

## Matemática Discreta

### Lista de Exercícios - Ordens Parciais

1. Determine quais dos itens a seguir são conjuntos parcialmente ordenados.

$$a) (Z, =) \quad b) (Z, \neq) \quad c) (Z, \geq)$$

2. Seja  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ . Considere a ordem lexicográfica baseada na relação “menor que”.

(a) Encontre todos os pares em  $S \times S$  menores que  $(2, 3)$ .

(b) Encontre todos os pares em  $S \times S$  maiores que  $(3, 1)$ .

(c) Desenhe o diagrama de Hasse para o conjunto parcialmente ordenado  $(S \times S, \leq)$ .

3. Encontre a ordem lexicográfica para as seguintes n-tuplas:

(a)  $(1, 1, 2), (1, 2, 1)$

(b)  $(0, 1, 2, 3), (0, 1, 3, 2)$

(c)  $(1, 0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 1, 0)$

4. Desenhe o diagrama de Hasse para a relação de divisibilidade no conjunto:

(a)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(b)  $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

(c)  $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$

(d)  $\{1, 2, 4, 16, 32, 64\}$

5. Seja  $(S, R)$  um conjunto parcialmente ordenado. Mostre que  $(S, R^{-1})$  também é um conjunto parcialmente ordenado, onde  $R^{-1}$  é a relação inversa a  $R$ . O conjunto parcialmente ordenado  $(S, R^{-1})$  é chamado **dual** de  $(S, R)$ .

6. Considere o seguinte reticulado como modelo de fluxo de informação: Em muitos sistemas, o fluxo de informação entre pessoas ou programas de computador é gerenciado por políticas de segurança. Os reticulados podem ser usados como modelos para representar diferentes políticas de segurança. A seguinte política é um exemplo usado em sistemas de governos e militares. Cada pedaço de informação é associado à uma **classe de segurança**. Cada classe de segurança é representada por uma par  $(A, C)$ ; onde  $A$  é o nível de autoridade, que pode ser: 0 - não classificado; 1 - confidencial; 2 - secreto; 3 - altamente secreto. Categorias são subconjuntos de todos os compartimentos ou cargos relevantes a uma determinada área

de interesse. Por exemplo, se o conjunto de cargos é { agentes, espões, agentes duplos }, então existem oito categorias, cada uma representada por um dos oito subconjuntos desse conjunto.

As classes de segurança podem ser ordenadas especificando que  $(A_1, C_1) \leq (A_2, C_2)$  se e somente se  $A_1 \leq A_2$  e  $C_1 \subseteq C_2$ . As informações podem ser passadas de uma classe de segurança  $(A_1, C_1)$  para  $(A_2, C_2)$  se e somente se  $(A_1, C_1) \leq (A_2, C_2)$ .

Que classe de segurança seria o supremo e o ínfimo de cada par de classe?