**Notas sobre Sequências e Cardinalidade (1)**

Anjolina Grisi de Oliveira

# 1 Sequências

- Uma sequência é uma estrutura discreta usada para representar listas ordenadas.

**Definição 1** *Uma sequência é uma função de um subconjunto do conjunto dos inteiros (usualmente* $\{0, 1, 2, 3, ...\}$ *ou* $\{1, 2, 3, ...\}$*) em um conjunto* $S$*. Usamos a notação* $a_n$ *para denotar a imagem do inteiro* $n$*. Chamamos* $a_n$ *um* **termo** *da sequência.*

**Exemplo 1** $1, 5, 25, 125, 625, \ldots$

**Exemplo 2** $1, -1, 1, -1, \ldots$

**Exemplo 3** *Consider as seguintes sequências* $\{a_n\}$*, onde*

1. $a_n = 6n$
2. $a_n = 2n + 1$
3. $a_n = 10^n$
4. $a_n = 5$

*Liste os primeiros* 3 *elementos de cada uma delas.*

- Sequências finitas $a_1, a_2, ..., a_n$ são frequentemente usadas em computação;
- As **cadeias** (*strings*) são sequências finitas também denotadas por $a_1a_2a_3...a_n$. Ex: cadeias de bits. O seu **tamanho** é $n$, ou o número de *termos* da sequência, ou da cadeia.
- A **cadeia vazia** não possui termos, seu tamanho é igual a zero.

## Sequências especiais

- Como definir uma fórmula ou regra geral para construir os termos de uma sequência?
- Algumas perguntas úteis:
  1. Os termos são obtidos de termos anteriores pela soma de algum valor ou que depende da posição dos termos?
  2. Os termos são obtidos de termos anteriores pela multiplicação de algum valor?
  3. Os termos são obtidos pela combinação de termos anteriores de uma forma particular?

### Algumas sequências úteis

1. $n^2$ : $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, \ldots$
2. $n^3$ : $1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, \ldots$
3. $2^n$ : $2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 246, 512, 1024, \ldots$
4. $3^n$ : $3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, \ldots$
5. $n!$ : $1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, \ldots$

### Exercícios

1. Determine uma fórmula ou regra geral para as seguintes sequências:

   (a) $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ...$

   (b) $5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59 \ldots$

   (c) $1, 7, 25, 79, 241, 727, 2185, 6559, \ldots$

   (d) $1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \ldots$

   (e) $1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, \ldots$

   (f) $1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, \ldots$

2. Encontre pelo menos três diferentes sequências que começam com os termos $a)1, 2, 4$ $\quad b)3, 5, 7$ e que são geradas ou por uma fórmula ou por uma regra geral.

## 2 Cardinalidade

**Definição 2 (Cardinalidade)** *Os conjuntos $A$ e $B$ possuem a mesma cardinalidade se e somente se existe uma bijeção entre $A$ e $B$.*

**Definição 3 (Conjunto enumerável (ou contável))** *Um comjunto que é finito ou possui a mesma cardinalidade dos números naturais é chamado de enumerável (ou contável), caso contrário ele é dito não enumerável.*

**Exemplo 4** *Mostre que o conjunto dos ímpares positivos é enumerável.*

**Exemplo 5** *Mostre que o conjunto dos números reais não é enumerável.*

## Exercícios

1. Determine se cada um dos seguintes conjuntos é enumerável. Em caso afirmativo, mostre a correspondência com o conjunto dos números naturais.

   (a) os inteiros negativos;

   (b) os inteiros pares;

   (c) os números reais entre 0 e 0.5;

   (d) inteiros que não são divisíveis por 3

2. Mostre que um subconjunto de um conjunto enumerável é também enumerável.

3. Mostre que se $A$ não é enumerável e $A \subseteq B$, então $B$ não é enumerável.

4. Se $A$ não é enumerável e $B$ é enumerável, $A - B$ é não enumerável ?