

## Matemática Discreta (IF670)

2º Semestre de 2005 - 2ª Prova - 01 de dezembro de 2005

**1. (2,0)** Determine quais das seguintes coleções de subconjuntos definem uma partição no conjunto dos inteiros. Para os casos onde a partição pode ser definida, construa uma relação de equivalência  $R$  de forma que os subconjuntos sejam as classes de equivalência. Quando a partição não puder ser definida, justifique sua resposta.

- o conjunto dos números pares e o conjunto dos números ímpares;
- o conjunto dos inteiros positivos e o conjunto dos inteiros negativos;

**2. (1,0)** Sejam  $(A, \geq)$ ,  $(B, |)$ , e  $(C, \leq)$  posets onde  $A = C = Z$  e  $B = Z^+$ . As ordens  $\leq$  e  $\geq$  são aquelas usuais sobre  $Z$ , respectivamente: “menor ou igual” e “maior ou igual”. Ordene as seguintes 3-tuplas de acordo com a ordem lexicográfica  $(A \times B \times C, \leq)$  construída a partir desses posets.

- $(1,4,5)$ ,  $(2,2,3)$  e  $(2,4,1)$
- $(3,2,1)$ ,  $(1,4,5)$  e  $(3,2,7)$

**3. (1,0)** Como você pode construir um grafo direcionado que represente o fecho reflexivo de uma relação (binária) sobre um conjunto finito a partir do grafo direcionado da relação?

**4. (1,5)** Para que valores de  $m$  e  $n$  o grafo bipartido completo  $K_{m,n}$  possui:  
a) um circuito hamiltoniano? b) um circuito euleriano? c) um caminho euleriano que não é circuito?

**5. (1,5)** Um químico deseja armazenar cinco substâncias  $s, t, u, v$  e  $w$  em várias áreas de um depósito. Algumas dessas substâncias reagem violentamente entre si e devem ser mantidas em áreas separadas:  $s$  reage com  $t, u$  e  $v$ ;  $t$  reage com  $s, u, v$  e  $w$ ;  $u$  reage com  $s, t$  e  $v$ ;  $v$  reage com  $s, t, u$  e  $w$ ; e  $w$  reage com  $t$  e  $v$ . Quantas áreas são necessárias para o armazenamento das substâncias? Defina um modelo de grafos e aplique coloração para justificar a sua resposta.

### Questão para substituir a mini-prova de menor nota da unidade

Seja  $G = (V, E)$  um grafo simples. Seja  $R$  uma relação de equivalência em  $V$  que consiste dos pares ordenados  $(u, v)$  onde existe um caminho de  $u$  para  $v$  ou que  $u = v$ . Mostre que  $R$  é uma relação de equivalência.