

**Universidade Federal de Pernambuco**

Professor: Equipe de Cálculo Numérico

Disciplina: Cálculo Numérico

Curso: ÁREA II


Aluno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Nota

Data: 28/11/2017

2º Exercício Escolar - Prova tipo 1. Esta prova possui questões múltipla escolha e verdadeiro falso. Nas questões verdadeiro/falso, marque no gabarito apenas as afirmações verdadeiras.

Marque o gabarito preenchendo completamente a região de cada alternativa.	
	<div style="text-align: center;"> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></div> <span>a b c d e</span> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></div> </div> <p>Q.1: ○○○○○○</p> <p>Q.2: ○○○○○○</p> <p>Q.3: ○○○○○○</p> <p>Q.4: ○○○○○○</p> <p>Q.5: ○○○○○○</p> <p>Q.6: ○○○○○○</p> <p>Q.7: ○○○○○○</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></div> <span>a b c d e</span> <div style="width: 20px; height: 20px; background-color: black;"></div> </div> </div>
Prova: 154820.0	

**Q.1 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Para o método das bisseções e um intervalo de separação de comprimento 4, o número mínimo de iterações necessárias para que o erro seja menor que  $1,0 \times 10^{-5}$  é de 18.
- b) ( ) Na procura da raiz aproximada de uma função  $f$ , o método das Secantes deve ser utilizado apenas quando o método de Newton falhar, ou seja se  $|f'(x)| \ll 1$ .
- c) ( ) No método iterativo linear, para que a função  $G(x)$  seja função de iteração de  $f$ , é necessário que  $|f(x_{eq})| < 1$ , onde  $x_{eq}$  é a raiz desconhecida.
- d) ( ) No método de Newton, assume-se a priori que  $|G'(x_{eq})| = 0$ , onde  $G(x)$  é função iterativa linear de  $f$ , e  $x_{eq}$  é a raiz

desconhecida tal que  $f(x_{eq}) = 0$ .

- e) ( ) O Método de Newton é um caso particular do Método iterativo linear.

**Q.2 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Na pivotação parcial do 1º pivô, o maior elemento da coluna 1 deve ter sua linha trocada de forma que ela passe a ser a primeira linha da matriz de coeficientes  $A$ .
- b) ( ) Se a condição de dominância não for verificada na matriz de coeficientes  $A$ , então a solução por um método iterativo irá divergir.
- c) ( ) Para verificar se um intervalo real  $[a; b]$  contém apenas uma raiz real da função  $f(x)$ , é suficiente mostrar que  $f(a) * f(b) < 0$ .

d) ( ) A decomposição  $LU$  possui duas matrizes triangulares, uma superior e outra inferior, e a solução do problema ocorre resolvendo primeiro  $Ux = y$  e em seguida  $Ly = b$ .

e) ( ) O nº de condição  $cond(A)$  da matriz  $A$ , indica o quão sensível a solução de uma sistema  $Ax=b$  é em relação à mudanças dos coeficientes de  $A$ . Quanto menor  $cond(A)$ , mais sensível (mal-condicionado) será o sistema.

**Q.3 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

a) ( ) Para a função  $f(x) = x(x-1)$ , o teorema de Bolzano é verificado e existe a garantia de haver apenas uma raiz real de  $f$  no intervalo  $[0, 4; 1, 5]$ .

b) ( ) No método das cordas, uma função linear  $y = ux + v$  é estabelecida a cada iteração pelos pontos  $(a; f(a))$  e  $(b; f(b))$  e a raiz aproximada é calculada fazendo  $v = 0$ .

c) ( ) No método das Secantes, são necessárias as soluções aproximadas de duas iterações anteriores, para poder se calcular a solução aproximada da próxima iteração.

d) ( ) Se o sistema for diagonal estritamente dominante, então os métodos de Jacobi e Gauss-Seidel são equivalentes em termos de desempenho.

e) ( ) É possível garantir a convergência do método de Gauss-Seidel para o sistema  $x + 2y = 1$  e  $3x + y = -2$ .

**Q.4 (1.00)** - Calcule aproximadamente a raiz de  $f(x) = e^{-x} - \sin(5x)$  usando o método de Newton. Parta do ponto  $x_0 = 0,25$  e execute duas iterações. Considere 4 casas decimais em todos os cálculos. Seja  $S = x_0 + x_1 + x_2$ , então a soma dos dígitos de  $S$  vale:

a) ( ) 15

b) ( ) 16

c) ( ) 14

d) ( ) 13

e) ( ) 12

**Q.5 (1.00)** - Considere a função  $f(x) = \ln(x) + \sin(x)$  no intervalo  $[0, 5; 0, 6]$ . Sejam:

1.  $G(x) = \exp(-\sin(x))$ .

2.  $G(x) = \ln(x) + \sin(x) - x$ .

3.  $G(x) = \ln(x) + \sin(x) + x$ .

Com respeito ao método iterativo linear, são funções de iteração de  $f$ :

a) ( ) 1

b) ( ) 2

c) ( ) 3

d) ( ) 1 e 2

e) ( ) 1 e 3

**Q.6 (1.00)** - Seja o sistema  $3x + 2y = 4$  e  $x - 5y = 7$ , calcule os coeficientes das matrizes  $L$  e  $U$ . Então  $l_{11} + l_{12} + l_{21} + l_{22} + u_{11} + u_{12} + u_{21} + u_{22}$  vale:

a) ( ) 1

b) ( ) 2

c) ( ) 3

d) ( ) 4

e) ( ) 5

**Q.7 (1.00)** - Seja o sistema  $x + 3y = 5$  e  $4x + 2,5y = 1$ , verifique se existe garantia de que o sistema convergirá se for utilizado um método iterativo. Caso a garantia seja verificada, use o método de Gauss-Seidel partindo do ponto  $(0, 5; 0, 5)$  e execute duas iterações. Caso contrário resolva-o pelo método de eliminação de Gauss com pivotação parcial. Considere 1 casa decimal de precisão para todos os cálculos. Quanto vale  $10 \times (x + y)$ ?

a) ( ) 11

b) ( ) -120

c) ( ) 10

d) ( ) -5

e) ( ) 13

**Universidade Federal de Pernambuco**

Professor: Equipe de Cálculo Numérico

Disciplina: Cálculo Numérico

Curso: ÁREA II

Aluno: \_\_\_\_\_


Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Nota

Data: 28/11/2017

2º Exercício Escolar - Prova tipo 2. Esta prova possui questões múltipla escolha e verdadeiro falso. Nas questões verdadeiro/falso, marque no gabarito apenas as afirmações verdadeiras.

Marque o gabarito preenchendo completamente a região de cada alternativa.



a  b  c  d  e

Q.1:

Q.2:

Q.3:

Q.4:

Q.5:

Q.6:

Q.7:

a  b  c  d  e

Prova: 154819.0

**Q.1 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Para o método das bisseções e um intervalo de separação de comprimento 4, o número mínimo de iterações necessárias para que o erro seja menor que  $1,0 \times 10^{-5}$  é de 18.
- b) ( ) Na procura da raiz aproximada de uma função  $f$ , o método das Secantes deve ser utilizado apenas quando o método de Newton falhar, ou seja se  $|f'(x)| \ll 1$ .
- c) ( ) No método iterativo linear, para que a função  $G(x)$  seja função de iteração de  $f$ , é necessário que  $|f(x_{eq})| < 1$ , onde  $x_{eq}$  é a raiz desconhecida.
- d) ( ) No método de Newton, assume-se a priori que  $|G'(x_{eq})| = 0$ , onde  $G(x)$  é função iterativa linear de  $f$ , e  $x_{eq}$  é a raiz

desconhecida tal que  $f(x_{eq}) = 0$ .

- e) ( ) O Método de Newton é um caso particular do Método iterativo linear.

**Q.2 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Na pivotação parcial do 1º pivô, o maior elemento da coluna 1 deve ter sua linha trocada de forma que ela passe a ser a primeira linha da matriz de coeficientes  $A$ .
- b) ( ) Se a condição de dominância não for verificada na matriz de coeficientes  $A$ , então a solução por um método iterativo irá divergir.
- c) ( ) Para verificar se um intervalo real  $[a; b]$  contém apenas uma raiz real da função  $f(x)$ , é suficiente mostrar que  $f(a) * f(b) < 0$ .

d) ( ) A decomposição  $LU$  possui duas matrizes triangulares, uma superior e outra inferior, e a solução do problema ocorre resolvendo primeiro  $Ux = y$  e em seguida  $Ly = b$ .

e) ( ) O nº de condição  $cond(A)$  da matriz  $A$ , indica o quão sensível a solução de uma sistema  $Ax=b$  é em relação à mudanças dos coeficientes de  $A$ . Quanto menor  $cond(A)$ , mais sensível (mal-condicionado) será o sistema.

**Q.3 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

a) ( ) Para a função  $f(x) = x(x-1)$ , o teorema de Bolzano é verificado e existe a garantia de haver apenas uma raiz real de  $f$  no intervalo  $[0, 4; 1, 5]$ .

b) ( ) No método das cordas, uma função linear  $y = ux + v$  é estabelecida a cada iteração pelos pontos  $(a; f(a))$  e  $(b; f(b))$  e a raiz aproximada é calculada fazendo  $v = 0$ .

c) ( ) No método das Secantes, são necessárias as soluções aproximadas de duas iterações anteriores, para poder se calcular a solução aproximada da próxima iteração.

d) ( ) Se o sistema for diagonal estritamente dominante, então os métodos de Jacobi e Gauss-Seidel são equivalentes em termos de desempenho.

e) ( ) É possível garantir a convergência do método de Gauss-Seidel para o sistema  $x + 2y = 1$  e  $3x + y = -2$ .

**Q.4 (1.00)** - Calcule aproximadamente a raiz de  $f(x) = e^{-x} - \text{sen}(5x)$  usando o método de Newton. Parta do ponto  $x_0 = 0,45$  e execute duas iterações. Considere 4 casas decimais em todos os cálculos. Seja  $S = x_0 + x_1 + x_2$ , então a soma dos dígitos de  $S$  vale:

a) ( ) 22

b) ( ) 21

c) ( ) 23

d) ( ) 24

e) ( ) 25

**Q.5 (1.00)** - Considere a função  $f(x) = \ln(x) + \text{sen}(x)$  no intervalo  $[0, 5; 0, 6]$ . Sejam::

1.  $G(x) = \ln(x) + \text{sen}(x) - x$ .

2.  $G(x) = \exp(-\text{sen}(x))$ .

3.  $G(x) = \ln(x) + \text{sen}(x) + x$ .

Com respeito ao método iterativo linear, são funções de iteração de  $f$ :

a) ( ) 2

b) ( ) 1

c) ( ) 3

d) ( ) 1 e 2

e) ( ) 1 e 3

**Q.6 (1.00)** - Seja o sistema  $2x + y = 2$  e  $3x + 2y = 5$ , calcule os coeficientes das matrizes  $L$  e  $U$ . Então  $l_{11} + l_{12} + l_{21} + l_{22} + u_{11} + u_{12} + u_{21} + u_{22}$  vale:

a) ( ) 8

b) ( ) 7

c) ( ) 6

d) ( ) 5

e) ( ) 4

**Q.7 (1.00)** - Seja o sistema  $x + 2y = 1$  e  $2x + 1,5y = 1$ , verifique se existe garantia de que o sistema convergirá se for utilizado um método iterativo. Caso a garantia seja verificada, use o método de Gauss-Seidel partindo do ponto  $(0, 5; 0, 5)$  e execute duas iterações. Caso contrário resolva-o pelo método de eliminação de Gauss com pivotação parcial. Considere 1 casa decimal de precisão para todos os cálculos. Quanto vale  $10 \times (x + y)$  ?

a) ( ) 9

b) ( ) -5

c) ( ) 13

d) ( ) 0

e) ( ) 10

**Universidade Federal de Pernambuco**

Professor: Equipe de Cálculo Numérico

Disciplina: Cálculo Numérico

Curso: ÁREA II


Aluno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Nota

Data: 28/11/2017

2º Exercício Escolar - Prova tipo 3. Esta prova possui questões múltipla escolha e verdadeiro falso. Nas questões verdadeiro/falso, marque no gabarito apenas as afirmações verdadeiras.

Marque o gabarito preenchendo completamente a região de cada alternativa.	
	<div style="text-align: center;"> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> <span style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; display: inline-block;"></span> <span style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; display: inline-block;"></span> </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px; margin-top: 5px;"> <span>a</span> <span>b</span> <span>c</span> <span>d</span> <span>e</span> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.1: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.2: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.3: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.4: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.5: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.6: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="margin-top: 5px;">           Q.7: <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px; margin-top: 5px;"> <span>a</span> <span>b</span> <span>c</span> <span>d</span> <span>e</span> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%; margin-top: 5px;"> <span style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; display: inline-block;"></span> <span style="width: 20px; height: 20px; background-color: black; display: inline-block;"></span> </div> </div>
Prova: 154821.0	

**Q.1 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Para o método das bisseções e um intervalo de separação de comprimento 4, o número mínimo de iterações necessárias para que o erro seja menor que  $1,0 \times 10^{-5}$  é de 18.
- b) ( ) Na procura da raiz aproximada de uma função  $f$ , o método das Secantes deve ser utilizado apenas quando o método de Newton falhar, ou seja se  $|f'(x)| \ll 1$ .
- c) ( ) No método iterativo linear, para que a função  $G(x)$  seja função de iteração de  $f$ , é necessário que  $|f(x_{eq})| < 1$ , onde  $x_{eq}$  é a raiz desconhecida.
- d) ( ) No método de Newton, assume-se a priori que  $|G'(x_{eq})| = 0$ , onde  $G(x)$  é função iterativa linear de  $f$ , e  $x_{eq}$  é a raiz

desconhecida tal que  $f(x_{eq}) = 0$ .

- e) ( ) O Método de Newton é um caso particular do Método iterativo linear.

**Q.2 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

- a) ( ) Na pivotação parcial do 1º pivô, o maior elemento da coluna 1 deve ter sua linha trocada de forma que ela passe a ser a primeira linha da matriz de coeficientes  $A$ .
- b) ( ) Se a condição de dominância não for verificada na matriz de coeficientes  $A$ , então a solução por um método iterativo irá divergir.
- c) ( ) Para verificar se um intervalo real  $[a; b]$  contém apenas uma raiz real da função  $f(x)$ , é suficiente mostrar que  $f(a) * f(b) < 0$ .

d) ( ) A decomposição  $LU$  possui duas matrizes triangulares, uma superior e outra inferior, e a solução do problema ocorre resolvendo primeiro  $Ux = y$  e em seguida  $Ly = b$ .

e) ( ) O nº de condição  $cond(A)$  da matriz  $A$ , indica o quão sensível a solução de uma sistema  $Ax=b$  é em relação à mudanças dos coeficientes de  $A$ . Quanto menor  $cond(A)$ , mais sensível (mal-condicionado) será o sistema.

**Q.3 (2.00)** - Assine as afirmações verdadeiras:

a) ( ) Para a função  $f(x) = x(x-1)$ , o teorema de Bolzamo é verificado e existe a garantia de haver apenas uma raiz real de  $f$  no intervalo  $[0, 4; 1, 5]$ .

b) ( ) No método das cordas, uma função linear  $y = ux + v$  é estabelecida a cada iteração pelos pontos  $(a; f(a))$  e  $(b; f(b))$  e a raiz aproximada é calculada fazendo  $v = 0$ .

c) ( ) No método das Secantes, são necessárias as soluções aproximadas de duas iterações anteriores, para poder se calcular a solução aproximada da próxima iteração.

d) ( ) Se o sistema for diagonal estritamente dominante, então os métodos de Jacobi e Gauss-Seidel são equivalentes em termos de desempenho.

e) ( ) É possível garantir a convergência do método de Gauss-Seidel para o sistema  $x + 2y = 1$  e  $3x + y = -2$ .

**Q.4 (1.00)** - Calcule aproximadamente a raiz de  $f(x) = e^{-x} - \text{sen}(5x)$  usando o método de Newton. Parta do ponto  $x_0 = 1,20$  e execute duas iterações. Considere 4 casas decimais em todos os cálculos. Seja  $S = x_0 + x_1 + x_2$ , então a soma dos dígitos de  $S$  vale:

a) ( ) 18

b) ( ) 17

c) ( ) 16

d) ( ) 15

e) ( ) 14

**Q.5 (1.00)** - Considere a função  $f(x) = \ln(x) + \text{sen}(x)$  no intervalo  $[0, 5; 0, 6]$ . Sejam :

1.  $G(x) = \ln(x) + \text{sen}(x) - x$ .

2.  $G(x) = \ln(x) + \text{sen}(x) + x$ .

3.  $G(x) = \exp(-\text{sen}(x))$ .

Com respeito ao método iterativo linear, são funções de iteração de  $f$ :

a) ( ) 3

b) ( ) 2

c) ( ) 1

d) ( ) 2 e 3

e) ( ) 1 e 3

**Q.6 (1.00)** - Seja o sistema  $2x + 3y = 0$  e  $4x + y = 10$ , calcule os coeficientes das matrizes  $L$  e  $U$ . Então  $l_{11} + l_{12} + l_{21} + l_{22} + u_{11} + u_{12} + u_{21} + u_{22}$  vale:

a) ( ) 4,5

b) ( ) 5,5

c) ( ) 3,5

d) ( ) 2,5

e) ( ) 1,5

**Q.7 (1.00)** - Seja o sistema  $2x + 3y = 10$  e  $1,5x - y = 1$ , verifique se existe garantia de que o sistema convergirá se for utilizado um método iterativo. Caso a garantia seja verificada, use o método de Gauss-Seidel partindo do ponto  $(0, 5; 0, 5)$  e execute duas iterações. Caso contrário resolva-o pelo método de eliminação de Gauss com pivotação parcial. Considere 1 casa decimal de precisão para todos os cálculos. Quanto vale  $10 \times (x + y)$  ?

a) ( ) 42

b) ( ) -120

c) ( ) 10

d) ( ) 40

e) ( ) 0

Calculo Numérico:

Questão 1:

- a) FALSO,  $n = 19$
- b) FALSO, o método das secantes pode ser usado em qualquer problema.
- c) FALSO,  $-1 < G'(x^*) > 1$ .
- d) VERDADEIRO
- e) VERDADEIRO

Questão 2:

- a) FALSO, maior elemento em módulo.
- b) FALSO, nada pode se afirmar.
- c) FALSO, é necessário também mostrar que  $f'(x)$  tem sinal constante em  $[a;b]$ .
- d) FALSO, na ordem trocada
- e) FALSO, quanto MAIOR  $\text{cond}(A)$ , mais sensível.

Questão 3 :

- a) FALSO,  $f'(x) = 2x - 1$  muda de sinal,  $f'(0,4) = -0,2$  e  $f'(1,5) = 2$
- b) FALSO, fazendo  $y = 0$  e  $x = -v/u$ .
- c) VERDADEIRO
- d) FALSO, Gauss-Seidel converge em um número de iterações igual ou inferior ao de Jacobi, portanto tem melhor desempenho.
- e) VERDADEIRO, basta trocar as linha e avaliar a dominância.

Questão 4:

TIPO 1:  $x_0 = 0,25 \rightarrow X_1 = 0,1777 \rightarrow X_2 = 0,193 \rightarrow S1 = 0,6207 \rightarrow$   
RESP: 15  
TIPO 2:  $x_0 = 0,45 \rightarrow X_1 = 0,5061 \rightarrow X_2 = 0,4978 \rightarrow S1 = 1,4539 \rightarrow$   
RESP: 22  
TIPO 3:  $x_0 = 1,20 \rightarrow X_1 = 1,3138 \rightarrow X_2 = 1,3112 \rightarrow S1 = 3,825 \rightarrow$   
RESP: 18

Questão 5:

$G(x) = \exp(-\text{sen}(x))$  é função iterativa linear de  $f(x)$

Questão 6:

TIPO 1:

$3x + 2y = 4$   
 $x - 5y = 7$   
 $L11=3, L21 = 1, L12 = 0, L22 = -17/3,$   
 $U11 = 1, U12 = 2/3, U21 = 0, U22 = 1$   
RESP: 1

TIPO 2:

$2x + y = 2$   
 $3x + 2y = 5$   
 $L11=2, L21 = 3, L12 = 0, L22 = 0,5,$   
 $U11 = 1, U12 = 0,5, U21 = 0, U22 = 1$   
RESP: 8

TIPO 3:

$2x + 3y = 0$   
 $4x + y = 10$   
 $L11=2, L21 = 4, L12 = 0, L22 = -5,$   
 $U11 = 1, U12 = 1,5, U21 = 0, U22 = 1$   
RESP: 4,5

Questão 7:

obs: houve mudança no gabarito da prova tipo 2, apresentado abaixo

TIPO 1:

$$4x + 2,5y = 1 \quad \text{--> dominante por linha}$$

$$x + 3y = 5$$

$$\text{RESP: } x \text{ --> } 0,5 \text{ --> } -0,1 \text{ --> } -0,8$$

$$y \text{ --> } 0,5 \text{ --> } 1,7 \text{ --> } 1,9$$

$$10*(x+y) = 11$$

TIPO 2:

$$2x + 1,5y = 1 \quad \text{--> dominante por linha}$$

$$x + 2y = 2$$

$$\text{RESP: } x \text{ --> } 0,5 \text{ --> } 0,1 \text{ --> } 0,2$$

$$y \text{ --> } 0,5 \text{ --> } 0,4 \text{ --> } 0,4$$

$$10*(x+y) = 6$$

TIPO 3:

$$1,5x - y = 1 \quad \text{--> dominante por linha}$$

$$2x + 3y = 10$$

$$\text{RESP: } x \text{ --> } 0,5 \text{ --> } 1,0 \text{ --> } 2,5$$

$$y \text{ --> } 0,5 \text{ --> } 2,7 \text{ --> } 1,7$$

$$10*(x+y) = 42$$