1 Questão 1

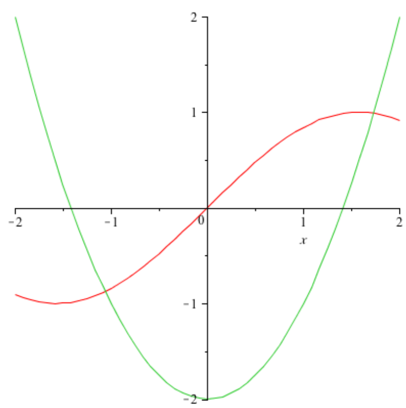
a) Temos que $2 \times 9 \times 10 \times 10^n \times 19 + 1 \geq 10^6$. Para isso ser verdade, $n \geq 3$.

b) 5×10^6.

c) $a = 2.56 \times 10^0$; $b = 3.02 \times 10^1$; $c = 1.01 \times 10^1$; $d = 1.22 \times 10^{-2}$; $(a+b) = 3.28 \times 10^1$; $(c+d) = 1.01 \times 10^1$; $(a+b)(c+d) = 3.31 \times 10^2$; $(a \times c) = 2.59 \times 10^1$; $(b \times d) = 3.68 \times 10^{-1}$; $(a \times c + b \times d) = 2.63 \times 10^1$; $(a \times d) = 3.12 \times 10^{-2}$; $(b \times c) = 3.05 \times 10^2$; $(a \times d + b \times c) = 3.05 \times 10^2$; $(a \times c + b \times d) + (a \times d + b \times c) = 3.31 \times 10^2$. Ou seja, a resposta é **sim**.

2 Questão 2

a) Eis os gráficos de $\sin(x)$ e $x^2 - 2$.



A raiz mais próxima da origem se encontra entre $x = -1.1$ e $x = -1.0$.

b) As seguintes condições são suficientes para discriminar $I = [-1.1, 1.0]$ como um intervalo de separação.

(i) $f(x) = x^2 - \sin(x) - 2$ e $f'(x) = 2x - \cos(x)$ são contínuas em I.

(ii) Como $f(-1.1) \times f(-1.0) < 0$, pelo Teormea de Bolzano a raiz se encontra em I.

(iii) O sinal de f' não muda em I visto que $|\cos(x)| \leq 1$ e $|2x| \geq 2$ em I.

c) Os valores estão na tabela abaixo (fórmula: $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$).

i	x_i	$\lvert x_{i+1} - x_i \rvert$
0	-1.0500	0.0116
1	-1.0616	0.0001
2	**-1.0615**	

3 Questão 3

Considere o seguinte sistema linear.

a) Com uma permutação de linha é possível torná-lo estritamente diagonal dominante por coluna.

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 + 10x_3 = 11 \end{cases}$$

temos $|6| > |2| + |1|$, $|-4| > |2| + |1|$, $|10| > |2| + |6|$.

b) As iterações do método de Gauss-Seidel são dadas por

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = -\frac{1}{3}x_2^k - \frac{1}{3}x_3^k + \frac{4}{3} \\ x_2^{k+1} = \frac{1}{2}x_1^{k+1} + \frac{3}{2}x_3^k - 2 \\ x_3^{k+1} = -\frac{1}{10}x_1^{k+1} - \frac{1}{10}x_2^{k+1} + \frac{11}{10} \end{cases}$$

Os valores pedidos estão na tabela abaixo.

k	x_1^k	x_2^k	x_3^k
0	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.6667	-0.1667	1.0500
2	1.0389	0.0945	0.9867
3	0.9729	-0.0335	1.0061

4 Questão 4

Linearizamos o sistema da seguinte forma:

$P(x) = a^{b^x} \to \ln \ln P(x) = (\text{ln}b)x + (\text{lnln}a)$.

Usamos $c_1 = \text{ln}b$ e $c_2 = \text{lnln}a$.

Observando os valores abaixo,

i	x_i	x_i^2	$\text{lnln}f(x_i)$	$x_i\text{lnln}f(x_i)$
0	1	1	0.861	0.861
1	2	4	0.963	1.926
2	3	9	1.100	3.300
3	4	16	1.366	5.464
$\sum$	10	30	11.551	4.290

temos

$$\begin{cases} 30c_1 + 10c_2 = 11.551 \\ 10c_2 + 4c_2 = 4.290 \end{cases}$$

E resolvendo para c_1 e c_2, temos $c_1 = 0.165$, $c_2 = 0.66$, i.e., $P(x) = 6.923^{1.179^x}$.