Contagem (1)

Anjolina Grisi de Oliveira

Centro de Informática
Universidade Federal de Pernambuco

2007.1 / CIn-UFPE

O princípio da soma

- Cada aluno de matemática discreta pode escolher um exercício para apresentar em sala a partir de três listas. A primeira lista possui 30 questões, a segunda 20 e a terceira 15. Quantos possíveis projetos existem para um aluno escolher?
- $30+20+15$

Princípio Suponha que as tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ podem ser realizadas de $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras, respectivamente, de forma que nenhuma dessas tarefas podem ser feitas ao mesmo tempo. Então o número total de maneiras para fazer uma dessas tarefas é $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

O princípio da soma

- Cada aluno de matemática discreta pode escolher um exercício para apresentar em sala a partir de três listas. A primeira lista possui 30 questões, a segunda 20 e a terceira 15. Quantos possíveis projetos existem para um aluno escolher?
- $30+20+15$

Princípio Suponha que as tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ podem ser realizadas de $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras, respectivamente, de forma que nenhuma dessas tarefas podem ser feitas ao mesmo tempo. Então o número total de maneiras para fazer uma dessas tarefas é $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

O princípio da soma

- Cada aluno de matemática discreta pode escolher um exercício para apresentar em sala a partir de três listas. A primeira lista possui 30 questões, a segunda 20 e a terceira 15. Quantos possíveis projetos existem para um aluno escolher?
- **30+20+15**

Princípio Suponha que as tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ podem ser realizadas de $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras, respectivamente, de forma que nenhuma dessas tarefas podem ser feitas ao mesmo tempo. Então o número total de maneiras para fazer uma dessas tarefas é $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

O princípio da soma

- Cada aluno de matemática discreta pode escolher um exercício para apresentar em sala a partir de três listas. A primeira lista possui 30 questões, a segunda 20 e a terceira 15. Quantos possíveis projetos existem para um aluno escolher?
- $30+20+15$

Princípio Suponha que as tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ podem ser realizadas de $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras, respectivamente, de forma que nenhuma dessas tarefas podem ser feitas ao mesmo tempo. Então o número total de maneiras para fazer uma dessas tarefas é $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

O princípio da soma

- Cada aluno de matemática discreta pode escolher um exercício para apresentar em sala a partir de três listas. A primeira lista possui 30 questões, a segunda 20 e a terceira 15. Quantos possíveis projetos existem para um aluno escolher?
- $30+20+15$

Princípio Suponha que as tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ podem ser realizadas de $n_1, n_2, \dots, n_k$ maneiras, respectivamente, de forma que nenhuma dessas tarefas podem ser feitas ao mesmo tempo. Então o número total de maneiras para fazer uma dessas tarefas é $n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

O princípio da multiplicação

- Quantas cadeiras existem em um auditório, se elas são roruladas com uma letra e um inteiro positivo menor ou igual a 100?
- 26.100

Princípio Se um determinado procedimento pode ser subdividido em k tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ e se existem n_1 maneiras de realizar a primeira tarefa, n_2 para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ maneiras de realizar o procedimento.

O princípio da multiplicação

- Quantas cadeiras existem em um auditório, se elas são roruladas com uma letra e um inteiro positivo menor ou igual a 100?
- 26.100

Princípio Se um determinado procedimento pode ser subdividido em k tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ e se existem n_1 maneiras de realizar a primeira tarefa, n_2 para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ maneiras de realizar o procedimento.

O princípio da multiplicação

- Quantas cadeiras existem em um auditório, se elas são roruladas com uma letra e um inteiro positivo menor ou igual a 100?
- **26.100**

Princípio Se um determinado procedimento pode ser subdividido em k tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ e se existem n_1 maneiras de realizar a primeira tarefa, n_2 para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ maneiras de realizar o procedimento.

O princípio da multiplicação

- Quantas cadeiras existem em um auditório, se elas são roruladas com uma letra e um inteiro positivo menor ou igual a 100?
- 26.100

Princípio Se um determinado procedimento pode ser subdividido em k tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ e se existem n_1 maneiras de realizar a primeira tarefa, n_2 para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ maneiras de realizar o procedimento.

O princípio da multiplicação

- Quantas cadeiras existem em um auditório, se elas são roruladas com uma letra e um inteiro positivo menor ou igual a 100?
- 26.100

Princípio Se um determinado procedimento pode ser subdividido em k tarefas $T_1, T_2, \dots, T_k$ e se existem n_1 maneiras de realizar a primeira tarefa, n_2 para realizar a segunda e assim sucessivamente, então existem $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$ maneiras de realizar o procedimento.

O princípio da multiplicação

- **Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?**
 - $2^8 = 256$
 - Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
 - 45.24
 - Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
 - 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
 - $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
 - 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
 - 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- **45.24**
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- 26.26.10.10.10.10

O princípio da multiplicação

- Quantas diferentes cadeias de bits de tamanho 8 existem?
- $2^8 = 256$
- Existem 45 computadores em um centro. Cada computador possui 24 portas. Quantas diferentes portas a um computador existem no centro?
- 45.24
- Quantas diferentes placas de carro podem ter se cada placa é formada por duas letras seguidas por quatro dígitos?
- **26.26.10.10.10.10**

O princípio da multiplicação

- **Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?**
 - Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
 - Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
 - Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
 - Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
 - Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
 - Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
 - Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
 - Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
 - Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
 - Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
 - Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
 - Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- **Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?**
 - Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
 - Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
 - Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
 - Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
 - Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
 - Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
 - Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
 - Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- **Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.**
 - Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
 - Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
 - Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- **Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?**
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- **Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.**
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Quantas funções existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Cada elemento do conjunto domínio pode ter como imagem n possibilidades de elementos do contra-domínio. Logo existem $n.n.n \dots n = n^k$ funções.
- Quantas funções injetoras existem de um conjunto com k elementos para um conjunto de n elementos?
- Para que a função seja injetora, temos que $k \leq n$.
- Suponha que os elementos do domínio são $a_1, a_2, \dots, a_k$. Para o elemento a_1 temos n maneiras de escolher o valor da função. Para o elemento a_2 temos quantas maneiras?
- Temos $n - 1$ maneiras. Dessa forma, o valor da função para a_i pode ser escolhido de $n - i + 1$ maneiras.
- Logo, pela regra do produto, temos que existem $n.(n - 1).(n - 2) \dots (n - k + 1)$ funções injetoras.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- **Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.**
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.

O princípio da multiplicação

- Use o princípio da multiplicação para provar que a quantidade de subconjuntos de um conjunto finito S é $2^{|S|}$.
- Já vimos que existe uma equivalência entre os subconjuntos de S e cadeias de bits de tamanho $|S|$.
- Lembrando: se você listar os elementos de S em uma determinada ordem. Então, um subconjunto de S é associado com a cadeia de bits com o bit 1 na i -ésima posição, se o i -ésimo elemento da lista está no subconjunto, e ao bit zero, caso contrário.
- **Pela regra do produto, existem $2^{|S|}$ cadeias de bits de tamanho $|S|$. Logo, $|P(S)| = 2^{|S|}$.**

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2.$
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
 - $Total = Tam1 + Tam2$.
 - $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
 - $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
 - $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- *Total = Tam1 + Tam2.*
- Tam1 = 26, já que nenhuma variável começa com número.
- Tam2 = $26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- Total = $26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em uma linguagem X os nomes de variáveis são cadeias de um ou dois caracteres alfanuméricos, onde não há distinção entre letras maiúsculas e letras minúsculas. Além disso, um nome de variável deve começar com uma letra e deve ser diferente de 5 palavras reservadas de tamanho 2 da linguagem. Quantos diferentes nomes de variáveis é possível definir nessa linguagem?
- $Total = Tam1 + Tam2$.
- $Tam1 = 26$, já que nenhuma variável começa com número.
- $Tam2 = 26 \cdot 36$ ($36 = 26 + 10$) - 5 (das palavras reservadas)
- $Total = 26 + 26 \cdot 36 - 5 = 957$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (princípio da inclusão-exclusão)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (princípio da inclusão-exclusão)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36.36.36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26.26.26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (princípio da inclusão-exclusão)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10.36.36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36.10.36$ e $|A_3| = 36.36.10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (princípio da inclusão-exclusão)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- **Podemos resolver usando conjuntos (princípio da inclusão-exclusão)**
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (**princípio da inclusão-exclusão**)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (**princípio da inclusão-exclusão**)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (**princípio da inclusão-exclusão**)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (**princípio da inclusão-exclusão**)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

Combinando os dois princípios

- Em um determinado sistema, cada usuário possui uma senha de tamanho 3, onde cada caracter é uma letra maiúscula ou um dígito, de forma que uma senha não pode ter somente letras. Quantas senhas podemos ter?
- O total de cadeias é $36 \cdot 36 \cdot 36 = 46656$. Desse total, precisamos retirar aquelas cadeias que possuem apenas letras = $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$. Daí o resultado é 29080.
- Podemos resolver usando conjuntos (**princípio da inclusão-exclusão**)
- Seja A_1 o conjunto das cadeias onde o dígito aparece na primeira posição. Logo, $|A_1| = 10 \cdot 36 \cdot 36 = 12960$.
- De modo semelhante, A_2 e A_3 são conjuntos onde o dígito aparece na posição 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, $|A_2| = 36 \cdot 10 \cdot 36$ e $|A_3| = 36 \cdot 36 \cdot 10$

O princípio da inclusão-exclusão

- O princípio da inclusão-exclusão nos diz que

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = & |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - | \\ & A_2 \cap A_3| - |A_1 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 12960 + 12960 + \\ & 12960 - (10 \cdot 36 \cdot 10) - 3600 - 3600 + (10 \cdot 10 \cdot 10) = 29080 \end{aligned}$$

O princípio da inclusão-exclusão

- **Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?**
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$.
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$.
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$.

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$.
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$.
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$.

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- **Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$**
- **Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$**
- **$|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.**
- **Logo, a resposta é**
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- **Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$**
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.

• Logo, a resposta é

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$

O princípio da inclusão-exclusão

- Quantas cadeias de bits de tamanho oito ou começam com o bit 1 ou terminam com dois bits 00?
- Seja A o conjunto das cadeias que começam com o bit 1. Logo $|A| = 128$
- Seja B o conjunto das cadeias que terminam com dois bits 00. Logo $|B| = 2^6 = 64$
- $|A \cap B| = 1 \cdot 2^5 \cdot 1 \cdot 1 = 32$.
- Logo, a resposta é
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 128 + 64 - 32 = 160$