Gabarito

Questão 1

a) (0.5 pts.) Quantos números podem ser representados de maneira exata tanto

pela máquina F1(2, 2, −9, 9) quanto pela máquina F2(5, 2, −9, 9)? Justifique.

N(F) = 2 * (b-1) * b^(t-1)*(e2-e1+1)+1

N(F1) = 2*1*2^1*19 + 1 = 77

N(F2) = 2*4*5^1*19 + 1 = 761

b) (1,5 pts.) Considere a máquina de ponto flutuante F(10, 2, −3, 3) e os valores

a = 1.255, b = 2.45, c = 1.15 e d = 97.5. Verifique se (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd. Faça as operações da esquerda para a direita, respeitando a ordem de precedência entre as operações e os parêntesis.

Representações de a,b,c e d em F(10,2,-3,3):

a = 1,3x10^0

b = 2,4x10^0

c = 1,2x10^0

d = 9,8x10^1

(a+b)(c+d) =(1,3x10^0 + 2,4x10^0)(1,2x10^0 + 9,8x10^1) =

(3,7x10^0)(99,2x10^0) => normalizando

(3,7x10^0)(9,92x10^1) => arredondando

(3,7x10^0)(9,9x10^1) =

(36,63x10^1) => normalizando

(3,663x10^2) => arredondando

(3,7x10^2)

ac + ad + bc + bd =

(1,3x10^0 * 1,2x10^0) + (1,3x10^0 * 9,8x10^1) + (2,4x10^0 * 1,2x10^0) + (2,4x10^0 * 9,8x10^1)

= (1,56x10^0) + (12,74x10^1) + (2,88x10^0) + (23,52x10^1) => normalizando

(1,56x10^0) + (1,274x10^2) + (2,88x10^0) + (2,352x10^2) => arredondando

1,6x10^0 + 1,3x10^2 + 2,9x10^0 + 2,4x10^2 =

131,6x10^0 + 2,9x10^0 + 2,4x10^2 => normalizando

1,316x10^2 + 2,9x10^0 + 2,4x10^2 => arredondando

1,3x10^2 + 2,9x10^0 + 2,4x10^2 =

132,9x10^0 +2,4x10^2 => normalizando

1,329x10^2 +2,4x10^2 => arredondando

1,3x10^2 + 2,4x10^2 =

3,7x10^2

c) (1 pt.) Informe o intervalo de Underflow e de Overflow da máquina G(10, 5, −16, 15).

xmin = 1,0000x10^-16

xmax = 9,9999x10^15

Underflow = (-1,0000x10^-16; 0) U (0 ; 1,0000x10^-16)

Overflow = (-inf; -9,9999x10^15) U (9,9999x10^15; inf)

Questão 2

2º)

a)

$f(x) = x^3 - x^2 - x + \cos(x)$

$g(x) = h(x)$

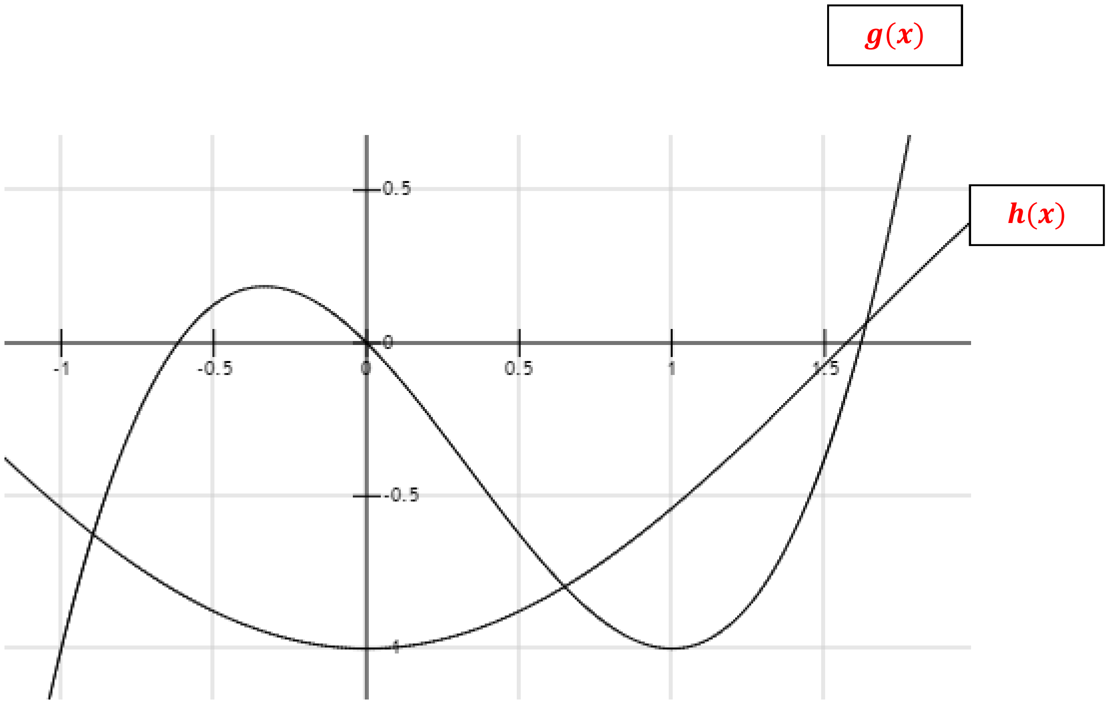
$h(x) = -\cos(x)$

$g(x) = x^3 - x^2 - x$

$g'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

Raízes de $g'(x)$: $1\ e - \frac{1}{3}$

$g(1) = -1\ ;\ g\left(-\frac{1}{3}\right) = 0{,}1852$



b)

I=[0,6;0,7]

<u>Condições de convergência:</u>

- f(0,6).f(0,7)<0
- $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 - sen(x)$
    - $-sen(x) < 0, \forall x \in [0{,}6; 0{,}7]$
    - $g'(x) = 3x^2 - 2x - 1 < 0, \forall x \in [0{,}6; 0{,}7]$
        - $raízes\ de\ g'(x) => 1\ e - \frac{1}{3}$
        - $g'(0) = -1$
    - Logo, $f'(x) < 0, \forall x \in [0{,}6; 0{,}7]$
- $f(x)é\ continua\ em\ [0{,}6; 0{,}7]$

c)

$$x_0 = 0.65$$

$x_1 = 0.65 - \frac{f(0.65)}{f'(0.65)} \cong 0.64891$

$$x_2 = 0.64891 - \frac{f(0.64891)}{f'(0.64891)} \cong 0.64891$$

Questão 3

Questão 3:

1º caso: $f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2$

i	X	fx	G0	G1	G2	G0.G1	G0.G2	G1.G2	G0^2	G1^2	G2^2	f.G0	f.G1	f.G2
0	1	1.256	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.26	1.26	1.26
1	3	3.135	9	3	1	27	9	3	81	9	1	28.2	9.41	3.14
2	5	4.243	25	5	1	125	25	5	625	25	1	106.0	21.2	4.24
3	7	4.133	49	7	1	343	49	7	2401	49	1	203	28.9	4.13
						496	84	16	3111	84	4	338	60.8	12.8

$$\begin{matrix} 3111 & 496 & 84 \\ 496 & 84 & 16 \\ 84 & 16 & 4 \end{matrix} \times \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{matrix} = \begin{matrix} 338 \\ 60.8 \\ 12.8 \end{matrix}$$

Aplicando Gauss-Seidel:

$$a^{(0)} = \begin{matrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{matrix}$$

$$a^{(1)} = \begin{matrix} 0.0154 \\ 0.5380 \\ 0.7250 \end{matrix}$$

$$a^{(2)} = \begin{matrix} 0.0033 \\ 0.5660 \\ 0.8670 \end{matrix}$$

$$a^{(3)} = \begin{matrix} -0.0050 \\ 0.5880 \\ 0.9530 \end{matrix}$$

2º caso: $f(x) = a_0x + a_1$

i	x	f	Go	G1	G0^2	G1^2	G0xG1	fxG0	fXG1
0	1	1.256	1	1	1	1	1	1.26	1.26
1	3	3.135	3	1	9	1	3	9.41	3.14
2	5	4.243	5	1	25	1	5	21.2	4.24
3	7	4.133	7	1	49	1	7	28.9	4.13
					84	4	16	60.8	12.8

$$\begin{matrix} 84 & 16 \\ 16 & 4 \end{matrix} \times \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \end{matrix} = \begin{matrix} 60.8 \\ 12.8 \end{matrix}$$

Aplicando LU:

$$a = \begin{matrix} 0.48 \\ 1.28 \end{matrix}$$

Calculando o somatório dos quadrados dos resíduos:

Para $f(x) = -0.0050x^2 + 0.5880x + 0.9530$:

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n} R^2(x_i) = &\left((-0.005 * (1)^2 + 0.588 * (1) + 0.9530) - 1.256\right)^2 \\ &+ \left((-0.005 * (3)^2 + 0.588 * (3) + 0.9530) - 3.135\right)^2 \\ &+ \left((-0.005 * (5)^2 + 0.588 * (5) + 0.9530) - 4.243\right)^2 \\ &+ \left((-0.005 * (7)^2 + 0.588 * (7) + 0.9530) - 4.133\right)^2 = 0.9959\end{aligned}$$

Para $f(x) = 0.48x + 1.28$

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n} R^2(x_i) = &\left((0.48 * (1) + 1.28) - (1.256)\right)^2 + ((0.48 * (3) + 1.28) - (3.135))\text{^}2 \\ &+ ((0.48 * (5) + 1.28) - (4.243))\text{^}2 + ((0.48 * (7) + 1.28) - (4.133))\text{^}2 \\ &= 1.033\end{aligned}$$

Assim, considerando uma parábola e uma reta, a parábola ($f(x) = -0.0050x^2 + 0.5880x + 0.9530$) é a curva que melhor se ajusta ao tabelamento dado.