Cálculo Numérico 2012.2 – Prova I – 7 de março de 2013. GABARITO SIMPLIFICADO

Questão 1 (3.0 pontos) -

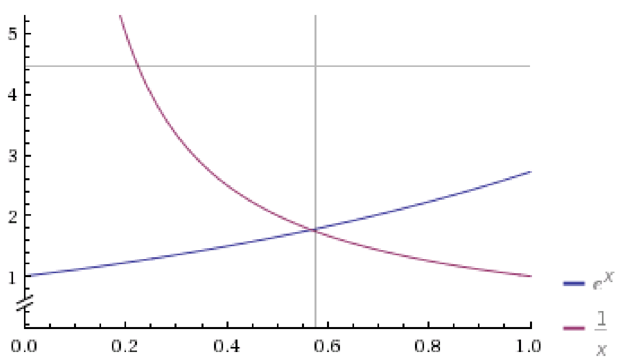
Gab:

a) $a = 9{,}152 \times 10^8$ e $b = 8{,}474 \times 10^8$ → $a + b = 1{,}763 \times 10^9$ → não causa uma operação de overflow pois $a+b \in F$.
b) $R = 6{,}514 \times 10^1$ u, $h = 4{,}728 \times 10^{-1}$ u e $\pi = 3{,}142 \times 10^0$.
   $2\pi = 6{,}284 \times 10^0$ e $R^2 = 4{,}243 \times 10^3$ u^2 → $(2\pi)(R^2) = 2{,}666 \times 10^4$ u^2.
   $hR = 3{,}080 \times 10^1$ u^2 e $2\pi = 6{,}284 \times 10^0$ → $(hR)(2\pi) = 1{,}935 \times 10^2$ u^2.
   $(2\pi)(R^2) + (hR)(2\pi) = 2{,}685 \times 10^4$ u^2
c) $n(F) = 2 \times 9 \times 10^3 \times (9 + 9 + 1) + 1 = 342001$ $n(G) = 2 \times 9 \times 10^2 \times (90 + 90 + 1) + 1 = 325801$

Questão 2 (2,5 pontos) –

Gab:

a)



b) Teorema Bolzano para o intervalo I = [0,5; 0,6]
   a. f(x) e f'(x) = $e^x + 1/x^2$ possuem descontinuidade infinita em x = 0.
   b. f(0,5) = -0,35   f(0,6) = 0,62 → f(0,5)*f(0,6) < 0
   c. f'(x) = $e^x + 1/x^2 > 0$ para todo $x \in I$, portanto f'(x) possui sinal constante.

c)

K	x(k)	|x(k+1) – x(k)|
0	0,55000	0,01685
1	0,56685	0,00029
2	0,56714	

Questão 3

$$\begin{cases} 2x + 3y + 10z = 6 \\ 10x + 2y + z = 7 \\ x + 5y + z = -8 \end{cases}$$

O sistema

$$\begin{cases} 10x + 2y + z = 7 \\ x + 5y + z = -8 \\ 2x + 3y + 10z = 6 \end{cases}$$

é diagonal estritamente dominante por linha: |10| > |2| + |1|; |5| > |1| + |1|; |10| > |2| + |3|.

$$\begin{cases} x(k+1) = (7 - 2y(k) - z(k))/10 \\ y(k+1) = -(8 + x(k+1) + z(k))/5 \\ z(k+1) = (6 - 2x(k+1) - 3y(k+1))/10 \end{cases}$$

i	x(k)	y(k)	z(k)
0	0,7	-1,6	0,6
1	0,9600	-1,9120	0,9816
2	0,9842	-1,9932	1,0011
3	0,9985	-1,9999	1,0003

Questão 4

Gab:

$$\begin{cases} 4\ln \mathrm{a} + b\sum_{i=0}^{3}\ln(x_i) = \sum_{i=0}^{3}\ln\left(f(x_i)\right) \\ \ln a\sum_{i=0}^{3}\ln(x_i) + b\sum_{i=0}^{3}[\ln(x_i)]^2 = \sum_{i=0}^{3}\ln(x_i)\ln\left(f(x_i)\right) \end{cases}$$

i	x_i	$\ln(x_i)$	$[\ln(x_i)]^2$	$\ln[f(x_i)]$	$\ln(x_i)*\ln[f(x_i)]$
0	2	0,693	0,480	1,272	0,881
1	3	1,099	1,208	1,373	1,509
2	4	1,386	1,921	1,445	2,003
3	5	1,609	2,589	1,501	2,415
	Σ	4,787	6,198	5,591	6,808

$\begin{cases} 4\ln a + 4{,}787b = 5{,}591 \\ 4{,}787\ln a + 6{,}198b = 6{,}808 \end{cases}$ → ln(a) = 1,100 e b = 0,249 → $P(x) = 3{,}004x^{0{,}249}$.