UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Área II

Disciplina: Cálculo Numérico

Data: 02/07/2015

Primeiro Semestre de 2015

Segunda Avaliação

____

Nome do aluno

____

Assinatura do aluno

INSTRUÇÕES:

1. Leia toda a prova antes de iniciá-la. Informe imediatamente qualquer erro.

2. A prova pode ser respondida a lápis, mas as respostas finais devem estar em estar em caneta.

3. Início da prova às ***10:30*** com duração de ***2 horas*** e um tempo mínimo de permanência em sala de ***60*** min.

4. A prova é **Individual** e **Sem consulta**.

5. Nos itens onde uma máquina não for definida, use **4 dígitos e arredondamento padrão** nas suas respostas

BOA PROVA!

1. (1,0) Encontre o polinômio de grau 3 que interpola $y = x^3$ nos pontos $x_0 = 0{,}5$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ e $x_4 = 5$.

2. (3,0) Obtenha, usando todos os pontos do tabelamento abaixo, o polinômio interpolador P, sabendo que P possui grau 2. Qual o valor estimado para $x = 1{,}5$?

x_i	0	2	4	6
$f(x_i)$	-1	a	8	20

3. (3,0) Dada a função $f(x) = \cos(x) + \ln(x)$

   a. Cálcule por meio de uma aproximação numérica a área entre $f(x)$ e o eixo x dentro do intervalo $[0{,}5\ ;\ 5{,}75]$. Utilize um tabelamento de 4 pontos. (2,0)

   b. O que poderia ser feito para diminuir o erro cometido na integração numérica do item (a) ? (1,0)

4. (3,0) Projeto

$|E| \leq \frac{nh^3}{12} M_2, M_2 = max_{x_0 \leq m \leq x_n} |f''(m)|$, $|E| \leq \frac{nh^5}{180} M_4, M_4 = max_{x_0 \leq m \leq x_n} |f^{iv}(m)|$

$\int_a^b h(x)dx \approx h\left[\frac{E}{2} + I + P\right]$, $\int_a^b h(x)dx \approx \frac{h}{3}[E + 4I + 2P]$

$P(x) = f(x_0) + (x - x_0)f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1)f(x_0, x_1, x_2) + \cdots + (x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1})f(x_0, x_1, \cdots, x_n)$

$P(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!h^1} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!h^2} + \cdots + (x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1})\frac{\Delta^n f(x_0)}{n!h^n}$

$P(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i)\mathcal{L}_i(x)$ onde $\mathcal{L}_i(x) = \Pi_{j=0, j\neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$.

$f_0(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$$f_r(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+r}) = \frac{f_{r-1}(x_{i+1}, x_{i+2}, \ldots, x_{i+r}) - f_{r-1}(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+r-1})}{x_{i+r} - x_i}$$

$r = 1, 2, 3, \ldots, n.$
$i = 0, 1, 2, \ldots, (n - r).$

$\Delta^0 f(x_i) = f(x_i), \quad i = 0, 1, 2, \ldots, n.$

$\Delta^r f(x_i) = \Delta^{r-1} f(x_{i+1}) - \Delta^{r-1} f(x_i), \quad r = 1, 2, \ldots, n. \quad i = 0, 1, 2, \ldots, (n - r).$