

# Notas sobre Sequências e Cardinalidade (1)

Anjolina Grisi de Oliveira

Centro de Informática  
Universidade Federal de Pernambuco

CIn-UFPE

# Sequências

- Uma sequência é uma estrutura discreta usada para representar listas ordenadas.

## Definição

*Uma sequência é uma função de um subconjunto do conjunto dos inteiros (usualmente  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$  ou  $\{1, 2, 3, \dots\}$ ) em um conjunto  $S$ . Usamos a notação  $a_n$  para denotar a imagem do inteiro  $n$ . Chamamos  $a_n$  um **termo** da sequência.*

# Sequências- Exemplos

Exemplo

$1, 5, 25, 125, 625, \dots$

Exemplo

$1, -1, 1, -1, \dots$

# Sequências- Exemplos

## Exemplo

Considere as seguintes sequências  $\{a_n\}$ , onde

①  $a_n = 6n$

②  $a_n = 2n + 1$

③  $a_n = 10^n$

④  $a_n = 5$

Liste os primeiros 3 elementos de cada uma delas.

# Sequências finitas

- Sequências finitas  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por  $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ . Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é  $n$ , ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

# Sequências finitas

- Sequências finitas  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por  $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ . Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é  $n$ , ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

# Sequências finitas

- Sequências finitas  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por  $a_1 a_2 a_3 \dots a_n$ . Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é  $n$ , ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

# Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  - 1 Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  - 2 Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  - 3 Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

# Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  - 1 Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  - 2 Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  - 3 Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

# Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  - 1 Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  - 2 Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  - 3 Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

# Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  - 1 Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  - 2 Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  - 3 Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

## Algumas sequências úteis

①  $n^2$  : 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ...

②  $n^3$  : 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, ...

③  $2^n$  : 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 246, 512, 1024, ...

④  $3^n$  : 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, ...

⑤  $n!$  :  
1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, ...

# Exercícios

- 1 Determine uma fórmula ou regra geral para as seguintes sequências:
  - 1 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ...
  - 2 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...
  - 3 1, 7, 25, 79, 241, 727, 2185, 6559, ...
  - 4 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, ...
  - 5 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, ...
  - 6 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, ...
- 2 Encontre pelo menos três diferentes sequências que começam com os termos a) 1, 2, 4      b) 3, 5, 7 e que são geradas ou por uma fórmula ou por uma regra geral.

# Cardinalidade e Enumerabilidade

## Definição (Cardinalidade)

*Os conjuntos  $A$  e  $B$  possuem a mesma cardinalidade se e somente se existe uma bijeção entre  $A$  e  $B$ .*

## Definição (Conjunto enumerável (ou contável))

*Um conjunto que é finito ou possui a mesma cardinalidade dos números naturais é chamado de enumerável (ou contável), caso contrário ele é dito não enumerável.*

# Exemplos

## Exemplo

*Mostre que o conjunto dos ímpares positivos é enumerável.*

## Exemplo

*Mostre que o conjunto dos números reais não é enumerável.*

## Exercícios

- 1 Determine se cada um dos seguintes conjuntos é enumerável. Em caso afirmativo, mostre a correspondência com o conjunto dos números naturais.
  - 1 os inteiros negativos;
  - 2 os inteiros pares;
  - 3 os números reais entre 0 e 0.5;
  - 4 inteiros que não são divisíveis por 3
- 2 Mostre que um subconjunto de um conjunto enumerável é também enumerável.
- 3 Mostre que se  $A$  não é enumerável e  $A \subseteq B$ , então  $B$  não é enumerável.
- 4 Se  $A$  não é enumerável e  $B$  é enumerável,  $A - B$  é não enumerável ?