

Definição

Uma relação em um conjunto A é chamada de relação de equivalência se ela é reflexiva, simétrica e transitiva.

Exemplo

Seja R uma relação de equivalência no conjunto dos números reais de forma que aRb se e somente se $a - b$ é um inteiro. A relação R é uma relação de equivalência ?

Definição

Uma relação em um conjunto A é chamada de relação de equivalência se ela é reflexiva, simétrica e transitiva.

Exemplo

Seja R uma relação de equivalência no conjunto dos números reais de forma que aRb se e somente se $a - b$ é um inteiro. A relação R é uma relação de equivalência ?

Exemplo

Seja m um inteiro positivo maior que 1. Mostre que a relação $R = \{(a, b) \mid a \equiv b \pmod{m}\}$ é uma relação de equivalência.

pause

Exemplo

Seja R uma relação de equivalência no conjunto dos pares ordenados de inteiros positivos de forma que $((a, b), (c, d)) \in R$ se e somente se $ad = bc$. Mostre que R é uma relação de equivalência.

Definição

Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . O conjunto de todos os elementos que estão relacionados com um elemento a de A é chamado de classe de equivalência de a , e é denotada por $[a]_R$ (podemos denotar apenas por $[a]$ se deixamos claro quem é R).

- $[a]_R = \{s \mid (a, s) \in R\}$
- Se $b \in [a]_R$ então b é chamado de **representante** dessa classe de equivalência

Definição

Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . O conjunto de todos os elementos que estão relacionados com um elemento a de A é chamado de classe de equivalência de a , e é denotada por $[a]_R$ (podemos denotar apenas por $[a]$ se deixamos claro quem é R).

- $[a]_R = \{s \mid (a, s) \in R\}$
- Se $b \in [a]_R$ então b é chamado de **representante** dessa classe de equivalência

Definição

Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . O conjunto de todos os elementos que estão relacionados com um elemento a de A é chamado de classe de equivalência de a , e é denotada por $[a]_R$ (podemos denotar apenas por $[a]$ se deixamos claro quem é R).

- $[a]_R = \{s \mid (a, s) \in R\}$
- Se $b \in [a]_R$ então b é chamado de **representante** dessa classe de equivalência

Exemplo

Quais são as classes de equivalência de 0 e de 1 para a relação congruência módulo 4?

- As classes de equivalência da relação de congruência módulo m são chamadas de **classes de congruência módulo m** .
- A classe de congruência de um inteiro a módulo m é denotada por $[a]_m$ e é igual a $\{\dots, a - 2m, a - m, a, a + m, a + 2m, \dots\}$.

Exemplo

Quais são as classes de equivalência de 0 e de 1 para a relação congruência módulo 4?

- As classes de equivalência da relação de congruência módulo m são chamadas de **classes de congruência módulo m** .
- A classe de congruência de um inteiro a módulo m é denotada por $[a]_m$ e é igual a $\{\dots, a - 2m, a - m, a, a + m, a + 2m, \dots\}$.

Exemplo

Quais são as classes de equivalência de 0 e de 1 para a relação congruência módulo 4?

- As classes de equivalência da relação de congruência módulo m são chamadas de **classes de congruência módulo m** .
- A classe de congruência de um inteiro a módulo m é denotada por $[a]_m$ e é igual a $\{\dots, a - 2m, a - m, a, a + m, a + 2m, \dots\}$.

Exemplo

Mostre que a relação R no conjunto de todas as cadeias de bits de tamanho 4 definida por sRt se e somente se s e t contêm a mesma quantidade de 1s é uma relação de equivalência.

Exemplo

Qual é a classe de equivalência de 1011 ?

Exemplo

Mostre que a relação R no conjunto de todas as cadeias de bits de tamanho 4 definida por sRt se e somente se s e t contêm a mesma quantidade de 1s é uma relação de equivalência.

Exemplo

Qual é a classe de equivalência de 1011 ?

Teorema

Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . As seguintes sentenças são equivalentes:

- 1 $a R b$;
- 2 $[a] = [b]$
- 3 $[a] \cap [b] \neq \emptyset$

Partição de um conjunto

- Vamos entender como uma relação de equivalência particiona um conjunto.
- Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . A união das classes de equivalência de R é igual a A :
 - $\bigcup_{a \in A} [a]_R = A$ (1)
- Adicionalmente, ou essas classes de equivalência são iguais ou disjuntas (pelo teorema anterior):
 - $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ quando $a \neq b$ (2)
- Essas duas observações nos levam a concluir que uma relação de equivalência em um conjunto A divide o conjunto A em subconjuntos disjuntos. Mais precisamente, uma **partição** de um conjunto S é uma coleção de subconjuntos disjuntos não vazios de S que possuem S como resultado de sua união.

Partição de um conjunto

- Vamos entender como uma relação de equivalência particiona um conjunto.
- Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . A união das classes de equivalência de R é igual a A :
 - $\bigcup_{a \in A} [a]_R = A$ (1)
- Adicionalmente, ou essas classes de equivalência são iguais ou disjuntas (pelo teorema anterior):
 - $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ quando $a \neq b$ (2)
- Essas duas observações nos levam a concluir que uma relação de equivalência em um conjunto A divide o conjunto A em subconjuntos disjuntos. Mais precisamente, uma **partição** de um conjunto S é uma coleção de subconjuntos disjuntos não vazios de S que possuem S como resultado de sua união.

Partição de um conjunto

- Vamos entender como uma relação de equivalência particiona um conjunto.
- Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . A união das classes de equivalência de R é igual a A :
 - $\bigcup_{a \in A} [a]_R = A$ (1)
- Adicionalmente, ou essas classes de equivalência são iguais ou disjuntas (pelo teorema anterior):
 - $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ quando $a \neq b$ (2)
- Essas duas observações nos levam a concluir que uma relação de equivalência em um conjunto A divide o conjunto A em subconjuntos disjuntos. Mais precisamente, uma **partição** de um conjunto S é uma coleção de subconjuntos disjuntos não vazios de S que possuem S como resultado de sua união.

Partição de um conjunto

- Vamos entender como uma relação de equivalência particiona um conjunto.
- Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . A união das classes de equivalência de R é igual a A :
 - $\bigcup_{a \in A} [a]_R = A$ (1)
- Adicionalmente, ou essas classes de equivalência são iguais ou disjuntas (pelo teorema anterior):
 - $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ quando $a \neq b$ (2)
- Essas duas observações nos levam a concluir que uma relação de equivalência em um conjunto A divide o conjunto A em subconjuntos disjuntos. Mais precisamente, uma **partição** de um conjunto S é uma coleção de subconjuntos disjuntos não vazios de S que possuem S como resultado de sua união.

Partição de um conjunto

- Vamos entender como uma relação de equivalência particiona um conjunto.
- Seja R uma relação de equivalência em um conjunto A . A união das classes de equivalência de R é igual a A :
 - $\bigcup_{a \in A} [a]_R = A$ (1)
- Adicionalmente, ou essas classes de equivalência são iguais ou disjuntas (pelo teorema anterior):
 - $[a]_R \cap [b]_R = \emptyset$ quando $a \neq b$ (2)
- Essas duas observações nos levam a concluir que uma relação de equivalência em um conjunto A divide o conjunto A em subconjuntos disjuntos. Mais precisamente, uma **partição** de um conjunto S é uma coleção de subconjuntos disjuntos não vazios de S que possuem S como resultado de sua união.