Universidade Federal de Pernambuco
CIn / CCEN - Área II
1º Exercício de Cálculo Numérico 2017.1 (27 / 06 / 2017)

Aluno(a): ____ **CPF:** ______________________

Professor: ___________________________________ **Turma:** _______________________________

Instruções:

- A avaliação é individual e sem consulta ao caderno e aos colegas!
- É permitido o uso de calculadora simples/científica. O uso de calculadoras gráficas não está autorizado.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação

1- (3,0 pontos) Sabendo-se que a raiz real positiva da função $20\ln(x) - e^{x}$ encontra-se no intervalo I = [1,1; 1,2], use a interpolação inversa para determiná-la aproximadamente. **Considere três pontos do intervalo e três casas decimais.**

2- (4,5 pontos) O departamento de Eng. Mecânica da UFPE está construindo um novo tipo de carro de corrida. Depois de alguns testes no protótipo, os estudantes perceberam que o novo carro apresentou duas fases de aceleração distinta. Na primeira fase, a mais curta, o movimento do carro não é determinístico (dependendo das derrapagens e da forma como o condutor consegue dominar o carro). Na segunda fase, o carro possui um movimento muito rápido, cuja aceleração é perfeitamente definida. Considerando uma prova de curta duração 7.5 s. Na primeira fase os valores da aceleração em cada instante encontram-se na tabela:

t	0	0.5	1	1.5
$a(t)$	0	0.35	0.55	0.9

Na segunda fase da corrida a aceleração é definida pela seguinte expressão:

$$a(t) = 0.5t^2 - 0.15t \; para \; t \in [1.5, 7.5]$$

a) Estime a velocidade na primeira fase da corrida, utilizando o método dos Trapézios (a integral da aceleração é a velocidade). (1,0 pontos)
b) Estime a velocidade na primeira fase da corrida, utilizando o método de Simpson (a integral da aceleração é a velocidade). (1,0 pontos)
c) Estime a velocidade na segunda fase da corrida, utilizando o método dos Trapézios onde o erro no cálculo da velocidade deve ser, em módulo, inferior a 0.3. (1,5 pontos). Utilize quatro casas decimais de precisão em seus cálculos.

OBS: Para o problema 2, utilize 4 casas decimais em seus cálculos.

3- (2,5 pontos) Dado o tabelamento abaixo (2,5pt):

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-2	-3	-2	1	6

a. Calcule o polinômio interpolador usando a fórmula de Gregory-Newton (1,5pt)
b. Em seguida calcule P(-2) (0,5pt)
c. Se calcularmos o polinômio interpolador com 4 dos cinco pontos do tabelamento, ele será igual ao encontrado no item a) ? (0,5pt)

Formulário:

$$\mathcal{P}_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\,\mathcal{L}_i^{(n)}(x) \quad \text{onde} \quad \mathcal{L}_i^{(n)}(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

$$f_0(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

$$f_r(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+r}) = \frac{f_{r-1}(x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_{i+r}) - f_{r-1}(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+r-1})}{x_{i+r} - x_i}$$

$$r = 1, 2, 3, \ldots, n.$$
$$i = 0, 1, 2, \ldots, (n - r).$$

$$\Delta^0 f(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

$$\Delta^r f(x_i) = \Delta^{r-1} f(x_{i+1}) - \Delta^{r-1} f(x_i), \quad r = 1, 2, \ldots, n.$$
$$i = 0, 1, 2, \ldots, (n - r).$$

$$\mathcal{P}_n(x) = f(x_0) + (x - x_0) f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1) f(x_0, x_1, x_2) +$$
$$+ \ldots + (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) f(x_0, x_1, \ldots, x_n)$$

$$\mathcal{P}_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!\,h^1} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!\,h^2} + \cdots +$$
$$+ (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1})\frac{\Delta^n f(x_0)}{n!\,h^n}.$$

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx \cong h\left[\,E/2 + I + P\,\right]$$

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx \cong h/3\left[\,E + 4I + 2P\,\right]$$

$$|T_t| \leq \frac{n\,h^3}{12} M_2 \quad \text{onde} \quad M_2 = \max_{x_0 \leq m \leq x_n} |f''(m)|$$

$$|T_s| \leq \frac{n\,h^5}{180} M_4 \quad \text{onde} \quad M_4 = \max_{x_0 \leq m \leq x_n} |f^{(iv)}(m)|$$