Notas sobre Sequências e Cardinalidade (1)

Anjolina Grisi de Oliveira

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

2007.1 / CIn-UFPE

Sequências

- Uma sequência é uma estrutura discreta usada para representar listas ordenadas.

Definição

Uma sequência é uma função de um subconjunto do conjunto dos inteiros (usualmente $\{0, 1, 2, 3, ...\}$ ou $\{1, 2, 3, ...\}$) em um conjunto S. Usamos a notação a_n para denotar a imagem do inteiro n. Chamamos a_n um **termo** *da sequência.*

Sequências- Exemplos

Exemplo

$1, 5, 25, 125, 625, \ldots$

Exemplo

$1, -1, 1, -1, \ldots$

Sequências- Exemplos

Exemplo

Considere as seguintes sequências $\{a_n\}$*, onde*

1. $a_n = 6n$
2. $a_n = 2n + 1$
3. $a_n = 10^n$
4. $a_n = 5$

Liste os primeiros 3 *elementos de cada uma delas.*

Sequências finitas

- Sequências finitas $a_1, a_2, ..., a_n$ são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por $a_1 a_2 a_3 ... a_n$. Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é n, ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

Sequências finitas

- Sequências finitas $a_1, a_2, ..., a_n$ são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por $a_1 a_2 a_3 ... a_n$. Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é n, ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

Sequências finitas

- Sequências finitas $a_1, a_2, ..., a_n$ são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por $a_1 a_2 a_3 ... a_n$. Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é n, ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  1. Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  2. Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  3. Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  1. Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  2. Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  3. Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  1. Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  2. Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  3. Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
    1. Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
    2. Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
    3. Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

Algumas sequências úteis

1. n^2 : $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, \ldots$
2. n^3 : $1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, \ldots$
3. 2^n : $2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 246, 512, 1024, \ldots$
4. 3^n : $3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, \ldots$
5. $n!$: $1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, \ldots$

Exercícios

1. Determine uma fórmula ou regra geral para as seguintes sequências:
    1. $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ...$
    2. $5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59 \ldots$
    3. $1, 7, 25, 79, 241, 727, 2185, 6559, \ldots$
    4. $1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \ldots$
    5. $1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, \ldots$
    6. $1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, \ldots$
2. Encontre pelo menos três diferentes sequências que começam com os termos $a)1, 2, 4 \qquad b)3, 5, 7$ e que são geradas ou por uma fórmula ou por uma regra geral.

Cardinalidade e Enumerabilidade

Definição (Cardinalidade)

Os conjuntos A e B possuem a mesma cardinalidade se e somente se existe uma bijeção entre A e B.

Definição (Conjunto enumerável (ou contável))

Um comjunto que é finito ou possui a mesma cardinalidade dos números naturais é chamado de enumerável (ou contável), caso contrário ele é dito não enumerável.

Exemplos

Exemplo

Mostre que o conjunto dos ímpares positivos é enumerável.

Exemplo

Mostre que o conjunto dos números reais não é enumerável.

Exercícios

1. Determine se cada um dos seguintes conjuntos é enumerável. Em caso afirmativo, mostre a correspondência com o conjunto dos números naturais.
    1. os inteiros negativos;
    2. os inteiros pares;
    3. os números reais entre 0 e 0.5;
    4. inteiros que não são divisíveis por 3
2. Mostre que um subconjunto de um conjunto enumerável é também enumerável.
3. Mostre que se A não é enumerável e $A \subseteq B$, então B não é enumerável.
4. Se A não é enumerável e B é enumerável, $A - B$ é não enumerável ?