Universidade Federal de Pernambuco
CIn / CCEN - Área II
1º Exercício de Cálculo Numérico 2017.1 (16 / 05 / 2017)

Aluno(a): ____ **CPF:** ____________________

Professor: ______________________________ **Turma:** ___________________________

Instruções:

- A prova vale 7 pontos. A primeira média da disciplina será a soma da nota desta prova com a nota do projeto.
- A avaliação é individual e sem consulta ao caderno e aos colegas!
- É permitido o uso de calculadora simples/cientíca. O uso de calculadoras gráficas não está autorizado.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação

1- (2,5 pontos) Dada a máquina F(10,3,-3,3), assinale verdadeiro ou falso justificando suas respostas.

a) Seja 0,002450 não pode ser representado nesta máquina. (0,5pt)

b) O menor erro de arredondamento que pode acontecer nesta máquina é 0,00005. (0,5pt)

c) O número de elementos desta máquina é igual a 12601. (0,5pt)

d) a(b + c + d) = ab + ac + ad, para a = 42,85 b = 7,524 c = 0,6431 e d = 0,052. (1,0pt) (FAÇA AS OPERAÇÕES EXATAMENTE DA FORMA QUE ESTÁ ESCRITO, DA ESQUERDA PARA DIREITA)

2- (4,5 pontos) Deseja-se encontrar raiz a real positiva mais próxima do eixo y, da função $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$, onde $f_1(x) = 2\cos(x)$ e $f_2(x) = ae^{bx^2}$. Para isso faça:

a) Usando o método dos mínimos quadrados, ache o ajustamento de f_2 para o tabelamento abaixo. Use 3 casas decimais nos seus cálculos. (1,50pt)

x	0.1	0.5	1	1.2	1.6
$f_2(x)$	0.529	0.662	0.876	0.982	1.23

b) Encontre graficamente (isto é esboçando gráficos das funções envolvidas) um intervalo I com amplitude 0,1, que contenha a raiz desejada de f. (1,00pt)

c) Verifique a existência de uma raiz uma única de f em I. (0,5pt)

d) Utilize o médodo de Newton para encontrar a raiz contida no intervalo I. Como ponto inicial, use o ponto médio do intervalo I. Como critério de parada use: no máximo 3 iterações **OU** se $|x^{(k)} - x^{(k-1)}| \leq 0{,}002$, considerando 3 casas decimais de precisão (1,50pt)

3- (3,0 pontos) Considere o seguinte sistema linear:

$$
\begin{aligned}
2x_1 + 6x_2 + x_3 &= 9 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &= 6 \\
3x_1 + x_2 + x_3 &= 5
\end{aligned}
$$

Verifique se é possível estabelecer uma condição suficiente para garantir a convergência do método de Gauss-Seidel para computar a solução do sistema. Caso seja possível, utilize o método de Gauss-Seidel, aplicando-o na configuração com garantia de convergência, para determinar a solução aproximada do sistema. **Parta do vetor inicial $\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}\right) = (0,0,0)$ e faça iterações até que, após a *k*-ésima iteração tenha-se a condição de parada $\max_{1 \le i \le 3} | x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} | < 0.01$ satisfeita**. Caso não seja possível estabelecer uma condição suficiente de convergência, utilize o método direto de decomposição LU para resolver o sistema. **Utilize 5 casas decimais e o arredondamento padrão**.

Formulário:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$x_{i+1} = \frac{x_{i-1} f(x_i) - x_i f(x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

$$x_i^{(k+1)} = \left(b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right) / a_{ii}$$

$$x_i^{(k+1)} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right) / a_{ii}$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} = \frac{f'}{g} - \frac{fg'}{g^2}$$

$$\sum_{k=0}^{m} a_k \sum_{i=0}^{n} \varphi_k(x_i) \varphi_j(x_i) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \varphi_j(x_i), \; j = 0, 1, 2, \ldots, \mathrm{m}$$