UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Área II

Disciplina: Cálculo Numérico

Data: 26/05/2015

Primeiro Semestre de 2015

Primeira Avaliação

____

Nome do aluno

____

Assinatura do aluno

INSTRUÇÕES:

1. Leia toda a prova antes de iniciá-la. Informe imediatamente qualquer erro.

2. A prova pode ser respondida a lápis, mas as respostas finais devem estar em estar em caneta.

3. Início da prova às ***11:00*** com duração de ***2 horas*** e um tempo mínimo de permanência em sala de ***60*** min.

4. A prova é **Individual** e **Sem consulta**.

5. Nos itens onde uma máquina não for definida, use **4 dígitos e arredondamento padrão** nas suas respostas

BOA PROVA!

1. (2,0) Considere as máquina F(10,15,-8,e_2) e G(10,4,-5,5).

   a. (1,0) Qual deve ser o menor valor possível de e_2 da máquina F de forma que (i) o erro máximo obtido em um arredondamento padrão seja menor que 10^{-6} e que (ii) a quantidade de números com representação exata seja maior que 25×10^{15}

   b. (0,5) Defina a região do conjunto dos números reais representáveis pela máquina G

   c. (0,5) Sendo $x = 0.7237.10^4$, $y = 0.2145.10^{-3}$ e $z = 0.2585.10^1$ podemos afirmar que ${}^{xy}/_{z} = x({}^{y}/_{z})$ em G ? Demonstre sua resposta

2. (2,0) Seja $f(x) = -x^3 + \log_2 x + 3$ (dica: $\log_b x = \log_e x \,/\, \log_e b$)

   a. Localize graficamente a raíz de f(x) mais **distante** da origem

   b. Analiticamente, determine um intervalo de separação de amplitude 0,2 contendo a raíz localizada no item anterior. Prove a existência das condições necessárias para definir um intervalo de searação.

   c. Aplique o método de Newton para encontrar a raíz localizada no item anterior. Use como aproximação inicial o ponto médio do intervalo definido no item b e execute 3 iterações ou pare se $|x_k - x_{k-1}| < 0.02$

3. (3,0) Utilizando todos os pontos do tabelamento abaixo, aplique o método dos mínimos quadrados para calcular a melhor função de ajuste do tipo $P(x) = {}^{x}/_{(a_0x^2 + a_1x + a_2)}$. Para solucionar o sistema de equações lineares, aplique o

método de Gauss-Seidel até que $max_{1 \le i \le n} \left| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \right| < 0.08$ ou até que sejam executadas 3 iterações. Use $x^{(0)} = (0{,}5\, ;\, 1{,}5\, ;\, -1{,}5)^t$ como aproximação inicial. Não se preocupe em demonstrar as condições de convergência para o sistema encontrado (ele já possui convergência garantida).

x_i	-1	2	3
$f(x_i)$	0,25	0,4	0,25

4. (3,0) Projeto

$$\sum_{k=0}^{m} a_k \sum_{i=0}^{n} g_j(x_i)\, g_k(x_i) = \sum_{i=0}^{n} g_j(x_i)\, f(x_i) \qquad j = 0, 1, \ldots, m$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$x_i^{(k+1)} = (1/a_{ii}) \left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right] \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$x_i^{(k+1)} = (1/a_{ii}) \left[b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \ne i}}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right] \qquad i = 1, \ldots, n$$