Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) - Centro de Informática (CIn)
Graduação em Ciência e Engenharia da Computação
Matemática Discreta (IF670) - Questões de Provas Passadas

(Inclusão-Exclusão) Quantas cadeias de bits de tamanho oito não contêm seis zeros consecutivos? Justifique a sua resposta.

(Indução Matemática e Números de Fibonacci) Seja f_n o n-ésimo número de Fibonacci. Use indução matemática para provar que:
0. 5 divide f_{5n}.
1. f_{3n} é par.
2. $f_1 + f_3 + f_5 + \ldots + f_{2n-1} = f_{2n}$

(Conjuntos) Use as identidades entre conjuntos para provar:
0. $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$
1. $A - (A - B) = A \cap B$
2. $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$

(Funções e Suas Propriedades) Dê um exemplo de função de $\mathbf{Z}$ em $\mathbf{Z}$ que seja:
a) injetora, mas não seja sobrejetora.
b) sobrejetora, mas não seja injetora.
c) injetora e sobrejetora e seja diferente da função identidade.
d) Nem injetora e nem sobrejetora.

(Definições Recursivas) Dê uma definição recursiva para a sequência $\{a_n\}$, $n = 1, 2, 3\ldots$ se:
0. $a_n = 4n - 2$
1. $a_n = n(n+1)$
2. $a_n = n^2$
3. $a_n = 1 + (-1)^n$

(Contagem) Prove que $\binom{n}{2} + \binom{n+1}{2} = n^2$ de duas maneiras: a) usando argumento combinatorial e b) usando a fórmula algébrica para os coeficientes binomiais.

(Aritmética modular)

Quantos CD's João tem se: (i) ao presentar quatro amigos com a mesma quantidade de CD's ainda sobra um CD; (ii) ao distribuir os CD's igualmente para os seus nove irmãos ainda sobram 2 CD's; (iii) ao dividir os CD's igualmente para os s eus cinco primos ainda sobram 3 CD's; e (iv) ele possui mais que 200 CD's e menos que 400 CD's? Aplique o teorema chinês dos resto para justificar a sua resposta.

(Vários assuntos)

Determine se as seguintes sentenças são verdadeiras ou falsas. Justifique cada resposta. Respostas sem justificativas (ou com justificativas erradas) não serão consideradas.

a) Se f é uma função de S em T onde S e T são conjuntos finitos com $\mid S \mid > \mid T \mid$ então f não é injetora.
b) Se x é um número real então $\lfloor 2x \rfloor = 2\lfloor x \rfloor$.
c) $P(A \cup B) \subseteq P(A) \cup P(B)$
d) São necessários no mínimo 5 pares ordenados de inteiros (a, b) para garantir que existem 2 pares ordenados (a_1, b_1) e (a_2, b_2) de forma que a_1 **mod** $4 = a_2$ **mod** 4 e b_1 **mod** $4 = b_2$ **mod** 4.
e) Se a, b e m são inteiros de forma que $m \geq 2$ e $a \equiv b \ (mod\ m)$, então o $mdc(a, m) = mdc(b, m)$;