Notas sobre Relações

Fonte: livro de Kenneth Rosen (ref. completa na página)

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

CIn-UFPE

- Seja S um conjunto de pessoas.
- Digamos que queremos escolher os pares ordenados de $S \times S$ de forma que os componenetes do par iniciem com a mesma letra. Esse subconjunto de $S \times S$ chamamos de **relação binária sobre** S.
- Podemos usar as seguintes notações para expressar essa relação:
  1. $R = \{(x, y) | x \ e \ y \in S \ e \ x \ e \ y$ começam com a mesma letra $\}$;
  2. $xRy \leftrightarrow x, y \in S$ e x e y começam com a mesma letra.

Exemplos

Exemplo

Seja $S = \{1, 2, 3\}$*, liste os elementos das seguintes relações binárias sobre* S*:*

- $xR_1y \leftrightarrow x = y$;
- $R_2 = \{(x, y) | x, y \in S \text{ e } x < y\}$

- Podemos também definir relações apenas listando seus elementos.
- Exemplo: $R_3 = \{(1, 2), (1, 3)\}$

Definições

Definição (Relação binária em um conjunto S)

Dado um conjunto S uma relação binária em S é um subconjunto de $S \times S$.

Genericamente:

Definição

Sejam S e T conjuntos. Uma relação binária de S para T (podemos também dizer "em $S \times T$") é um subconjunto de $S \times T$.

Função como relação

- Uma função pode ser vista como um tipo especial de relação, conforme definido a seguir.

Definição

Uma função f de A em B é um subconjunto de $A \times B$ onde cada elemento de A aparece exatamente uma única vez como componente de um par ordenado. A é o domínio e B o contradomínio da função.

- Quando uma relação é definida em um conjunto existem várias propriedades que são usadas para classificá-la.

Definição (Relação reflexiva)

Uma relação R em um conjunto A é chamada reflexiva se $(a, a) \in R$ para todo elemento $a \in A$.

Exemplo

A relação "divide" no conjunto dos inteiros positivos é reflexiva?

Simetria

Definição

Uma relação R em um conjunto A é dita simétrica se $(b, a) \in R$ *toda vez que* $(a, b) \in R$.

- $(a, b) \in R \rightarrow (b, a) \in R$, para $a, b \in A$

Anti-Simetria

Definição

Uma relação R em um conjunto A é dita anti-simétrica se $(a, b) \in R$ e $(b, a) \in R$ somente quando $a = b$, para $a, b \in A$.

- Sejam $a, b \in A$, se $(a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \rightarrow a = b$.

Transitividade

Definição

Uma relação R em um conjunto A é dita transitiva se quando $(a, b) \in R$ e $(b, c) \in R$ então $(a, c) \in R$, para $a, b, c \in A$.

- Sejam $a, b, c \in A$, se $(a, b) \in R \land (b, c) \in R \rightarrow (a, c) \in R$.

Combinando relações

Exemplo

Seja $A = \{1, 2, 3\}$ *e* $B = \{1, 2, 3, 4\}$. *As relações* $R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ *e* $R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$ *podem ser combinadas para obtermos novas relações:*

- $R_1 \cup R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$
- $R_1 \cap R_2 = \{(1, 1)\}$
- $R_1 - R_2 = \{(2, 2), (3, 3)\}$