) $R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$

(c) $R_3 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4)\}$

(d) $R_4 = \{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

(e) $R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}$

(f) $R_6 = \{(3, 4)\}$

2. Encontre os fechos reflexivo, simétrico e transitivo da relação $\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (a, d), (b, d), (c, a), (d, a)\}$ no conjunto $\{a, b, c, d\}$.

3. Classifique cada relação em SXT , onde $S = T = \mathbf{N}$, como um-para-um, um-para-vários, vários-para-um ou vários-para-vários.

(a) $\rho = \{(1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 3), (4, 3)\}$

(b) $\rho = \{(9, 7), (6, 5), (3, 6), (8, 5)\}$

(c) $\rho = \{(12, 5), (8, 4), (6, 3), (7, 12)\}$

(d) $\rho = \{(2, 7), (8, 4), (2, 5), (7, 6), (10, 1)\}$

4. Sejam ρ e σ relações binárias em \mathbf{N} definidas por $x\rho y \leftrightarrow$ “ x divide y ” e $x\sigma y \leftrightarrow 5x \leq y$. Determine quais dos pares ordenados satisfazem às relações dadas:

(a) $\rho \cup \sigma; (2, 6), (3, 17), (2, 1), (0, 0)$

(b) $\rho \cap \sigma; (3, 6), (1, 2), (2, 12)$

(c) $\rho'; (1, 5), (2, 8), (3, 15)$

(d) $\sigma'; (1, 1), (2, 10), (4, 8)$

5. Seja $S = \{0, 2, 4, 6\}$ e $T = \{1, 3, 5, 7\}$. Determine se cada um dos conjuntos de pares ordenados a seguir é ou não uma função com domínio S e contradomínio T . Em cada caso afirmativo, indique se a função é injetiva e/ou sobrejetiva.

(a) $\{(0, 2), (2, 4), (4, 6), (6, 0)\}$

(b) $\{(6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5)\}$

(c) $\{(2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5)\}$

(d) $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$

- (e) $\{(6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$
6. Faz sentido pensarmos no fecho anti-simétrico de uma relação em um conjunto? Justifique.
7. Para cada caso abaixo, apresente um conjunto S e uma relação binária ρ em S (diferente das apresentadas nos exemplos e problemas) que satisfaça às condições pedidas.
- (a) ρ é reflexiva e anti-simétrica, mas não é transitiva.
 (b) ρ não é reflexiva nem simétrica, mas é transitiva.
8. Descreva em palavras o que o fecho transitivo de cada relação abaixo representa.
- (a) $S =$ conjunto de todos os edifícios da cidade.
 $x\rho y \leftrightarrow x$ é um ano mais velho que y .
- (b) $S =$ conjunto de todos os homens de Caruaru.
 $x\rho y \leftrightarrow x$ é pai de y .
9. Uma relação ρ em um conjunto S é **irreflexiva** se para todo $s \in S$, o par $(s, s) \notin \rho$. Ou seja, ρ é irreflexiva se nenhum elemento de S está relacionado consigo mesmo. Pergunta-se:
- (a) Quais das relações apresentadas na primeira questão da lista são irreflexivas?
 (b) Apresente um exemplo de relação binária ρ no conjunto $S = \{1, 2, 3\}$ que não seja nem reflexiva e nem irreflexiva.
10. Uma relação ρ em um conjunto S é **assimétrica** se $(a, b) \in \rho$ implica que $(b, a) \notin \rho$, para $a, b \in S$. Pergunta-se:
11. Quais das relações apresentadas na primeira questão da lista são assimétricas?
12. Apresente um exemplo de relação binária ρ no conjunto $S = \{1, 2, 3\}$ que não seja nem simétrica e nem assimétrica.