UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Área II

Disciplina: Cálculo Numérico

Data: 11/02/2014

Segundo Semestre de 2013

Segunda Avaliação - Gabarito

Questão 1)

Resolvendo por Gregory-Newton.

i	xi	Δ^0	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4
0	0	100	-10,444	-0,6215	0,4671	0,02567
1	5	89,556	-11,0655	-0,1544	0,49277	
2	10	78,4905	-11,2199	0,33837		
3	15	67,2706	-10,8815			
4	20	56,38907				

a)

$P_4(x) = f(x_0) + z\frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!} + z(z-1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!} + z(z-1)(z-2)\frac{\Delta^3 f(x_0)}{3!} + z(z-1)(z-2)(z-3)\frac{\Delta^4 f(x_0)}{4!}$

Substituindo os valores de $\Delta^1 f(x_0)$, $\Delta^2 f(x_0)$, $\Delta^3 f(x_0)$ e $\Delta^4 f(x_0)$,chegamos a:

$P_4(x) = 0{,}00107z^4 + 0{,}07144z^3 - 0{,}53254z^2 - 9{,}98396z + 100$

Como $z = \frac{x-x_0}{h}$, temos que $z = \frac{x-0}{5}$. E como procuramos estimar o valor da população para x=9, temos que $z = \frac{9-0}{5} = 1{,}8$.

Logo, $P_4(9) = 0{,}01123 + 0{,}41663 - 1{,}72542 - 17{,}97112 + 100$

$P_4(9) = 80{,}73132$

b)

$f(x) = {}^{300}/_{(2+e^{0{,}06x})}$

$f(9) = 80{,}73182$

Erro = $|P_4(9) - f(9)| = 0{,}00050$

c)

i	xi	Δ^0	Δ^1	Δ^2	Δ^3	Δ^4
0	0	100	-10,444	-0,6215	0,4671	$a - 56{,}3634$
1	5	89,556	-11,0655	-0,1544	$a - 55{,}8963$	
2	10	78,4905	-11,2199	$a - 56{,}0507$		
3	15	67,2706	$a - 67{,}2706$			
4	20	a				

$P_4(x) = f(x_0) + z\frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!} + z(z-1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!} + z(z-1)(z-2)\frac{\Delta^3 f(x_0)}{3!} + z(z-1)(z-2)(z-3)\frac{\Delta^4 f(x_0)}{4!}$

Substituindo os valores, temos:

$P_4(x) = 100 + z\frac{-10,444}{1!} + z(z-1)\frac{-0,6215}{2!} + z(z-1)(z-2)\frac{0,4671}{3!} + z(z-1)(z-2)(z-3)\frac{a-56,3634}{4!}$

Como $z = \frac{x-x_0}{h}$, temos que $z = \frac{x-0}{5}$. E como estamos assumindo que para x=12, a população se anula, calculamos o z correspondente: $z = \frac{12-0}{5} = 2,4$.

Logo, fazendo $P_4(12) = 0$, temos:

$100 + (2,4)\frac{-10,444}{1!} + 2,4(2,4-1)\frac{-0,6215}{2!} + 2,4(2,4-1)(2,4-2)\frac{0,4671}{3!} + 2,4(2,4-1)(2,4-2)(2,4-3)\frac{a-56,3634}{4!} = 0$

$a = 2258,59297.$

Questão 2)

a)

i	xi	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4
0	-2	2	-2	1	0	0
1	0	-2	1	1	0	
2	1	-1	4	1		
3	3	7	7			
4	4	14				

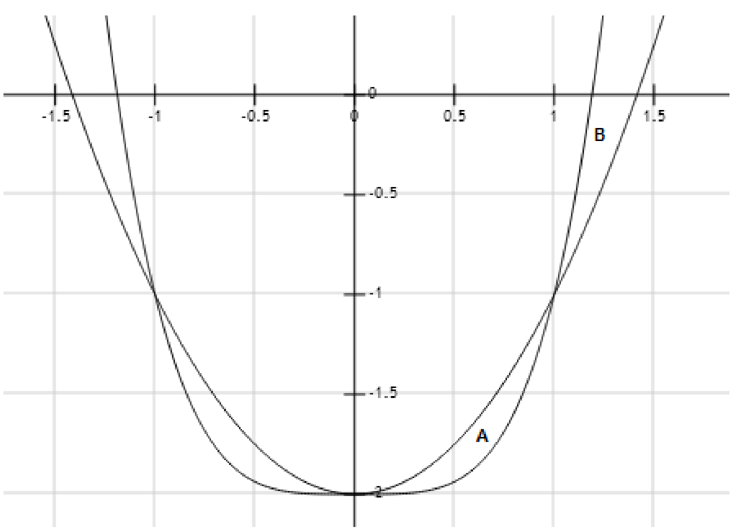
$$P_4(x) = f(x_0) + (x-x_0)f(x_0,x_1) + (x-x_0)(x-x_1)f(x_0,x_1,x_2) + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)f(x_0,x_1,x_2,x_3) + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)f(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4)$$

Substituindo os valores, temos:

$P_4(x) = 2 + (x+2)(-2) + (x+2)(x)1 + 0 + 0$

$P_4(x) = x^2 - 2$

b)



c)

$f(x) = x^2 - 2 - (x^4 - 2) = x^2 - x^4$

Queremos encontrar $\int_0^1 x^2 - x^4 dx$.

x_i	0	0,25	0,5	0,75	1,0
$f(x_i)$	0	0,058594	0,1875	0,24609	0

E=0, I=0,30469, P=0,1875.

Por Simpson, temos que $\int_0^1 x^2 - x^4 dx \cong h/3(E + 4I + 2P)$

Logo, $\int_0^1 x^2 - x^4 dx = \cong 0{,}25/3(0 + 4 * 0{,}30469 + 2 * 0{,}1875) = 0{,}13281$.

Obs: Neste gabarito consideramos a área entre 0 e 1, indicada no gráfico com a letra A. Entretanto, também estarão corretas as respostas em que o aluno considerou a soma de A e B ou somente B.

d)

$Erro < 10^{-8}$

$\frac{nh^5}{180}. M_4 < 10^{-8}$

Calculando M_4:

$M_4 = \max_{x_0 \le x \le x_n} |f^{(iv)}(x)|$

$f^{(iv)}(x) = -24$, logo $M_4 = 24$.

Sabendo que $h = \frac{x_n - x_0}{h}$, temos que $h = 1/n$.

Logo,

$\frac{n(1/n)^5}{180}. 24 < 10^{-8}$

Ou seja, $n > 60{,}42$, o que implica $n \geq 62$ (Simpson exige n par).