



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Departamento de Ciência da Computação

Pós-graduação em Ciência da Computação

**Design de interfaces tangíveis para  
aprendizagem de conceitos matemáticos  
no Ensino Fundamental**

Taciana Pontual da Rocha Falcão

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Recife  
26 de fevereiro de 2007



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Informática  
Departamento de Ciência da Computação

Taciana Pontual da Rocha Falcão

**Design de interfaces tangíveis para aprendizagem de  
conceitos matemáticos no Ensino Fundamental**

*Trabalho apresentado ao Programa de Pós-graduação  
em Ciência da Computação do Departamento de Ciência  
da Computação da Universidade Federal de Pernambuco  
como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre  
em Ciência da Computação.*

Orientador: *Prof. Dr. Alex Sandro Gomes*  
Co-orientador: *Prof. Dr. Luciano Meira*

Recife  
26 de fevereiro de 2007

**Falcão, Taciana Pontual da Rocha.**

**Design de interfaces tangíveis para aprendizagem de conceitos matemáticos no ensino fundamental / Taciana Pontual da Rocha Falcão – Recife : O autor, 2007.**

**xxi, 200 p. : il., fig., tab.**

**Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CIN. Ciência da Computação, 2007.**

**Inclui bibliografia e apêndices.**

**1. Interfaces tangíveis. 2. Educação Matemática 3. Design centrado no usuário 4. Contexto I. Título.**

**004.019**

**CDD (22.ed.)**

**MEI2007-013**

*A meu pai, meu exemplo de professor e pesquisador*

*“Pour les enfants du monde entier”*



# Agradecimentos

À minha mãe, Rosa Pontual, por todo o suporte dado durante este trabalho, pela revisão minuciosa do texto e por sempre ter tido paciência para ouvir as minhas histórias, desde que aprendi a falar.

Ao meu pai, Jorge Falcão, por ter feito eu me apaixonar pela vida acadêmica ainda menina, e pelos conselhos ao longo do mestrado.

Ao meu orientador, Professor Alex Sandro Gomes, por todo o material de pesquisa fornecido e pelas críticas construtivas que me estimularam a melhorar este trabalho.

Ao meu co-orientador, Professor Luciano Meira, pelas respostas rápidas e seguras aos meus questionamentos.

A Gustavo Bastos, pela ajuda operacional dada a todo e qualquer momento, pela paciência nos momentos difíceis e por sempre acreditar em mim.

A Victor Medeiros, pelo suporte técnico, empenho e boa-vontade na busca por tecnologias inovadoras e pela amizade.

À Turma CAP 98, por serem mais do que amigos.

À equipe PADEJA (Éder, Renata, Soraya, Sofia e Professor Sérgio Abranches), ao lado de quem tanto aprendo sobre a vida.

Aos professores do Colégio de Aplicação que marcaram minha história com mais do que conteúdos escolares.

À Professora Selma Leitão, pelos conselhos durante a tramitação do projeto no Comitê de Ética.

A Cláudia Roberta, pela prestatividade no contato com as professoras participantes desta pesquisa.

A Fábio Caparica, pelas ilustrações da nossa proposta.

Às coordenadoras e diretoras das escolas que visitei, pela amável receptividade.

Às professoras que participaram da pesquisa, pela boa-vontade, paciência e tempo dedicado a responder às entrevistas.

À Professora Aldenira, pela ajuda na realização dos experimentos.

Às crianças que participaram dos experimentos, pela aplicação, engajamento e sorrisos.

Aos colegas do CCTE, pelo companheirismo e troca de conhecimentos.

Aos colegas do mestrado que sofreram e riram junto comigo durante as aulas e os projetos das disciplinas, em fins de semana e feriados.

A Carlos Eduardo, pelas discussões sobre implementações e tecnologias.

Ao Centro de Informática, seus professores e funcionários, por toda a estrutura acadêmica e física disponibilizada.

A Paulo Gustavo Soares, pela criação e distribuição da classe UFPETthesis e do BiBTeX Express, que facilitaram muito a formatação deste trabalho.

À Capes, por prover o precioso acesso a periódicos científicos na Internet.

Ao CNPq e ao povo brasileiro, pelo suporte financeiro. Espero retribuir o investimento contribuindo sempre com a pesquisa e a educação no nosso país.

*“Educai as crianças e não será preciso punir os homens.”*  
— PITÁGORAS (filósofo grego)



# Resumo

A Matemática tem sido apontada como uma disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção nas escolas brasileiras. Resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), realizado em 2003, mostram que há inúmeras dificuldades com a Educação Matemática no Brasil.

Os materiais concretos, ou manipulativos, são recursos muito usados pelos professores do Ensino Fundamental como auxílio para ensinar conceitos matemáticos. Pesquisas indicam resultados positivos quando tais materiais são empregados adequadamente. No entanto, manipulativos possuem limitações e parecem não ser suficientes para superar as barreiras de compreensão que se repetem ao longo dos anos nas escolas.

Um outro tipo de recurso que tem se tornado cada vez mais popular nas escolas são os computadores pessoais. Porém, ainda não existe um consenso nem uma prática estabelecida para o uso de computadores na Educação de forma efetiva para a aprendizagem.

As interfaces tangíveis para a Educação representam uma alternativa ao uso dos computadores pessoais, propondo que computação seja embutida em objetos físicos para criar um novo tipo de recurso didático. Dessa forma, as interfaces tangíveis unem as vantagens da manipulação física às formas inovadoras de interação providas pela computação, enriquecendo assim a experiência de aprendizagem.

O objetivo deste trabalho é projetar uma interface tangível para auxiliar a aprendizagem de frações no Ensino Fundamental brasileiro. Para isso, propomos uma metodologia de *design* baseada em contexto, que leva em consideração aspectos sócio-culturais, aspectos práticos de sala de aula e aspectos de interação e de aprendizagem.

O estudo do contexto de uso do futuro produto, realizado através de observações e entrevistas, nos permitiu elicitar requisitos dos usuários e requisitos técnicos do produto. Através de sessões de resolução de tarefas com os alunos, identificamos algumas necessidades relacionadas à aprendizagem de frações. Tais resultados nos levaram a propor uma interface tangível que acreditamos ser útil, viável e adequada à realidade das salas de aula e das crianças brasileiras.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, interfaces tangíveis, *design* centrado no usuário, contexto



# Abstract

In Brazilian schools, Mathematics is one of the subjects which cause the highest indexes of failure. Results of the National System of Evaluation of Basic Education (SAEB) show that a lot is still to be done for Mathematics Education in Brazil.

Teachers of elementary levels frequently resort to concrete materials to help them illustrate concepts in Mathematics classes. Research shows that positive results are obtained from the adequate use of this type of material. However, manipulatives have limitations and seem not to be sufficient to overcome comprehension barriers repeated every year.

Another kind of resource which is becoming increasingly popular in schools are the personal computers. Nevertheless, no consensus or practice has been established as to how computers can be effectively used in Education.

Tangible interfaces represent an alternative to personal computers, proposing to embed computation in physical objects to create a new type of didactic resource. In this manner, tangible interfaces put together the advantages of physical manipulation and the innovative ways of interaction brought by technology, enhancing therefore the learning experience.

This work aims at designing a tangible interface to support learning of fractions in Brazilian elementary schools. For that purpose, we present a context-based methodology which takes into account socio-cultural aspects, practical classroom aspects, and interaction and learning aspects.

The study of the context of use of the future product, carried on through observations and interviews, allowed us to elicitate user requirements and technical requirements. Through problem-solving sessions with the students, we identified some students needs as to learning of fractions. Such results led us to propose a tangible interface which we believe to be useful, viable and adequate to the reality of Brazilian schools and children.

**Keywords:** Mathematics Education, tangible interfaces, user-centred design, context



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Recursos didáticos</b>	<b>5</b>
2.1	Computadores na Educação	5
2.2	Manipulativos	9
2.2.1	História dos manipulativos	10
2.2.2	Impacto dos manipulativos na aprendizagem	12
2.2.3	Exemplos de manipulativos para aprendizagem da Matemática	15
2.3	Discussão	22
<b>3</b>	<b>Interfaces tangíveis</b>	<b>27</b>
3.1	Contextualização	27
3.2	Interfaces tangíveis na Educação	37
3.2.1	Aplicações tangíveis para a Educação	41
3.2.1.1	TUI usada para entrada e GUI para saída	41
3.2.1.2	Manipulativos digitais	48
3.2.1.3	Resultados da análise comparativa	56
<b>4</b>	<b>Conceitos e aprendizagem de frações</b>	<b>61</b>
4.1	A origem das frações	61
4.2	Concepções de frações	62
4.3	A aprendizagem de frações	64
4.4	O suporte do material concreto	67
4.5	Proposta	68
<b>5</b>	<b>Referencial teórico</b>	<b>71</b>
5.1	A Teoria da Atividade	71
<b>6</b>	<b>Metodologia</b>	<b>75</b>
6.1	Princípios de <i>design</i>	75
6.2	Análise de competidores	78
6.3	Observações em sala de aula	79
6.4	Entrevistas com professoras	80
6.5	Estudo do domínio	81
6.6	Observações de sessões de tarefas com os alunos	81
6.7	Análise qualitativa dos dados coletados	84

6.8	Prototipação rápida e teste com os usuários	85
<b>7</b>	<b>Resultados</b>	<b>87</b>
7.1	Resultados da análise dos competidores	87
7.2	Resultados das observações em sala de aula	89
7.2.1	Contexto de escolas particulares	89
7.2.2	Contexto de escolas públicas	91
7.2.3	Discussão	93
7.3	Resultados das entrevistas com professoras	94
7.3.1	Dificuldades no processo ensino-aprendizagem	95
7.3.2	Aspectos favoráveis à introdução de interfaces tangíveis	108
7.4	Justificativas e Requisitos	117
7.5	Resultados dos experimentos com alunos	122
7.5.1	Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo discreto)”	122
7.5.2	Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo contínuo - área)”	126
7.5.3	Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo contínuo - volume e linear)”	133
7.5.4	Dificuldades com a concepção “fração como número”	136
7.5.5	Dificuldades com a concepção “fração como operador”	138
7.5.6	Dificuldades com a concepção “fração como razão”	143
7.5.7	Compilação dos resultados	144
7.5.8	Proposta inicial	146
7.5.9	Testes com protótipo	147
7.5.10	Conclusões	152
<b>8</b>	<b>Interface tangível proposta</b>	<b>155</b>
8.1	Visão geral da interface	155
8.2	Aplicações didáticas	158
8.3	Avaliação da interface	160
8.4	Diretrizes e Requisitos	162
8.5	Desafios de implementação	165
8.6	Discussão	170
<b>9</b>	<b>Conclusões</b>	<b>171</b>
<b>A</b>	<b>Roteiro das entrevistas com as professoras</b>	<b>175</b>
A.1	Dados pessoais	175
A.2	Materiais	175
<b>B</b>	<b>Autorização do Comitê de Ética</b>	<b>177</b>
<b>C</b>	<b>Ficha de atividades do Experimento I</b>	<b>179</b>
C.1	Fração como parte	179
C.2	Fração como número	180
C.3	Fração como operador	181

C.4	Fração como razão	182
<b>D</b>	<b>Ficha de atividades do Experimento II</b>	<b>183</b>
D.1	Fração como parte	183
D.2	Fração como número	184
D.3	Fração como operador	185
D.4	Fração como razão	186
<b>E</b>	<b>Autorização para participação no experimento</b>	<b>187</b>



# Lista de Figuras

2.1	Blocos lógicos de Dienes	16
2.2	Escala Cuisinaire	16
2.3	Material Dourado	18
2.4	Conjunto de equivalência	18
2.5	Círculos de frações	19
2.6	Tangram	20
2.7	Dominós matemáticos	21
2.8	Geoplano	22
3.1	Graus de incorporação e metáfora de algumas interfaces tangíveis	36
3.2	Torre de Hanoi sobre TICLE	43
3.3	<i>SmartStep</i> e <i>FloorMath</i>	45
3.4	<i>Storyline</i>	46
3.5	Mesa Educacional	47
3.6	<i>SystemBlocks</i> e <i>FlowBlocks</i>	50
3.7	<i>Stackables</i> e <i>Programmable Beads</i>	52
3.8	<i>BodaBlocks</i> e <i>SmartTiles</i>	54
3.9	<i>Electronic Blocks</i>	54
3.10	<i>BitBall</i>	55
3.11	Comparação entre interfaces tangíveis para a Educação	57
5.1	O Triângulo de Engeström	73
6.1	Ciclo de <i>design</i> centrado no usuário	76
6.2	Metodologia usada na pesquisa	78
6.3	Materiais usados nos experimentos	84
6.4	Protótipo construído em papel	86
7.1	Tentativa de aluna de colorir $3/5$ da coleção de figuras	123
7.2	Questão 1G, abordando o modelo discreto da concepção parte-todo	124
7.3	Questão sobre modelo contínuo da concepção parte-todo	126
7.4	Tentativas dos alunos de dividir um hexágono em três partes iguais	127
7.5	Divisões feitas por alunas para colorir um meio de um quadrado	128
7.6	Três formas de colorir um quarto de um quadrado, feitas por aluna	129
7.7	Questão 1C, que ilustra diversas maneiras de se colorir frações de áreas	130

7.8	Questão 1D, que explora a concepção de parte-todo no contexto de uma situação-problema	131
7.9	Tentativas dos alunos de dividir círculos em três partes iguais	133
7.10	Resposta de aluna para a Questão 1F, com as crianças alinhadas em uma mesma posição vertical	135
7.11	Desenho para fazer os alunos visualizarem a grandeza $11/12$	136
7.12	Questão 3A, em que os alunos devem calcular $1/3$ dos valores de entrada	139
7.13	Questão 3C, em que os alunos devem relacionar os tamanhos de dois retângulos	140
7.14	Questão 3D, em que os alunos devem encontrar as medidas para metade de uma receita	142
7.15	Questão 4A, que aborda razões entre quantidades	143
7.16	Rascunho inicial da primeira proposta de interface	147
7.17	Uso do protótipo na Questão 1A	149
7.18	Uso do protótipo na Questão 1B	150
7.19	Retângulo da Questão 1C	151
7.20	Uso do protótipo na Questão 1C	152
8.1	<i>Partes&amp;Bits</i> : exemplo em que as áreas formadas têm tamanhos diferentes	156
8.2	Tabuleiro de <i>Partes&amp;Bits</i> exibindo as frações correspondentes às áreas formadas	157
8.3	Uso de <i>Partes&amp;Bits</i> para trabalhar equivalência de frações	159
8.4	O microcontrolador ARM	165
8.5	Matriz de LEDs RGB	166
8.6	<i>SenseTable</i>	167
8.7	Exemplo de aplicação usando a plataforma <i>TViews</i>	168
8.8	Componentes da <i>Teaching Table</i>	169

# Lista de Tabelas

3.1	Classificação de interfaces tangíveis por [Zuckerman et al., 2005]	32
3.2	Incorporação x implementação de interfaces tangíveis	34
3.3	Classificações de interfaces tangíveis genéricas e com foco em Educação	38
3.4	Tipos de interação, atividade e metáfora das interfaces tangíveis	60
6.1	Perfis das professoras entrevistadas	81
6.2	Sujeitos participantes dos experimentos	82
7.1	Resultados organizados por fase da metodologia	87
7.2	Resultados das observações nas escolas	94
7.3	Categorização dos resultados das entrevistas (I)	95
7.4	Justificativas e Requisitos obtidos a partir das entrevistas (I)	107
7.5	Categorização dos resultados das entrevistas (II)	108
7.6	Materiais concretos citados pelas professoras	114
7.7	Justificativas e Requisitos obtidos a partir das entrevistas (II)	117
7.8	Requisitos derivados e elementos de contexto associados	121
7.10	Necessidades dos alunos em relação ao modelo discreto de fração como parte	126
7.13	Necessidades dos alunos em relação à abordagem de área do modelo contínuo de fração como parte	133
7.14	Necessidades dos alunos em relação às abordagens volume e linear do modelo contínuo de fração como parte	136
7.15	Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como número	138
7.17	Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como operador	143
7.19	Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como razão	144
7.20	Necessidades dos alunos	145
8.1	Avaliação da interface proposta, considerando sua utilidade, efetividade e adequação ao contexto de uso	161



# CAPÍTULO 1

## Introdução

*Think globally, act locally. Users are important, but society is even more important. Let us think about our role, and how our skills can improve the society of which we are part.*

— CLARISSE SIECKENIUS DE SOUZA (brasileira, lingüista e pesquisadora de IHC)

Existem várias dificuldades conhecidas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, para alunos e professores [Fiorentini & Miorim, 2004], [PCN, 1997].

É comum crianças terminarem a escolarização com pouco domínio dos conceitos matemáticos [Noss & Hoyles, 1996]. Esta limitação do conhecimento matemático está tão presente em nossa sociedade que chega a tornar-se algo culturalmente aceitável: admitir ignorância em relação a idéias matemáticas é uma falta muito menos grave do que quando se trata de outras áreas do conhecimento [Noss & Hoyles, 1996].

No ano de 2003, o Ministério da Educação brasileiro divulgou os resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)<sup>1</sup> realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Os dados foram coletados em novembro de 2003 por meio da aplicação de testes e questionários a estudantes das 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental e 3<sup>a</sup> série do Ensino Médio. Cerca de trezentos mil alunos participaram do SAEB.

Para os resultados na área de Matemática, foi usada uma escala de 0 a 425 pontos, em que o mínimo satisfatório a ser atingido por alunos de 4<sup>a</sup> série é de 200 pontos, enquanto que os da 8<sup>a</sup> série devem chegar pelo menos aos 300 pontos.

Os alunos de 4<sup>a</sup> série obtiveram uma média nacional de 177,1. Considerando apenas a Região Nordeste, esta média cai para 176,3. Para a 8<sup>a</sup> série, a média nacional foi de 245,0, enquanto a média nordestina ficou em 230,4.

Mesmo representando uma melhora em relação a anos anteriores, os resultados mostram que ainda há inúmeras dificuldades com a Educação Matemática no Brasil.

Os materiais concretos, ou manipulativos, são recursos didáticos bastante populares no ensino da Matemática. Seu uso, encorajado por diretrizes didáticas, é aprovado por professores e apreciado por alunos [Fagundes, 1977], [Maia, 2001], [Moyer, 2001]. O uso de materiais concretos com fins educativos foi iniciado no século XVIII, pelos educadores Pestalozzi e Froebel. Ao longo dos anos, vários outros educadores destacaram-se na história da Educação como criadores e entusiastas de manipulativos diversos.

---

<sup>1</sup>Disponíveis em: <<http://www.inep.gov.br/basica/saeb/>>. Acesso em 25 jan. 2007.

Há vários argumentos a favor da manipulação de objetos concretos para auxiliar a aprendizagem de conceitos matemáticos abstratos [Piaget, 1972] *apud* [Resnick et al., 1998]. A ação da criança, usando o objeto, pode permitir que ela expresse conhecimento mesmo sem saber explicá-lo, resolvendo problemas que ela ainda não consegue resolver simbolicamente. Além disso, com os objetos físicos, as crianças têm experiências sensoriais e motoras e envolvem-se emocionalmente na atividade [Nemirovsky & Borba, 2003].

Por outro lado, há vários conceitos matemáticos que não são facilmente explorados por meio dos manipulativos tradicionais, como por exemplo conceitos de velocidade.

Este tipo de conteúdo pode ser trabalhado por intermédio de simulações gráficas com auxílio de computadores [Eisenberg et al., 2003]. Os computadores são um outro grupo de recursos didáticos que têm se tornado cada vez mais presentes nas escolas. No entanto, a introdução dos computadores pessoais nas instituições de ensino ainda não causou grandes impactos na aprendizagem dos alunos [Borba & Villareal, 2005]. Além de obstáculos práticos como custo, burocracia escolar e resistência e medo dos professores [Kleiman, 2000], [Da Silva, 2005], não existe um consenso sobre como se usar os computadores efetivamente na Educação [Sampson, 1998], [Borba & Villareal, 2005].

Como alternativa a este impasse, surgiu uma abordagem inovadora, alinhada com a proposta da computação ubíqua [Weiser et al., 1999], que propõe a utilização da computação em benefício da Educação de outras formas além dos computadores pessoais. Esta abordagem consiste em embutir elementos computacionais em materiais concretos, criando um novo grupo de recurso didático que une as vantagens da manipulação física à interação e multimídia providas pela tecnologia: as interfaces tangíveis.

Enriquecendo os materiais concretos, os recursos computacionais podem ajudar a estimular e trabalhar diversos sentidos (visão, audição, tato) e promover uma maior inclusão de portadores de deficiências. Além disso, este tipo de tecnologia introduz novas formas de interação entre o aluno e o material, podendo estimular a colaboração [O'Malley & Fraser, 2004], entre outras vantagens. As formas de interação proporcionadas pelas interfaces tangíveis costumam ser mais naturais ao ser humano do que a interação através da interface gráfica tradicional.

Existem vários trabalhos já realizados ou ainda em andamento [Scarlatos & Scarlatos, 2000], [Zuckerman et al., 2005], [Resnick et al., 1998] que propõem interfaces tangíveis para a Educação. O diferencial introduzido nesta pesquisa é a decisão de basear o processo de criação e desenvolvimento de tais interfaces no contexto de uso das escolas brasileiras, projetando artefatos que sejam adequados à realidade em que eles serão inseridos, tornando-se assim úteis e viáveis.

O objetivo geral deste trabalho é portanto propor uma interface tangível que seja adequada ao contexto das salas de aula brasileiras, atendendo aos seus requisitos e podendo trazer benefícios ao processo de ensino-aprendizagem. O conteúdo matemático escolhido para ser trabalhado por esta interface foram as frações, devido às grandes dificuldades de compreensão deste conceito relatadas na literatura [Davydov & Tsvetkovich, 1991], [Schliemann, 2001], [Lima, 2001].

Como objetivos específicos, temos:

- propor uma metodologia de *design* baseada em contexto, para o desenvolvimento de interfaces tangíveis para Educação Matemática;

- identificar aspectos relevantes que interfaces tangíveis para Educação devem contemplar;
- selecionar diretrizes para o *design* de interfaces tangíveis para Educação;
- compreender e descrever o contexto das salas de aula de Ensino Fundamental brasileiro;
- compreender e descrever o uso de materiais concretos nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental brasileiro;
- derivar requisitos a partir dos elementos de contexto descobertos;
- identificar e compreender dificuldades conceituais e necessidades dos alunos de Ensino Fundamental em relação ao conceito de frações.

Este trabalho está organizado em nove capítulos. No Capítulo 2, discutimos o uso de dois grupos de recursos didáticos nas escolas: os manipulativos e os computadores pessoais. No Capítulo 3, conceituamos as interfaces tangíveis e analisamos criticamente alguns exemplos de aplicações deste tipo para Educação. No Capítulo 4, fornecemos uma visão geral do conceito de frações e das dificuldades relacionadas a ele no processo de ensino-aprendizagem e apresentamos a proposta do presente trabalho. No Capítulo 5, descrevemos os principais conceitos da Teoria da Atividade, referencial teórico baseado na visão sócio-cultural, o qual usamos como norteador da nossa pesquisa. No Capítulo 6, apresentamos a metodologia baseada em contexto proposta e utilizada neste trabalho para desenvolver uma interface tangível para Educação. Os resultados obtidos ao longo do trabalho são organizados de acordo com a técnica de pesquisa por meio da qual foram gerados, no Capítulo 7. O Capítulo 8 traz a descrição da interface tangível que propomos para aprendizagem de frações no Ensino Fundamental no Brasil. Finalmente, fazemos nossas conclusões e indicamos futuros trabalhos no Capítulo 9.



## CAPÍTULO 2

# Recursos didáticos

*I believe that the motion picture is destined to revolutionize our educational system, and that in a few years it will supplant largely, if not entirely, the use of textbooks.*

— THOMAS EDISON (norte-americano, inventor da lâmpada elétrica, 1922)

*Já não haverá escolas no futuro... Penso que os computadores pessoais acabarão com as escolas...*

— SEYMOUR PAPERT (sul-africano, matemático e precursor da Informática Educativa, 1984)

Variados tipos de materiais para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem têm chegado às escolas ao longo da história. As salas de aula dos dias atuais encontram-se repletas de recursos que podem ser tanto ferramentas genéricas que são aproveitadas nas atividades, como ferramentas didáticas especialmente desenvolvidas para a Educação. No primeiro grupo, encontram-se quadros, murais, cartazes, mapas, calendários, revistas científicas, dicionários, esqueleto humano, globo terrestre, aparelho de som, vídeo, televisão, computadores, entre vários outros. No segundo grupo, encaixam-se manipulativos como o Conjunto Dourado e a Escala Cuisinaire, o alfabeto emborrachado, livros paradidáticos, jogos educativos como dominó matemático, entre muitos outros.

Entre tantos recursos usados como auxílio no processo de ensino-aprendizagem, dois grupos deles ocupam locais de destaque nos dias de hoje: os recursos tecnológicos modernos (em especial, os computadores) e os manipulativos.

Neste capítulo, apresentamos um breve histórico do uso de tais recursos nas escolas, as possibilidades por eles trazidas, assim como os obstáculos práticos existentes e os questionamentos dos educadores acerca de seu uso e efetividade.

### 2.1 Computadores na Educação

No processo de ensino-aprendizagem, a Informática permite combinar características de investigação e descoberta com capacidades técnicas, promovendo o raciocínio. O computador é uma ferramenta que traz à sala de aula capacidades totalmente novas, como a possibilidade dos

alunos colaborarem entre si e com pessoas além dos muros das escolas, através das redes de comunicação [Sampson, 1998].

No entanto, não há um consenso sobre como se deveria utilizar a tecnologia da informação e comunicação na Educação [Sampson, 1998], [Abranches, 2003], [Borba & Villareal, 2005], apesar de ela estar tão presente em nossa sociedade. Muitos educadores têm manifestado suas dúvidas sobre como melhor utilizar os recursos informáticos, questionando-se sobre o tipo de mudança que a Informática pode promover nas escolas e perguntando-se como o uso desta mídia pode modificar o ensino e a aprendizagem de uma dada área de conhecimento [Penteado et al., 1998]. Segundo Jane David, consultora da Apple, “*existe perigo real em se considerar a tecnologia a salvadora da educação. Mas a educação não sobreviverá sem a tecnologia.*”<sup>1</sup> [Oppenheimer, 1997]. Percorreu-se um longo caminho desde o quadro e giz, mas é possível dar uma aula excelente sem um lápis piloto, um quadro branco, um vídeo ou um computador. Porém, é fácil ver que a tecnologia contribui para uma aula mais dinâmica, atual e viva [Da Silva, 2005].

Muitos investimentos têm sido feitos em tecnologia da informação e comunicação nas escolas em todo o mundo, caracterizando uma verdadeira “explosão digital”. Entretanto, o rápido fluxo da tecnologia para as escolas está passando na frente das visões educacionais e do planejamento necessário para uma implementação eficiente dos novos recursos [Kleiman, 2000]. A Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) por si só não melhora a aprendizagem; a forma como TIC é incorporada às atividades de aprendizagem é que realmente importa [Abranches, 2003], [Sutherland et al., 2004], [Borba & Villareal, 2005]. Computadores podem tornar ainda pior aquilo que já é feito de forma inadequada nas escolas, assim como eles podem tornar infinitamente melhor aquilo que já é bem-feito [Smith, 1986].

[Kleiman, 2000] apresenta vários mitos relacionados ao uso de computadores na Educação. O primeiro deles é a crença de que simplesmente colocar as máquinas nas escolas irá melhorar diretamente o ensino - ou seja, quanto mais computadores, melhores serão os resultados. Computadores são ferramentas flexíveis e poderosas que podem melhorar o ensino e aprendizagem de diversas formas, porém o seu valor, como de qualquer ferramenta, depende de como ele está sendo usado e com que propósitos. Para se fazer um uso válido dos computadores, os professores precisam de treinamento adequado e apoio para integrar a tecnologia nas atividades diárias escolares. Além disso, é necessário haver *software* projetados para a sala de aula e suporte técnico disponível.

Estes aspectos nos levam a um outro mito segundo o qual os professores estarão prontos para usar efetivamente a tecnologia assim que aprenderem o uso básico do computador. Na verdade, a introdução de computadores no processo de ensino-aprendizagem é muito mais complexa. A tecnologia pode afetar o conteúdo a ser ensinado, o modo como ele é ensinado e a organização da aula, provocando uma nova configuração na profissão docente, [Penteado et al., 1998], [Kleiman, 2000], [Abranches, 2003]. O professor precisa ser capaz de apropriar-se da tecnologia e direcionar sua atuação para incorporar o uso de equipamentos e *software*. Muitas vezes, o projeto inadequado das interfaces dos *software* educativos impede tal

---

<sup>1</sup>Tradução nossa. Texto original: “*There are real dangers in looking to technology to be the savior of education. But it won't survive without the technology.*”

apropriação, seja por exigir demais do professor, seja por limitar o seu trabalho [Lins, 2004]. A introdução da tecnologia não pode ignorar as práticas, os saberes e as experiências que formam a cultura docente [Lins, 2004].

O potencial de mudanças que as novas tecnologias poderão trazer para a Educação dependerá da forma como estes “novos atores informáticos” se relacionarão com os atores humanos e não-humanos que compõem a ecologia da escola [Penteado et al., 1998].

Muitas escolas norte-americanas têm colocado computadores em todas as salas, na média de um computador para cada seis alunos. Isso implica que os professores têm que organizar atividades em que alguns alunos estarão trabalhando nos computadores enquanto outros estarão com outras tarefas - um estilo de aula novo para muitos professores. Em escolas sem computadores nas salas, os professores devem levar a turma para o laboratório, o que precisa ser agendado com antecedência. Isso torna difícil integrar os computadores ao fluxo das lições, fazendo com que os computadores sejam usados apenas para eventos especiais ou como prêmio para alunos que terminam suas tarefas rapidamente [Kleiman, 2000].

Em 2000, o *National Center for Education Statistics* divulgou um relatório no qual apenas um terço dos professores americanos declaravam-se bem preparados para usar computadores nas suas atividades de ensino [Lins, 2004].

Um terceiro mito é o de que existem objetivos bem estabelecidos e um guia de “melhores práticas” que definem como os computadores devem ser usados nas aulas. Na verdade, as visões são conflituosas. Os objetivos educacionais precisam ser bem esclarecidos para que os planos de compra, uso e avaliação do impacto da tecnologia sejam desenvolvidos de acordo com eles [Kleiman, 2000].

Ao longo das décadas de 80 e 90, descobriu-se que um uso eficiente da tecnologia não quer dizer realizar velhas tarefas mais eficientemente, mas fazer o trabalho de um modo diferente [Sampson, 1998]. A forma como interpretamos o mundo é profundamente influenciada pelas ferramentas e mídia que temos à disposição.

[Borba & Villareal, 2005] defendem que o conhecimento é sempre produzido por coletivos de humanos-com-mídia. O pensamento humano é reorganizado pelas diferentes mídias, como computadores e suas interfaces em constante evolução.

Com novas ferramentas, podemos realizar novas tarefas e ver o mundo com outros olhos [Resnick, 1998]. Qualquer nova tecnologia atrai atenção para si mesma inicialmente, mas o foco deve ser o que se pode fazer com ela. [Hoyles & Noss, 1999] usam a metáfora da janela para ilustrar esta idéia: uma janela existe para que se possa olhar através dela, e não para a janela em si. Em outras palavras, a janela medeia o que vemos e como vemos. Janelas podem ser também objetos de projeto e estudo, mas no final o que conta é se podemos ver claramente através dela.

Com a popularização do computador, as novas atividades devem explorar as possibilidades de experimentação e de visualização, procurando superar a noção de que o computador é apenas um lápis mais rápido, para poder entendê-lo como uma nova mídia que transforma o modo como adquirimos conhecimento [Penteado et al., 1998].

[Borba & Villareal, 2005] argumentam, baseados em Lévy, que a oralidade e a escrita são tecnologias da inteligência que estruturam a prática humana. Porém, a escrita tornou-se in-

visível aos atores sociais e esta transparência faz as pessoas pensarem que a cognição se desenvolveu independentemente da mídia. No entanto, nosso pensamento linear, lógico e narrativo sofreu forte influência da linguagem escrita. A Tecnologia da Informação deveria ser compreendida da mesma forma: ela permite que o pensamento linear seja transformado em outras formas de pensamento, baseadas em simulação, experimentação e uma nova linguagem que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea. O conhecimento é produzido conjuntamente com uma dada mídia ou tecnologia da inteligência, ou seja, pelo coletivo humanos-com-mídia [Borba & Villareal, 2005].

Porém, em muitos casos, as pessoas se apegam a representações antigas, mesmo com a presença da nova mídia. Muitas aplicações educativas computacionais usam os computadores de forma superficial: elas reimplementam atividades tradicionais de sala de aula no computador. Dessa forma, as atividades podem até tornarem-se mais motivantes e interessantes, com o computador dando retorno interativo ao usuário, mas não mudam de forma fundamental [Resnick, 1998]. A organização básica do processo de ensino-aprendizagem mudou muito pouco em relação aos tempos pré-computadores [O'Malley & Fraser, 2004].

Desde a década de 80, muitas iniciativas públicas e privadas surgiram no sentido de promover e apoiar a implementação dos computadores nas escolas [Abranches, 2003]. No Brasil, o I Seminário Nacional de Informática Educativa ocorreu em 1981. Desta iniciativa, surgiram projetos como EDUCOM (Computadores na Educação, lançado em 1983 com o objetivo de criar centros de pesquisa sobre as diversas aplicações do computador na educação); FORMAR (1987-1989, tendo como proposta a formação de recursos humanos para Informática Educativa); PRONINFE (1989, Programa Nacional de Informática na Educação, destinado à criação de laboratórios e centros de capacitação) [Penteado et al., 1998]; PROINFO (1997, tinha o propósito de introduzir a Informática na rede pública de ensino - foram criados Núcleos de Tecnologia Educacional e foram formados multiplicadores; a ênfase do programa era na formação de recursos humanos [Abranches, 2003]). No entanto, em algumas escolas os computadores passaram a ser usados apenas pela administração. Em outras, foram criadas aulas especiais de Informática, em outras ainda o uso do computador é relacionado às disciplinas básicas [Penteado et al., 1998]. O que ocorre no Brasil não é muito diferente do resto do mundo. No Reino Unido, por exemplo, a maioria das escolas tem laboratórios, mas eles não ocupam lugar de destaque no processo de ensino-aprendizagem [Kleiman, 2004], [O'Malley & Fraser, 2004].

No final da década de 80, o precursor da Informática Educativa, Seymour Papert, e o educador brasileiro Paulo Freire participaram de um debate <sup>2</sup> promovido pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Nesta ocasião, Papert afirmou que os computadores haviam sido absorvidos e adaptados à rotina escolar tradicional, minando o sonho dos primeiros defensores da Informática Educativa, que pretendiam revolucionar a Educação. Segundo Papert, as administrações escolares denegriram o propósito do que deveria ser um instrumento de mudança radical, criando laboratórios de computadores, um currículo para ensino de Informática e um professor especial para este ensino. Uma das principais críticas ao foco no ensino da Informática em si, como matéria isolada das demais, reside no fato de que os computadores pessoais de hoje são apenas ferramentas, que estão em constante mudança. Segundo Michael Bellino,

---

<sup>2</sup>Disponível em: <<http://www.papert.org/articles/freire/freirePart1.html>>. Acesso em 25 jan. 2007.

engenheiro elétrico no *Boston University's Center for Space Physics*, ensinar as crianças a usar ferramentas específicas limita seu conhecimento e seu futuro [Oppenheimer, 1997].

O que se observa, porém, é que o uso do computador como recurso didático ainda está centrado na máquina, como um recurso para armazenar informações ou automatizar cálculos, e não como parte de uma tecnologia intelectual [Milani, 2001]. O uso da tecnologia nas escolas não mudou muito desde o início do uso de computadores [O'Malley & Fraser, 2004]. Em 2004, Kleiman verificou que, apesar do uso da tecnologia ter se expandido muito nas escolas norte-americanas, os mitos [Kleiman, 2000] ainda persistiam em muitos lugares [Kleiman, 2004]. Os computadores estão presentes, porém os planos para transformá-los em ferramentas pedagogicamente úteis, a formação necessária aos professores e o suporte técnico que garanta que as máquinas vão funcionar ainda não existem, em muitos casos.

A burocracia escolar, juntamente com a falta de recursos financeiros e a resistência dos professores, são as causas mais citadas para o fato dos computadores não terem provocado a revolução esperada em sala de aula [Oppenheimer, 1997].

A resistência dos professores, em muitos casos causada pela chamada “tecnofobia”, é um dos maiores impedimentos para se operar máquinas em sala de aula. Muitos professores têm dificuldade até para realizar operações básicas em vídeos. Quando se trata de computadores, a situação é ainda mais difícil. Frases como “eu odeio computadores” são frequentes entre os professores [Da Silva, 2005]. Muitos deles ficam intimidados com o julgamento de seus alunos por sua lentidão ou uso incorreto do equipamento em sala de aula, causando uma situação desconfortável. Os professores precisam de tempo para treinamento e prática com novas tecnologias - professores que duvidam de sua habilidade para lidar com as inovações têm grande tendência a rejeitá-las [Hill et al., 2000]. Em 1998, um professor alemão participante do projeto *Hanau Model Schools*, que buscou difundir o uso de computadores no cotidiano dos professores, declarou: “*Eu tenho uma confissão a fazer: quando eu vi aquela coisa (o computador) entrar na minha sala, eu disse: ‘se você deixar isso aqui, eu vou jogá-lo pela janela’. Eu resisti por um longo tempo, mas agora eu não posso imaginar ensinar sem ele.*”

Tais aspectos psicológicos estão entre os principais fatores que influenciam o impacto da tecnologia no processo educacional, que também incluem o suporte técnico, o acesso fácil à tecnologia e o apoio institucional [Bellamy, 1996].

Ao usar computadores não por convicção de que eles sejam benéficos, mas porque lhes foi ordenado, professores podem tentar usá-los o mínimo possível e fazer o mínimo de mudanças necessárias na estrutura do currículo e de suas práticas. Dessa forma, a tecnologia passa a ser algo que não altera a organização da escola, não influi na forma como o conhecimento é transmitido. A tecnologia é então domesticada e os computadores são usados como se fossem livros eletrônicos [Borba & Villareal, 2005]. Os professores são os agentes primários da mudança - eles enfrentarão grandes desafios e cabe a eles iniciar novas práticas que vão influenciar a forma como as tecnologias serão usadas na sala de aula [Hill et al., 2000].

## 2.2 Manipulativos

Manipulativos são materiais concretos educativos, que objetivam, em sua maioria, dar suporte à aprendizagem de conceitos matemáticos.

Existem muitas dificuldades conhecidas no ensino e aprendizagem da Matemática, tanto por parte dos alunos quanto por parte dos professores [Fiorentini & Miorim, 2004], [PCN, 1997]. O aluno não consegue entender a matemática da sala de aula, sendo muitas vezes reprovado, ou não consegue utilizar o conhecimento adquirido [Fiorentini & Miorim, 2004]. Frequentemente, a Matemática tem sido apontada como uma disciplina que contribui significativamente para elevação das taxas de retenção [PCN, 1997].

Em escolas públicas brasileiras, os alunos, apesar de lidarem muito com a Matemática em sua rotina extra-escolar, apresentam grandes dificuldades para compreender a formalização deste conhecimento proposta pelas escolas [Carragher et al., 1991]. O foco em procedimentos mecânicos a serem memorizados [PCN, 1997] é uma das barreiras que dificultam a compreensão da matemática como algo intrinsecamente ligado à vida cotidiana, usado no dia-a-dia.

Nas escolas, muitos professores, conscientes dos resultados pouco satisfatórios dos alunos em Matemática, têm dificuldade de remodelar seu fazer pedagógico e saem em busca de novos elementos que possam ajudá-los neste processo [Fiorentini & Miorim, 2004], [PCN, 1997].

Professores demonstram enorme interesse por materiais didáticos e jogos a serem aplicados nas aulas de matemática [Fiorentini & Miorim, 2004]. O uso destes materiais, (também conhecidos como manipulativos) apesar de ainda polêmico quanto à sua real efetividade, é encorajado e justificado por muitas pesquisas e dados empíricos.

De acordo com padrões definidos pelo conselho de professores de Matemática dos Estados Unidos (*The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* - 1989 *apud* [Meira, 1998]), “para prover aos alunos uma compreensão duradoura de números e das relações entre eles, a aprendizagem deve ser baseada em experiências relacionadas a aspectos da vida cotidiana ou **ao uso de materiais concretos projetados para refletir idéias matemáticas**”<sup>3</sup>.

No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no Ensino Fundamental [PCN, 1997] declaram, como um dos seus princípios, que “recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática”.

Nesta seção, apresentamos um breve histórico acerca do desenvolvimento e popularização dos manipulativos, fazemos uma discussão sobre o uso e impacto de tais materiais em sala de aula e mostramos alguns exemplos comuns nas escolas nos dias atuais.

### 2.2.1 História dos manipulativos

Até o século XVI, acreditava-se que a criança era apenas um adulto menos desenvolvido. A função do ensino era corrigir as deficiências deste ser inacabado [Fiorentini & Miorim, 2004], através da transmissão de conhecimento por aulas expositivas e recitações [Resnick et al., 1998]. A aprendizagem era passiva, feita através de memorização de regras, fórmulas e procedimentos expostos pelo professor. O uso de objetos era considerado perda de tempo e atividade perturbadora da ordem e do silêncio. No máximo, eram aceitos materiais como réplicas em madeira de figuras geométricas e cartazes. Esta estratégia didática é conhecida com Ensino Tradicional,

---

<sup>3</sup>Tradução e grifo nossos.

e persiste hoje em muitas escolas [Fiorentini & Miorim, 2004].

No século XVII, Comenius, considerado o pai da didática, sugeriu o envolvimento da natureza e do mundo real no ensino, ao invés de usar somente livros [Fiorentini & Miorim, 2004].

No século XVIII, Rousseau defendeu a especificidade infantil, apresentando a criança como possuidora de uma natureza própria a ser desenvolvida por intermédio da Educação e indo contra a visão negativa sobre a infância corrente no século XVI [Kishimoto, 1997]. Rousseau valorizava o jogo, o trabalho manual, a experiência direta das coisas, sendo o precursor de uma nova concepção de ensino, na qual aspectos biológicos e psicológicos dos alunos são levados em consideração: sentimento, interesse, espontaneidade e criatividade.

Um dos importantes seguidores destas novas concepções foi o educador suíço Johann Heinrich Pestalozzi (1746 - 1827), defensor da aprendizagem “prática” (*hands-on*). Pestalozzi afirmava que os alunos precisavam aprender por meio de seus sentidos e de atividade física (“coisas antes de palavras, concreto antes do abstrato”) [Pestalozzi, 1803] *apud* [Resnick et al., 1998].

Friedrich Froebel (1782 - 1852), nascido na Prússia, criou o primeiro jardim da infância, em 1837, e foi muito influenciado por Pestalozzi. O jardim da infância de Froebel incentivava a atividade lúdica, sendo repleto de objetos para as crianças brincarem. Froebel desenvolveu um conjunto de objetos físicos como bolas, blocos e barras [Resnick et al., 1998], usando materiais como blocos de construção, papel, papelão, argila e serragem [Zacharias, 2005]. A idéia era proporcionar às crianças a oportunidade de se expressar por meio de atividades de percepção sensorial, da linguagem e do brinquedo [Zacharias, 2005], além de ajudá-las a reconhecer padrões e formas encontradas na natureza [Resnick et al., 1998]. Os chamados *Froebel's gifts* foram distribuídos pelo mundo e influenciaram o desenvolvimento de várias gerações [Resnick et al., 1998].

A médica e educadora Maria Montessori (1870 - 1952) estendeu as idéias de Froebel, desenvolvendo materiais para crianças um pouco mais velhas e inspirando uma rede de escolas em que os manipulativos tinham um papel central. Maria Montessori observou que crianças são muito atraídas por aparatos para desenvolvimento sensorial, usando-os espontaneamente, com concentração, independentemente e repetidamente. Assim, Montessori desenvolveu novos materiais e atividades para ajudar as crianças a desenvolver estas capacidades sensoriais [Pollard, 1993]. O chamado Método Montessoriano tinha como um de seus pilares o uso de materiais com forte apelo à percepção visual e tátil [Azevedo, 1979] *apud* [Fiorentini & Miorim, 2004]. Muitos dos exercícios desenvolvidos pela educadora - hoje utilizados largamente na Educação Infantil e Fundamental - procuram chamar a atenção dos alunos para as propriedades dos objetos (tamanho, forma, cor, textura, peso, cheiro, barulho) [Daltoé & Strelow, 2005].

Montessori desenvolveu o Material Dourado, os triângulos construtores e os cubos para composição e decomposição de binômios [Azevedo, 1979] *apud* [Fiorentini & Miorim, 2004], entre outros materiais que são usados até hoje. Montessori esperava que os materiais ajudassem as crianças a ter o controle de seu aprendizado, por meio de investigação e exploração [Pollard, 1993].

Na década de 60, foi lançado o livro “*A Matemática Moderna no Ensino Primário*”, do matemático húngaro Zoltan Dienes. Nele, foram sugeridos caminhos para a renovação do ensino da Matemática nas primeiras idades escolares. Dienes preocupava-se mais com a forma

com que os professores ensinavam do que com o conteúdo em si, e defendia uma maior liberdade de exploração para as crianças, com menos foco nos procedimentos mecânicos. Os materiais concretos tinham papel fundamental nesta exploração; Dienes defendia que a manipulação de objetos era uma etapa anterior ao processo de abstração ao longo da aprendizagem [Bonafé, 2006].

Hoje em dia, materiais manipulativos estão bem estabelecidos nas salas de aula, especialmente nas primeiras séries. O material concreto tem sido usado como subsídio à prática docente, na forma de produtos como geoplano, Material Dourado, escala Cuisinaire, blocos lógicos, ábacos, sólidos geométricos, jogos de encaixe, quebra-cabeças e muitos outros [Moura, 1997].

Muitas vezes, as fronteiras entre um brinquedo e um material pedagógico se confundem. Segundo [Kishimoto, 1994] *apud* [Moura, 1997], os dois se diferenciam de acordo com os objetivos da ação educativa: um brinquedo empregado na escola com caráter educativo pode ser chamado de brinquedo educativo. O brinquedo educativo é entendido como recurso que ensina, desenvolve e educa de forma prazerosa [Moura, 1997]. Manipulativos são objetos com apelo tátil e visual, projetados para representar explicitamente e concretamente conceitos matemáticos que são abstratos [Moyer, 2001]. Porém, os dois grupos superpõem-se na forma de materiais como o quebra-cabeça, que pode ser usado para ensinar formas ou cores; os jogos de tabuleiro, que exigem a compreensão do número e das operações matemáticas; os brinquedos de encaixe, que trabalham noções de seqüência, tamanho e forma, entre outros exemplos [Kishimoto, 1997].

### 2.2.2 Impacto dos manipulativos na aprendizagem

Há vários argumentos a favor da manipulação de objetos concretos como auxiliar na aprendizagem de conceitos matemáticos abstratos.

Jean Piaget (1896-1980), renomado psicólogo e filósofo suíço, proveu uma fundamentação epistemológica para as idéias educacionais seguidas por Pestalozzi, Froebel, Dienes e Montessori. Piaget teorizou que as crianças precisam construir conhecimento por operações concretas antes das operações formais [Piaget, 1972] *apud* [Resnick et al., 1998]. Piaget mostrou que crianças podem freqüentemente resolver problemas quando têm à disposição materiais concretos antes de conseguir resolvê-los simbolicamente [O'Malley & Fraser, 2004].

Segundo [Piaget, 1972] *apud* [Fagundes, 1977], o conhecimento não é uma simples cópia da realidade. Para conhecer um objeto, é preciso agir sobre ele, transformá-lo e compreender este processo. Para Piaget, o conhecimento tem origem na atividade do sujeito sobre o meio e não apenas nas propriedades objetivas da realidade.

Dessa forma, a origem do conhecimento humano pode ser explicada a partir da interação entre o indivíduo e a realidade por intermédio da atividade humana [Maia, 2001]. Assim, as experiências com objetos do ambiente físico são básicas no desenvolvimento das estruturas cognitivas. Piaget divide estas experiências em física e lógico-matemática. Conhecimento físico é conhecimento sobre os objetos do mundo exterior. Por exemplo, saber qual o peso e a cor de um objeto, ou saber que uma bola eventualmente pára, depois de rolar. Este tipo de conhecimento tem sua fonte parcialmente nos objetos do mundo real e crianças adquirem conhecimento físico por observação empírica [Kamii et al., 2001].

Na experiência lógico-matemática, o conhecimento não é extraído diretamente do objeto, mas das ações realizadas sobre eles. O conhecimento lógico-matemático consiste de relações mentais que a criança cria internamente [Fagundes, 1977]. Piaget acredita que tal conhecimento não resulta da abstração das propriedades do objeto, mas sim, das propriedades que a ação do sujeito introduz nos objetos, ou seja, da abstração reflexionante [Maia, 2001]. No caso dos conceitos de diferença e igualdade, por exemplo: consideremos dois carros, um preto e um branco. A cor dos carros é um conhecimento físico, mas a diferença entre eles não. A diferença não está no mundo exterior, mas na mente das pessoas [Kamii et al., 2001].

Em sua origem, a ação do sujeito sobre as pessoas e os objetos é de ordem apenas perceptivo-gestual. Tal atividade evolui para operações mentais, cada vez mais complexas, que culminam com a possibilidade de o indivíduo agir sobre uma situação puramente imaginária, independente de um suporte real [Maia, 2001].

Piaget afirma que a ação sobre materiais concretos caracteriza uma “pedagogia ativa”, que proporciona bases reais - e não simplesmente verbais - à iniciação matemática [Fagundes, 1977].

[Vygotsky, 1978] também considera que as ações das crianças são de grande valor para o seu amadurecimento. Segundo o princípio da internalização e externalização por ele descrito, os processos mentais originam-se de ações externas [Kaptelinin, 1996]. Vygotsky afirma que o processo de aprendizagem humana obedece a um fluxo que vai de ações externas para atividade mental interna. Crianças, portanto, começam a agir no mundo sem compreender o que estão fazendo, porém sua ação permite que elas identifiquem padrões em seu comportamento e passem a entender a sua atividade externa. Este entendimento leva à internalização daquela atividade. Assim, seu comportamento vai aos poucos sendo ditado pelos seus próprios processos mentais [Bellamy, 1996].

Há várias pesquisas que chegaram a conclusões favoráveis ao uso de manipulativos no ensino da Matemática [Carpenter & Moser, 1982], [Hughes, 1986], [Nunes & Bryant, 1991], [Riley et al., 1983], [Selva, 1998] *apud* [Selva, 2003].

[Alibali & DiRusso, 1999] *apud* [O’Malley & Fraser, 2004] mostraram que tocar objetos ajuda crianças pequenas a contar, não só permitindo que elas mantenham controle sobre o que estão contando, mas também desenvolvendo uma correspondência um-para-um entre os nomes dos números e os itens.

[Martin & Schwartz, 2005] descobriram que crianças conseguiam resolver problemas com frações movendo objetos físicos, mas não conseguiam resolver os mesmos problemas quando não tinham este suporte, ou quando eram mostradas apenas figuras.

No entanto, os achados de pesquisas acerca da efetividade destes manipulativos são contraditórios. Materiais pedagógicos não são mágicos, não são objetos que trazem em si um saber pronto e acabado [Moyer, 2001], [Mrech, 1997], mas que trazem uma historicidade própria - uma visão de educação, de matemática, do homem e do mundo [Fiorentini & Miorim, 2004] em que está agregada também a cultura de uma dada época [Mrech, 1997]. O material está intrinsecamente ligado à prática cultural e organização social no qual ele se propõe a funcionar [Meira, 1998].

Às vezes, alunos aprendem a usar manipulativos de uma forma que não permite que eles

façam ligações com os conceitos por trás daquelas atividades [Moyer, 2001]. Manipulativos são bem-vindos quando estimulam o raciocínio da criança na resolução de problemas. Um dado objeto pode ser útil em certas situações e não sê-lo em outras, ou só ser adequado em alguns estágios do desenvolvimento da criança [Kamii et al., 2001]. Antes de optar por um material, é preciso refletir sobre a proposta político-pedagógica associada a ele. A prática do professor não pode se submeter a algum tipo de material simplesmente por ele ser atraente ou lúdico. A simples introdução de materiais concretos não garante uma melhor aprendizagem [Fiorentini & Miorim, 2004]. O material pedagógico não deve ser visto como um objeto estático sempre igual para todos os sujeitos, mas um objeto dinâmico que se altera em função da imaginação de cada aluno [Mrech, 1997].

Um estudo de [DeLoache et al., 1998] mostra que não se pode assumir que até mesmo os mais óbvios símbolos serão automaticamente interpretados pelas crianças como representações de algo além deles mesmos. Por exemplo, crianças de 2 anos e meio têm problemas para entender o uso de modelos em miniatura de cômodos. Elas entendem perfeitamente que é um modelo e conseguem encontrar objetos escondidos nele, mas têm grande dificuldade em usar este modelo como pista para encontrar um objeto real correspondente em um cômodo real idêntico [DeLoache, 1987] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004]. As crianças acham difícil raciocinar sobre o modelo como uma representação, também porque o objeto é para elas muito interessante por si só [DeLoache et al., 1998] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004]. Usando fotos em vez de modelos, a atividade foi muito mais fácil para as crianças. Assim, representações muito realistas, como os modelos, nem sempre têm o efeito desejado no mapeamento do modelo simbólico para o referente real [O'Malley & Fraser, 2004].

[Uttal et al., 1997] argumentam que uma dificuldade que as crianças podem ter com manipulativos é a necessidade de interpretá-los como representações de outra coisa. As crianças precisam ver e entender as relações entre os manipulativos e outras formas de expressão matemática - ou seja, elas precisam ver que os manipulativos podem ter uma função simbólica, que eles podem representar um conceito. A habilidade para raciocinar com sistemas de relações simbólicas para entender idéias matemáticas (por exemplo, usar blocos Dienes para resolver problemas) requer treino e experiência [Uttal et al., 1997] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004].

Algumas pesquisas ([Boulton-Lewis, 1998] *apud* [Moyer, 2001], [Uttal et al., 1997] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004]) defendem que para que crianças tirem proveito dos manipulativos, elas precisam conhecê-los muito bem, a ponto de usá-los automaticamente no seu processo de raciocínio, e para isso faz-se necessária uma prática prolongada.

[Winograd & Flores, 1986] *apud* [Moyer, 2001] complementam esta visão afirmando que, se o aluno estiver o tempo todo consciente do material, então este não é uma ferramenta e não está servindo ao propósito de promover uma atividade que busca levar à compreensão de determinado conceito. Esta "transparência" do artefato, no entanto, é vista por [Meira, 1998] como podendo variar de intensidade de acordo com as atividades realizadas. [Meira, 1998] afirma que a transparência de ferramentas é conseguida através do seu processo de uso e este processo é mediado pela participação do usuário em práticas sócio-culturais específicas (por exemplo, práticas em aulas de matemática). Os dispositivos podem tornar-se, eles mesmos,

objeto de discussão e argumentação durante a atividade, movendo-se em alguns casos para o centro da atenção do aluno.

Além disso, [Meira, 1998] ainda defende que não devem ser tiradas conclusões precipitadas sobre a efetividade e adequação de dispositivos como ferramentas de aprendizagem sem levar em consideração o contexto em que eles serão usados e as perspectivas e histórias de seus usuários. A análise do instrumento em si é válida, mas não é suficiente; deve haver uma ênfase no contexto de uso do material. Dispositivos de aprendizagem devem ser considerados sempre em relação a alguma tarefa, sistema de atividades e contexto cultural no qual eles fazem sentido [Meira, 1998].

De forma geral, podemos dizer que manipulativos físicos trazem vantagens para a aprendizagem como [O'Malley & Fraser, 2004]:

- permitir que as crianças demonstrem conhecimento nas suas ações físicas mesmo sem saber falar sobre este conhecimento;
- permitir que crianças resolvam problemas que elas ainda não conseguem resolver simbolicamente;
- facilitar a abstração de relações simbólicas a partir de várias instâncias concretas.

### 2.2.3 Exemplos de manipulativos para aprendizagem da Matemática

Nesta seção, analisamos alguns exemplos de manipulativos populares desenvolvidos para ensino da Matemática. Existem muitas variações de alguns destes materiais, como aqueles que representam figuras geométricas planas. Seleccionamos representantes de categorias distintas, fazendo assim uma cobertura mais abrangente do conjunto de materiais.

#### **Blocos Lógicos de Dienes**

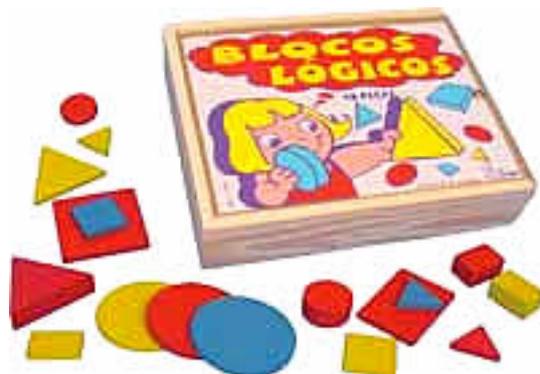
Criado na década de 1950 pelo matemático Zoltan Paul Dienes, o conjunto de blocos lógicos é composto de 48 peças de diferentes cores (amarelo, azul e vermelho), formas (faces circulares, quadradas, triangulares e retangulares), tamanhos (grande e pequeno) e espessuras (fina e grossa) (Figura 2.1). Elas podem ser feitas de madeira ou cartolina, sem medidas padronizadas.

O artefato é útil para estimular as primeiras operações lógicas, como correspondência, classificação e seqüência [Ribeiro, 2005], que vão fundamentar o desenvolvimento do raciocínio abstrato [Daltoé & Strelow, 2005].

Os blocos lógicos são simples, fáceis de ser construídos e utilizados. Eles podem ser explorados livremente pelas crianças, ou ser empregados em atividades específicas a critério do professor. [Imenes & Berardinelli, 1999] e [Daltoé & Strelow, 2005] dão sugestões de várias atividades que podem ser desenvolvidas com os blocos lógicos.

O material pode ser facilmente usado em pequenos grupos, favorecendo o trabalho colaborativo. Ao longo do período de familiarização das crianças com o material, este vai se tornando cada vez mais “transparente”. Isto permite que os alunos se concentrem nas relações entre as peças e nos conceitos matemáticos que emergem destas relações.

Em outras palavras, aos poucos as crianças vão passando do conhecimento físico (que ocorre quando o aluno observa e identifica os atributos de cada peça) ao conhecimento lógico-matemático (que se dá quando o aluno usa esses atributos abstratamente, sem ter o material em



**Figura 2.1** Blocos lógicos de Dienes (Disponível em: <<http://www.paperbrink.com.br/>>. Acesso em: 25 jan. 2007.)

mãos) [Daltoé & Strelow, 2005].

Os blocos de Dienes são mais úteis para crianças pequenas, por serem um conjunto de peças simples e relativamente limitado, que pode ser rapidamente explorado no caso de crianças maiores, perdendo assim o valor.

### **Escala Cuisinaire**

Criada por Georges Cuisinaire (1891-1976), a escala é composta de barras em forma de prismas quadrangulares, feitas de madeira, com cores padronizadas (Figura 2.2). Os comprimentos variam de 1 em 1 centímetro, indo de 1 a 10. É útil para explorar seqüência numérica, frações (o aluno identifica as relações entre a parte e o todo), coordenação motora, memória, percepção de forma, tamanho e cores [Ribeiro, 2005].



**Figura 2.2** Escala Cuisinaire (Disponível em: <<http://www.tecnoedu.com/Didacticos.php>>. Acesso em: 25 jan. 2007.)

Quando crianças brincam com barras Cuisinaire e percebem que uma barra marrom tem o mesmo comprimento de duas roxas ou quatro vermelhas, elas começam a desenvolver um raciocínio sobre frações e proporções [Resnick, 1998].

Assim como os blocos de Dienes, as barras Cuisinaire são simples e podem ser oferecidas às crianças para exploração e descoberta, assim como ser empregadas com um objetivo mais focado, definido pelo professor. As barras também podem ser facilmente usadas em pequenos grupos.

As barras Cuisinaire, no entanto, atingem um público mais abrangente do que os blocos Dienes, por permitirem a abordagem de conceitos mais complexos, envolvendo até mesmo frações, que podem ser trabalhados em diversos graus de dificuldade.

Assim como no caso dos blocos lógicos, a atenção dos alunos no material em si vai aos poucos se dissipando e isso facilita o seu uso como ferramenta de apoio para resolução de problemas diversos. [Falzetta, 1997] mostra diversas atividades para a familiarização e uso gradual das barras Cuisinaire com os alunos.

### **Manipulativos desenvolvidos por Montessori**

#### *Material Dourado*

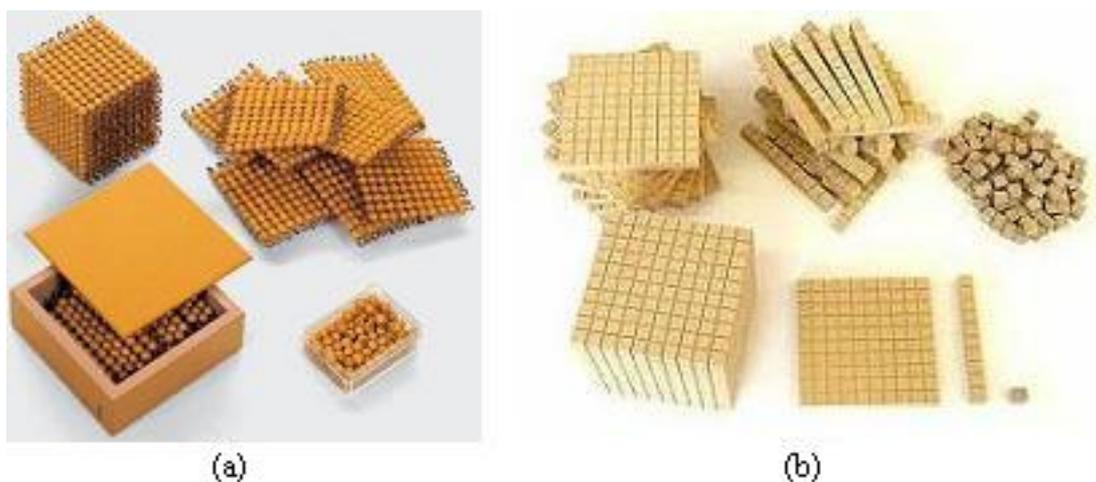
Criado por Maria Montessori (1870-1952), o Material Dourado era feito, inicialmente, com contas douradas (daí o nome). Havia contas soltas, que representavam as unidades, e dez contas colocadas em uma haste de arame [Ribeiro, 2005].

A intenção de Montessori era representar os números sob forma geométrica, trabalhando com crianças no nível do ensino elementar. Porém o material se estendeu ao uso também com crianças mais novas, segundo depoimento da própria educadora: *“Aconteceu de crianças de quatro anos de idade ficarem atraídas por esses objetos brilhantes e facilmente manejáveis. Para surpresa nossa, puseram-se a combiná-los, imitando as crianças maiores. Surgiu assim um tal entusiasmo pelo trabalho com os números, particularmente com o sistema decimal, que se pôde afirmar que os exercícios de aritmética tinham se tornado apaixonantes.”* [Imenes & Berardinelli, 1999].

O material montessoriano foi modificado por um seguidor da educadora, que o construiu em madeira, como o encontramos hoje (Figura 2.3). O material é composto de cubinhos, barras, placas e um cubo grande. Ele pode também ser feito com papel quadriculado de 1 centímetro quadrado. Hoje, alguns educadores preferem utilizar os termos “cubinho” para representar a unidade; “barra” para a dezena; “placa” para a centena; e “cubão” para o milhar. Essa liberdade permite fixar o valor 1 para peças diferentes, dando margem ao estudo das frações. Se o professor disser que a barra vale 1, o cubinho passa a valer 1/10; a placa, 10; e o cubão, 100. Mas, se o cubão representar 1, o cubinho valerá 1/1000; a barra, 1/100; e a placa, 1/10. O Material Dourado é útil para explorar o sistema de numeração decimal, operações aritméticas, frações e números decimais [Ribeiro, 2005].

O Material Dourado pode ser usado em atividades com alunos de diversas faixas etárias. O professor pode aplicar atividades com vários níveis de dificuldade, adaptadas para cada turma [Imenes & Berardinelli, 1999].

No entanto, o Material Dourado requer dos alunos um período de adaptação e aprendizagem antes que eles consigam utilizar as peças como apoio na resolução de problemas. Em

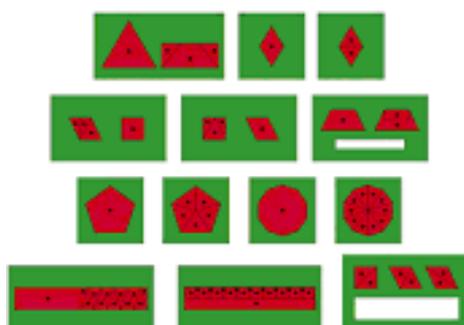


**Figura 2.3** Em (a), o material original, feito de contas douradas (Disponível em: <http://www.nienhuis.nl/>). Em (b), o material atual, feito de madeira (Disponível em: <http://www.tecnoedu.com/Didacticos.php>). Acessos em: 25 jan. 2007.)

muitos casos [Daltoé & Strelow, 2005], os alunos aprendem os algoritmos correspondentes às operações aritméticas, mas não conseguem relacioná-los ao processo visual realizado com o Conjunto Dourado. Há também casos de professores que não têm familiaridade com o material e precisam de orientação sobre como usá-lo.

#### *Conjunto de equivalência*

Este conjunto possui treze placas metálicas projetadas para demonstrar transformações de várias formas geométricas em retângulos equivalentes (Figura 2.4).



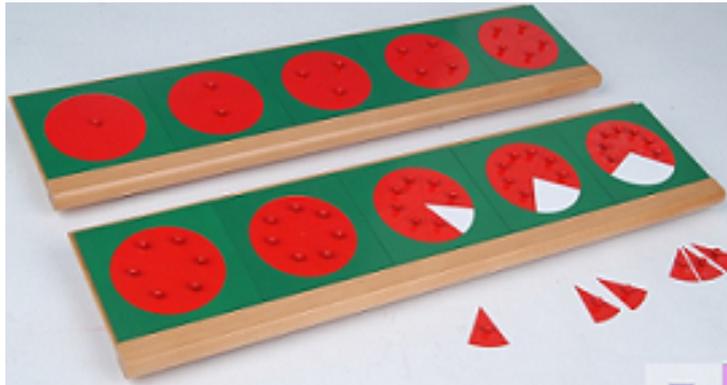
**Figura 2.4** Conjunto de equivalência (Disponível em: <http://www.gonzagarredi.it/>). Acesso em: 25 jan. 2007.)

O material é útil para demonstrar equivalência e trabalhar divisões de áreas, mas, como as formas e suas divisões são fixas e pré-definidas, a flexibilidade do conjunto é limitada. Depois de as crianças trabalharem com as formas disponíveis, resta pouco a se explorar. O conjunto

também não estimula a criatividade das crianças, pois as possibilidades de manipulação são muito restritas.

### *Círculos de frações*

Os círculos de frações (Figura 2.5) podem ser usados para introduzir conceitos como terminologia correta, comparação e equivalência de frações, conversão para decimais, medição de ângulos, entre outros.



**Figura 2.5** Círculos de frações (Disponível em: <<http://www.montessori-express.de/>>. Acesso em: 25 jan. 2007.)

O material pode ser fácil e recorrentemente usado como apoio em diversas atividades. Seu uso provê uma sólida abordagem visual das frações, representadas pelas partes do círculo. No entanto, o material traz apenas um tipo de figura geométrica, o que pode criar nos alunos uma forte associação entre frações e partes de círculos (como por exemplo, uma memorização visual da fração  $1/3$  como sendo uma parte com o formato de um terço da área de um círculo). É preciso mesclar ou alternar o uso deste material com outros, que tragam representações mais variadas.

### **Outros manipulativos**

#### *Tangram*

O Tangram é um antigo jogo chinês com sete peças: um quadrado, um paralelogramo e cinco triângulos (dois grandes, dois pequenos e um médio), formando um quebra-cabeça (Figura 2.6). A configuração geométrica de suas peças permite centenas de composições, tornando-o um criativo material didático. É útil para desenvolver o raciocínio lógico e geométrico (habilidades de visualização, percepção espacial e análise das figuras) e exercitar as relações espaciais e as estratégias de resolução de problemas [Ribeiro, 2005].

O uso do Tangram pode ser uma atividade individual ou em pequenos grupos. As atividades possíveis com o quebra-cabeça são, basicamente, de dois tipos: encaixar todas as peças corretamente na moldura quadrada e montar as peças de forma a reproduzir figuras pré-definidas. Não há, portanto, grandes variações a serem introduzidas pelo professor. A primeira atividade costuma ser repetida poucas vezes, pois depois que as crianças memorizam a posição correta



**Figura 2.6** Tangram (Disponível em: <<http://www.paperbrink.com.br/>>. Acesso em: 25 jan. 2007.)

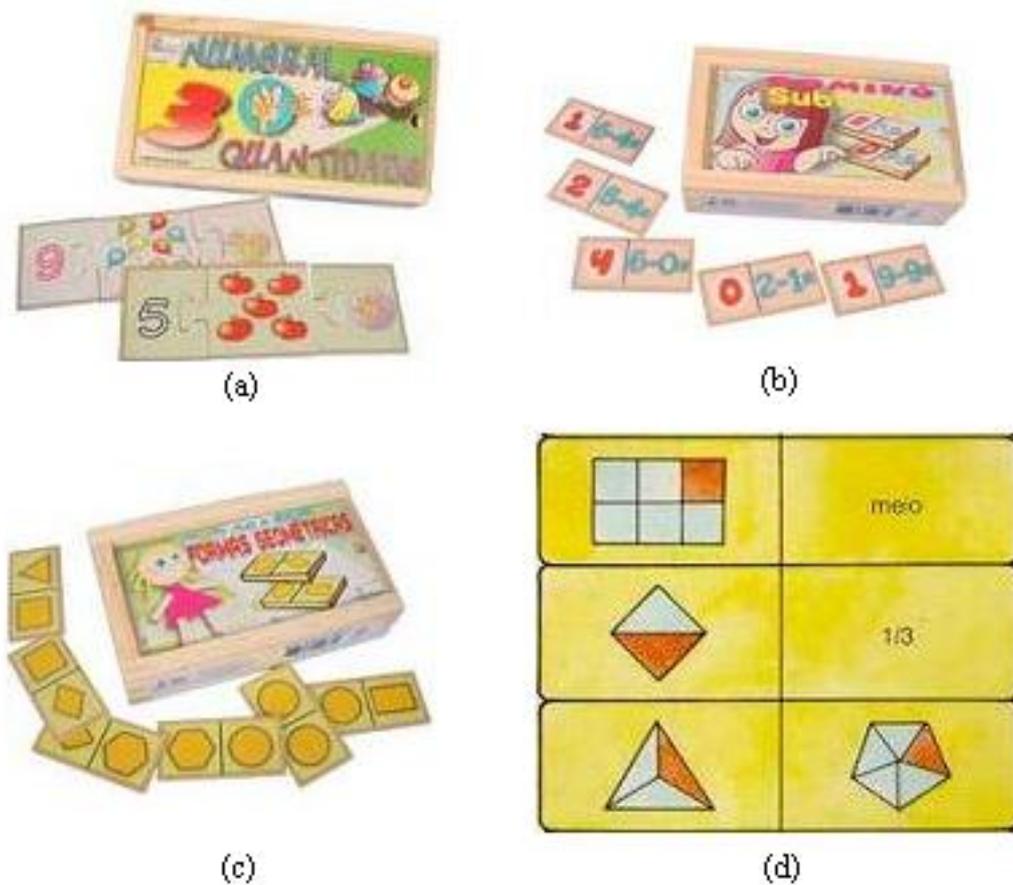
das peças, a atividade perde o propósito. A atividade de montagem de figuras, por sua vez, tem um grande leque de possibilidades. No entanto, muitas das figuras são difíceis de serem montadas até mesmo por adultos, por isso é preciso ter cuidado para não provocar frustração e desmotivação nos alunos.

O Tangram é um ótimo exercício para estimular a visão espacial, mas não se presta tanto como uma ferramenta de apoio a atividades diversas de sala de aula. O foco neste caso é o próprio jogo.

#### *Dominós matemáticos*

O jogo de dominó foi adaptado para exercitar vários tipos de operações aritméticas e conceitos matemáticos. Existem dominós de numerais e quantidades, tamanho, frações, operações aritméticas, formas geométricas, entre outros (Figura 2.7).

Por se tratar de um jogo, o dominó é motivador para as crianças. As regras simples permitem a adaptação a diversos domínios do conhecimento, incluindo vários conceitos matemáticos. Dessa forma, a brincadeira permite lembrar e exercitar o que foi aprendido nas aulas, porém, assim como no caso do Tangram, o foco é no jogo. Os dominós matemáticos têm um papel central na atividade, e não uma função de ferramenta de auxílio ao raciocínio na resolução de problemas.



**Figura 2.7** Em (a), dominó de numerais e quantidades; em (b), dominó de subtração; em (c), dominó de formas geométricas (Disponíveis em: <[http://www.simque.com.br/brinquedos\\_matematica.htm](http://www.simque.com.br/brinquedos_matematica.htm)>. Acesso em: 25 jan. 2007.); em (d), dominó de frações (retirada de: *O Mundo da Criança*, vol. 10)

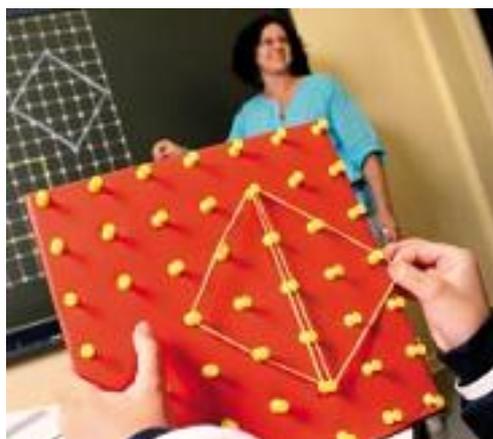
### *Geoplano*

O geoplano, criado na década de 1960 na Inglaterra, é um quadro de madeira com pinos que formam uma rede quadriculada (Figura 2.8). Nele, é possível “desenhar” diferentes figuras geométricas usando elásticos ou barbantes.

O geoplano pode ser utilizado no ensino de conceitos de geometria plana [Ribeiro, 2005] (como simetria, semelhanças, reflexão, rotação e translação), facilitando o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial [Machado, 2004]. Também pode ser usado no ensino de frações e suas operações [Machado, 2004], [Ribeiro, 2005].

O geoplano pode ser usado como ferramenta de apoio em diversas atividades de sala de aula tanto individualmente quanto colaborativamente. Através da manipulação dos barbantes, a professor pode criar atividades variadas, com o suporte do material concreto. O geoplano é um meio que oferece apoio à representação mental, em uma etapa da evolução do raciocínio abstrato [Machado, 2004].

Uma limitação do geoplano tradicional é a impossibilidade de se trabalhar com círculos.



**Figura 2.8** Geoplano (Disponível em: <<http://revistaescola.abril.com.br>>. Acesso em: 25 jan. 2007.)

Para isso, existem geoplanos circulares.

Crianças ainda sem uma coordenação motora bem desenvolvida podem apresentar alguma dificuldade na manipulação dos barbantes, dependendo da atividade.

O geoplano é um material que pode ser usado em todas as séries do Ensino Fundamental, devido à grande variedade de conceitos, em diversos níveis de dificuldade, que ele permite trabalhar. [Machado, 2004] mostra como usar o geoplano para explorar conceitos como: números quadrados e triangulares, teorema de Pitágoras e análise combinatória.

### 2.3 Discussão

Neste capítulo, mostramos que os computadores e os manipulativos são dois grupos de recursos de auxílio à aprendizagem que recebem destaque entre os educadores, mas que, apesar dos vários pontos positivos que eles possuem, existem também alguns obstáculos e críticas envolvendo estes recursos e seu uso.

Como vimos na Seção 2.1, a introdução dos computadores pessoais nas escolas vem sendo realizada, no Brasil, desde a década de 80 e ainda não provocou grandes resultados. Obstáculos como custo de aquisição e manutenção, número de computadores por aluno, modificação do planejamento das aulas, burocracia escolar e resistência e medo dos professores face a uma tecnologia pouco familiar [Kleiman, 2000], [Da Silva, 2005] dificultam muito uma maior apropriação de tais ferramentas nas atividades didáticas. Além disso, ainda não há um consenso acerca da melhor forma de se usar os computadores pessoais na Educação [Sampson, 1998], [Borba & Villareal, 2005].

Os manipulativos, por outro lado, são fáceis de usar e têm baixo custo. Podem ser integrados facilmente às atividades de sala de aula e costumam ter boa aceitação entre professores, além de despertar interesse nos alunos [Fiorentini & Miorim, 2004]. Apesar dos questionamentos da comunidade científica acerca de sua efetividade e da forma como costumam ser usados pelos professores [Moyer, 2001], os manipulativos se firmaram como recursos válidos no pro-

cesso de ensino-aprendizagem, especialmente na área matemática [Carpenter & Moser, 1982], [Hughes, 1986], [Nunes & Bryant, 1991], [Riley et al., 1983], [Selva, 1998].

Evidentemente, há muitos conceitos importantes que são difíceis de serem explorados com objetos concretos [Resnick et al., 1998] e podem ser trabalhados por meio de *software* para computadores pessoais. Por exemplo, representar objetos movendo-se perto da velocidade da luz [Eisenberg et al., 2003]. Entretanto, estão envolvidos no uso dos objetos físicos aspectos emocionais, culturais e sociais importantes - aspectos que vão além da visão puramente intelectual e que enriquecem as atividades dos alunos [Eisenberg, 2002]. A mera manipulação dos objetos concretos não leva por si só à aprendizagem, mas a ação física é muito válida e nem sempre é vantajoso substituí-la por simulações na tela de um computador [Nemirovsky & Borba, 2003]. Com os objetos físicos, as crianças têm experiências que não são vivenciadas com os *software* [Eisenberg, 2003] - elas podem realizar atividades sensoriais e motoras e envolver-se mais com os objetos e o trabalho, do ponto de vista emocional.

A ação física, através da manipulação de artefatos concretos, torna as crianças parte central da atividade. Elas não ficam somente olhando algo acontecer, como em jogos de computador [Price et al., 2003].

Seymour Papert conta em seu livro *Mindstorms* (1980) que, quando criança, apaixonou-se por engrenagens - objetos que podiam ser manipulados, transportados, colecionados. O computador pessoal tradicional é fantástico e muito útil, porém a tecnologia pode proporcionar um número muito maior de experiências [Eisenberg, 2003].

Crianças costumam ficar engajadas com materiais que elas podem pegar com as mãos e mover fisicamente, gerando uma vivência que não aparece quando elas estão simplesmente observando um dispositivo visual como um quadro ou uma tela [Nemirovsky & Borba, 2003].

Participante de uma pesquisa realizada por [Zuckerman et al., 2005] sobre manipulativos com tecnologia, uma menina de 10 anos deu o seguinte depoimento: “*Eu sou uma pessoa que gosta de fazer coisas com as minhas mãos. Com software no computador, é só ficar clicando botões. Com os blocos, eu posso sentir o que estou fazendo. Eu gosto muito mais. (...) Eu acho que as luzes e o som ajudam muito. O gráfico também ajuda, mas eu prefiro o som. Começar com as luzes, então ouvir o som, e então ver o gráfico foi ótimo*”<sup>4</sup>. Já um menino, também de 10 anos, que já tinha trabalhado com um *software* de simulação chamado STELLA, disse: “*Eu gosto mais dos blocos do que de STELLA. Com STELLA, você clica nos botões e insere os números e então uma janela se abre e você vê o resultado. Com os blocos, eu vejo o fluxo, eu posso mudar este botão e ver as luzes se movendo mais rápido.*”<sup>5</sup>

Segundo Jane Healy, psicóloga educacional e autora do livro *Endangered Minds: why children don't think and what we can do about it* (1990), estímulos visuais não são, provavelmente, o acesso principal para o raciocínio não-verbal. Movimentos de corpo, como tocar, sentir e manipular criam os principais fundamentos deste raciocínio [Oppenheimer, 1997]. Este ponto

---

<sup>4</sup>Tradução nossa. Texto original: “*I am a person that likes to do things with my hands. With software on the computer, it's always just clicking buttons. With the blocks I can feel what I'm doing. I like it much more. (...) I think the lights and the sound are very helpful. The graph is also helpful, but I like the sound better. Starting with the lights, then hearing the sound, and then seeing the graph was great.*”

<sup>5</sup>Tradução nossa. Texto original: “*I like the blocks much more than STELLA. With STELLA, you click buttons and insert numbers and then a window opens and you see the result. With the blocks, I can see the flow, I can change this dial and see the lights move faster.*”

de vista vai ao encontro da tese montessoriana, segundo a qual é por meio do movimento e do toque que as crianças exploram e decodificam o ambiente ao seu redor. As crianças têm uma tendência natural a tocar e manipular tudo que está a seu alcance. Maria Montessori declarou certa vez: “A criança ama tocar os objetos para depois poder reconhecê-los” [Daltoé & Strelow, 2005].

Até recentemente, computadores tinham pouca ligação com o mundo dos artefatos educacionais tangíveis que tanto encantam as crianças. No máximo, eram feitas simulações na tela dos computadores pessoais, sem contudo atingir os mesmos efeitos dos objetos físicos [Eisenberg et al., 2003]. Assistir a um filme que exhibe um objeto geométrico é muito diferente de tocá-lo ou mover-se dentro de um modelo plástico que o represente. Claramente, ambas experiências podem ser úteis, e mesmo que elas representem a mesma coisa, elas não são repetições uma da outra [Nemirovsky & Borba, 2003]. Materiais tangíveis são multisensoriais (podem ser vistos, cheirados, movidos, pegados, tocados, pesados, ouvidos) enquanto que as ações possíveis com os materiais virtuais são mais limitadas, sendo estes últimos mais abstratos [Proctor et al., 2001].

Aos poucos, a distância entre o mundo físico e o digital está diminuindo, na medida em que “computação” não mais se refere apenas ao computador pessoal e tecnologia educacional não é mais apenas *software* educativo. Computadores estão sendo incorporados ao ambiente físico por meio de computação embarcada e ubíqua, realidade aumentada, entre outras abordagens [Eisenberg et al., 2003], passando até mesmo despercebidos [Weiser et al., 1999]. Pesquisadores da área de Tecnologia Educacional estão projetando salas de aula ou escolas inteiras repletas de artefatos tecnológicos e não somente interfaces para a tela do computador pessoal [Eisenberg, 2003].

A agregação de tecnologia a materiais concretos cria uma ampla gama de novas possibilidades que podem suprir necessidades e lacunas presentes nos manipulativos tradicionais, mantendo, no entanto, as vantagens já introduzidas por estes últimos. Podemos destacar algumas dessas novas possibilidades em relação aos seguintes aspectos:

- **engajamento sensorial:** os manipulativos tradicionais fazem grande apelo aos diferentes estímulos sensoriais. Porém, os recursos multimídia podem ajudar a estimular e trabalhar diversos sentidos (visão, audição, tato), enriquecendo muito a experiência da criança com o material. Tais recursos também promovem uma maior inclusão de portadores de deficiências, pois os diferentes recursos tecnológicos permitem uma maior variedade de representações que contemplem as possibilidades de cada um.
- **uso colaborativo:** a tecnologia introduz novas formas de interação entre o aluno e o material, podendo estimular a colaboração e a comunicação [O’Malley & Fraser, 2004].
- **níveis de dificuldade:** com os recursos tecnológicos, é possível aumentar a flexibilidade de um material. Ele pode mais facilmente ter níveis de dificuldade progressivos, adaptando-se à evolução da criança.

Além destes fatores, materiais concretos com tecnologia embarcada representam uma alternativa aos computadores pessoais que não encontra os mesmos obstáculos que tanto dificultam a utilização destes últimos. A facilidade de manipulação e uso, a boa adaptação ao contexto de sala de aula, a possibilidade de custo mais baixo e outros aspectos positivos dos manipulativos

podem ser mantidos mesmo com a introdução de tecnologia [O'Malley & Fraser, 2004], o que aumenta as chances de uma boa aceitação e viabilidade de implantação nas escolas.

Na literatura científica, os materiais concretos com tecnologia embarcada são considerados interfaces tangíveis. O termo “interface” passou a ser comumente utilizado nos anos 60, quando foi adotado pelos cientistas da computação para designar planos de interação relacionados a sistemas computacionais. Estes planos podem se referir a interações entre diferentes partes de um mesmo sistema ou a interações entre as pessoas e o sistema [Mazalek, 2005]. As interfaces tangíveis constituem um tipo de interface entre humanos e sistemas concretamente manipulável, distinta da interface gráfica tradicional dos computadores pessoais.

No Capítulo 3, apresentamos as interfaces tangíveis em maiores detalhes, com foco no seu uso na Educação.



## Interfaces tangíveis

*A ciência e a tecnologia seriam usadas como se, a exemplo do sábado, tivessem sido feitas para o homem e não (como no presente e ainda mais no Admirável Mundo Novo) como se o homem tivesse de ser adaptado e escravizado a elas.*

— ALDOUS HUXLEY (inglês, escritor, no prefácio da 5ª edição do livro ‘Admirável Mundo Novo’ (1979))

As interfaces tangíveis são um conceito relativamente novo na Computação, criado pelos pesquisadores da área de Interação Humano-Computador (IHC). Este tipo de interface está se tornando cada vez mais comum na nossa sociedade, na medida em que os desenvolvedores de novas tecnologias têm dado uma crescente importância à usabilidade das interfaces, de forma a atender melhor as necessidades dos usuários [Weiser et al., 1999]. Computadores têm tido um papel cada vez mais presente em nossas vidas, sendo incorporados a um número crescente de dispositivos e criando novas formas de interação entre humanos e máquinas [Dourish, 2001]. As interfaces tangíveis introduzem formas de interação inovadoras que podem ser mais naturais ao ser humano, e têm se difundido em vários campos, inclusive na Educação.

Neste capítulo, descrevemos o surgimento e a consolidação do conceito de interfaces tangíveis e apresentamos diversos tipos de aplicações educativas que se encaixam neste grupo, analisando o objetivo, funcionamento e efetividade de cada uma delas.

### 3.1 Contextualização

As interfaces tangíveis fazem parte de um programa maior de pesquisa e desenvolvimento de tecnologias [O’Malley & Fraser, 2004] conhecido como computação pervasiva ou ubíqua (*ubicomp*). Mark Weiser, criador do conceito de *ubicomp*, definiu uma visão do mundo digital misturado a tal ponto ao ambiente físico que acaba tornando-se “invisível” ou “transparente”. As pessoas não precisam preocupar-se com a tecnologia ubíqua, podendo usá-la naturalmente, quase sem perceber [Weiser et al., 1999].

O conceito de *ubicomp* nasceu em 1988 no *Xerox Palo Alto Research Center* (Xerox PARC), e foi divulgado por intermédio do “Programa de Computação Ubíqua” (*Ubiquitous Computing Program*). Nesta época, os antropólogos do Xerox PARC, ao observarem o modo como as pessoas realmente usavam a tecnologia (não se contentando com o modo como as pessoas diziam usá-la), levaram Weiser e sua equipe a refletir menos sobre detalhes técnicos das máquinas e

mais sobre o uso situacional da tecnologia. Mais especificamente, Weiser passou a interessar-se pelo modo como os computadores estavam integrados à atividade diária social humana e como eles interagiam com o ambiente físico [Weiser et al., 1999]. Os computadores pessoais eram vistos então como complexos e difíceis de usar, além de demandarem muita atenção [Weiser et al., 1999].

Quando os computadores começaram a ser desenvolvidos comercialmente, eles eram extremamente caros. Por esta razão, a prioridade era sempre minimizar o tempo requerido pelas atividades realizadas pelo computador, mesmo que isso implicasse uma sobrecarga de trabalho humano [Dourish, 2001]. Em outras palavras, a atividade humana era moldada pelas exigências da tecnologia. Esta situação perdura até os dias de hoje. Entretanto, a proposta da computação ubíqua sinaliza uma nova direção que começa a se popularizar: a do favorecimento das atividades humanas, com a tecnologia tendo que se moldar a elas.

Atualmente, vários centros acadêmicos, além do Xerox PARC, desenvolvem pesquisas na área da computação pervasiva ou ubíqua.

A *International Business Machines* (IBM) está criando um laboratório chamado *Planet Blue*<sup>1</sup>, para compreender como as pessoas irão interagir em um ambiente futuro totalmente provido de Internet sem fio.

O instituto de interação humano-computador da universidade *Carnegie Mellon* está trabalhando em um projeto chamado *Aura*<sup>2</sup>, cujo objetivo é prover ao usuário um conjunto de serviços que independam da localização do mesmo - em outras palavras, uma aura de informação pessoal que acompanha o usuário.

O *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) desenvolve um projeto de computação pervasiva chamado *Oxygen*<sup>3</sup>. O nome do projeto é devido à visão de que, no futuro, os dispositivos pervasivos estarão livremente disponíveis e facilmente acessíveis assim como o oxigênio é hoje para os humanos. A idéia do *Oxygen* é desenvolver um sistema centrado no usuário, usando tecnologias de reconhecimento de fala, visão computacional e colaboração, que permitam uma comunicação natural do usuário com o sistema, como se ele estivesse interagindo com outra pessoa.

A principal proposta da computação pervasiva ou ubíqua é permitir que os computadores participem da vida das pessoas de forma tão natural quanto um martelo é usado por um carpinteiro: quase automaticamente [Weiser et al., 1999]. A idéia é que a computação se incorpore à nossa experiência diária no mundo físico e social [Dourish, 2001].

Por exemplo, a prensa móvel, tecnologia inventada em 1440, permitiu que a linguagem escrita se tornasse ubíqua: ela está em *outdoors*, sinais, janelas de lojas, placas e muitos outros lugares. Como somos “usuários” hábeis de textos, não nos custa nenhum esforço capturar as informações do ambiente e processar a informação. O texto simplesmente desaparece e nós focamos nossa atenção no conteúdo que ele comunica [O’Malley & Fraser, 2004].

Nos dias atuais, temos muitos exemplos da vida cotidiana em que dispositivos tecnológicos como microprocessadores e sensores passam despercebidos. Computadores estão presentes em interruptores de luz, carros, telefones, relógios de pulso e muitos outros dispositi-

---

<sup>1</sup><<http://www.research.ibm.com/compsci/planetblue.html>> Acesso em: 25 jan. 2007.

<sup>2</sup><<http://www.cs.cmu.edu/~aura/>> Acesso em: 25 jan. 2007.

<sup>3</sup><<http://www.oxygen.lcs.mit.edu/>> Acesso em: 25 jan. 2007.

tivos [O'Malley & Fraser, 2004]. São as chamadas “coisas que pensam” (*things that think*) [Resnick et al., 1998].

Na proposta da computação pervasiva, dispositivos como os citados acima teriam conhecimento de sua localização e da presença de outros dispositivos, comunicar-se-iam entre si e trocariam informações. Dessa forma, os dispositivos poderiam reconfigurar-se automaticamente de acordo com o ambiente e realizar ações por conta própria [Dourish, 2001].

Esta expansão do contexto em que a tecnologia é usada, indo além da mesa de trabalho onde fica o computador pessoal, evidencia uma necessidade de novas formas de interação entre humanos e tecnologia, mais adequadas às habilidades humanas [Dourish, 2001].

No entanto, quando pensamos nas tecnologias da informação, constatamos que a interação entre as pessoas e o espaço virtual ainda é predominantemente feita por meio da chamada *graphical user interface* (GUI), interface tradicional de computadores pessoais e portáteis [Ishii & Ullmer, 1997]. Apesar de reconhecerem o valor de prover objetos manipuláveis aos usuários, pesquisadores da área de Interação Humano-Computador (IHC) tradicionalmente concentram suas inovações em objetos virtuais, como em interfaces gráficas de manipulação direta [Resnick et al., 1998].

Ainda assim, dispositivos de entrada e saída cada vez mais diversos estão sendo desenvolvidos, e a tendência futura é que o corpo inteiro seja envolvido na interação com as máquinas, através de gestos, entrada e saída por voz, dispositivos que podem ser “vestidos” (*wearable devices*), entre outros [Shneiderman, 1998]. Pesquisadores de IHC estão crescentemente voltando sua atenção para objetos físicos cotidianos [Resnick et al., 1998] a serem usados na interação com as máquinas, e daí deriva o conceito de interfaces tangíveis.

As interfaces tangíveis buscam mudar o paradigma tradicional de entrada e saída, criando novas possibilidades de interação que unem os mundos digital e físico [Ullmer & Ishii, 2000] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004], e em alguns casos até mesmo eliminando a distinção entre dispositivos de entrada e saída [Fishkin, 2004].

Por exemplo, o *TiltScreen* é um computador de mão que responde a movimentos de rotação que são feitos com ele. O *TiltScreen*, por intermédio de sensores, captura a rotação que está sendo aplicada e a tela muda de acordo com este movimento. Assim, a entrada e a saída são realizadas através de um mesmo dispositivo [Rekimoto, 1996].

Exemplos como o *TiltScreen* fazem parte da visão inovadora da IHC que foi oficialmente apresentada pelos pesquisadores Ishii e Ullmer na conferência internacional de fatores humanos em sistemas computacionais (CHI 97). Nesta ocasião, eles definiram a abordagem *tangible bits*, segundo a qual os usuários podem manipular *bits*, pois estes estariam acoplados aos objetos físicos do dia-a-dia e superfícies arquitetônicas. Tal acoplamento viria preencher a lacuna existente entre o ciberespaço e o ambiente físico, ou entre os *bits* e os átomos [Ishii & Ullmer, 1997]. Estes novos tipos de interface receberam o nome de *tangible user interfaces* - TUIs.

Poderíamos dizer que as interfaces tangíveis seguem um paradigma básico representado pelo seguinte roteiro [Fishkin, 2004]:

1. evento de entrada: o usuário usa suas mãos para manipular um objeto físico, movendo-o, apertando-o, agitando-o ou empurrando-o, entre outras ações;
2. um sistema computacional detecta esta ação e altera seu estado interno;
3. evento de saída: o sistema dá um retorno ao usuário, através de uma mudança na natureza

física de algum objeto - altera sua superfície de visualização, cresce, encolhe, emite um som, entre outros.

Porém, muitas interfaces que se enquadram neste roteiro não são tipicamente consideradas TUIs [Fishkin, 2004]. A definição das TUIs ainda é um tanto nebulosa. Elas abrangem um grande leque de diferentes paradigmas e comportamentos, o que dificulta a delimitação da classe. Pode-se dizer que as TUIs ainda estão no campo do “eu sei que é uma quando eu vejo uma” [Fishkin, 2004]. Um *joystick* na forma de uma direção de automóvel é uma TUI? E um *joystick* que não tem forma de direção? Teclados são TUIs?

A questão-chave que se deve ter em mente em termos da diferença entre as GUIs e as TUIs é que em computadores pessoais tradicionais o mapeamento entre a manipulação do dispositivo físico de entrada (por exemplo, o apontar e clicar do *mouse*) e a representação digital correspondente no dispositivo de saída (por exemplo, a tela) é relativamente indireto e fracamente acoplado. O movimento realizado pelo usuário tem, na tela, uma representação digital muito diferente (por exemplo, ao usar o *mouse* para selecionar um item de um menu em um processador de texto, o usuário move o *mouse* em uma superfície horizontal, controlando um apontador gráfico na tela - o cursor -, que se move em uma superfície vertical) [O'Malley & Fraser, 2004]. No mundo físico, nós manipulamos muitos objetos ao mesmo tempo, usando as duas mãos, em três dimensões, o que é muito diferente do movimento bidimensional do cursor controlado pelo *mouse* [Dourish, 2001].

No caso das interfaces tangíveis, há um acoplamento muito maior entre o físico e o digital - a distinção entre eles fica muito menos clara. O dispositivo que controla os efeitos que o usuário busca pode ser ao mesmo tempo entrada e saída. Em GUIs, normalmente a entrada é física e a saída é digital, mas em interfaces tangíveis pode haver uma variedade de mapeamentos de representações digitais-físicas [O'Malley & Fraser, 2004].

[Ishii & Ullmer, 1997] apresentaram três formas de se implementar interfaces tangíveis:

1. **superfícies interativas:** transformar superfícies como muros, mesas, portas, janelas em interfaces ativas;
2. **bits e átomos acoplados:** acoplar informação digital a objetos do dia-a-dia;
3. **mídia do ambiente:** uso de som, luz, corrente de ar, movimento de água para servirem como interfaces com o ciberespaço.

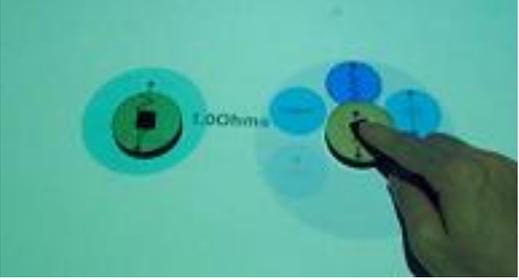
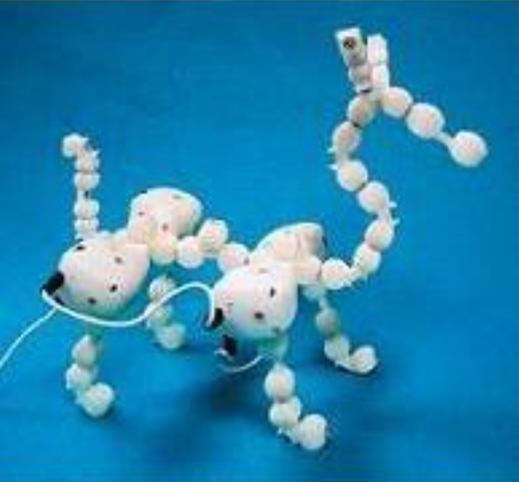
Seguindo uma abordagem semelhante, [Zuckerman et al., 2005] apresentam quatro paradigmas de “funcionamento” das interfaces tangíveis, de acordo com as formas de implementação:

1. **TUI usada para entrada e GUI para saída:** a interface tangível atua como entrada para o computador tradicional e a saída é mostrada em uma interface gráfica separada. Exemplos: *ActiveCube* [Ichida et al., 2004] (interface baseada em cubos para exercitar visão espacial - o usuário interage com o ambiente através da manipulação dos blocos, que são representados na tela do computador), TICLE [Scarlatos et al., 1999] (montagem do quebra-cabeça tangram baseada em visão computacional);
2. **saída do computador projetada em uma TUI:** a saída é projetada a partir de um computador tradicional sobre uma TUI. Exemplo: *CircuiTUI* (ferramenta de projeto de circuitos, baseada na tecnologia *Sensetable* [Patten et al., 2001]);

3. **espaços interativos e ambientes imersivos:** as TUIs são as interfaces através das quais o usuário interage com um sistema de computação pervasiva. Exemplos: *MIT's kids room* [Bobick et al., 1999], *StoryRooms* [Alborzi et al., 2000];
4. **computação embarcada em objetos físicos (manipulativos digitais):** a TUI é a entrada e a saída, sem computadores tradicionais envolvidos. Exemplos: *SystemBlocks* e *FlowBlocks* (blocos que se comunicam, simulando aspectos de dinâmica de sistemas) [Zuckerman et al., 2005], *Bitball* (esfera dotada de um acelerômetro e LEDs, podendo descobrir informações sobre seu movimento) [Resnick et al., 1998], *Beads* e *Stackables* (peças com microprocessadores que se comunicam entre si) [Resnick, 1998], *Topobo* (conjunto de montagem tridimensional capaz de gravar e repetir movimentação física) [Raffle et al., 2004].

Na Tabela 3.1, podemos ver alguns dos sistemas correspondentes a cada forma de implementação proposta por [Zuckerman et al., 2005].

**Tabela 3.1** Ilustrações de sistemas tangíveis classificados segundo as formas de implementação propostas por [Zuckerman et al., 2005]

 <p><i>ActiveCube</i> (TUI usada para entrada e GUI para saída)</p>	 <p><i>CircuitTUI</i> (Saída do computador projetada em uma TUI)</p>
 <p><i>MIT Kids Room</i> (Espaços interativos e ambientes imersivos)</p>	 <p><i>Topobo</i> (Computação embarcada em objetos físicos)</p>

[Fishkin, 2004] refere-se à relação entre o objeto (físico) que está sendo manipulado e os estados (digitais) do sistema como o grau de incorporação (*embodiment*) do sistema e o classifica em quatro níveis de intensidade. Quanto maior a incorporação, menor a distinção entre os mecanismos de entrada e saída [Fishkin, 2004], como mostra a seguinte escala:

- **incorporação distante (*distant*):** a saída está “lá”, em uma tela, ou até em outra sala. Por exemplo, [Hinckley et al., 1994] desenvolveram um sistema tangível para auxiliar neurocirurgiões em seu trabalho. O sistema permite que os médicos manipulem modelos tangíveis de crânios (*head props*) e observem os efeitos de suas ações refletidos em uma tela.
- **incorporação ambiental (*environmental*):** a saída ocorre “ao redor” do usuário, tipicamente por meio de áudio, luz ou calor - há apenas uma relação tênue entre o objeto de entrada e a saída. Este tipo de incorporação é encontrada em ambientes virtuais. Por exemplo, no sistema de bate-papo baseado em interfaces tangíveis *ToonTown* [Singer et al., 1999], um usuário manipula objetos físicos que são representações dos outros usuários do sistema. Movendo estes objetos, os níveis de áudio dos usuários são ajustados.
- **incorporação próxima (*nearby*):** a saída ocorre “perto” do objeto de entrada. A saída está fortemente acoplada à entrada - como no caso de uma caneta especial que altera uma tela de visualização “riscada” por ela. *I/O Brush* [Ryokai et al., 2004] é um exemplo de incorporação próxima: trata-se de uma ferramenta para crianças desenharem, que tem a aparência de um pincel normal, mas possui uma pequena câmera embutida, com luzes e sensores de toque. As crianças podem capturar, com *I/O Brush*, cores e texturas de objetos ao seu redor e reproduzi-las na área de desenho.
- **incorporação completa: (*full*):** o dispositivo de entrada é o dispositivo de saída - o estado do dispositivo está totalmente incorporado no próprio dispositivo. A interação com um dispositivo que apresenta incorporação completa é uma interação do tipo mais comum observado quando estamos lidando com o mundo físico: “coisas” recebem manipulação física e mudam de acordo com esta manipulação. O *TiltScreen* [Rekimoto, 1996], computador de mão que responde a movimentos de rotação aplicados sobre ele, já citado nesta mesma seção, constitui um exemplo de incorporação completa.

Podemos estabelecer relações entre as três classificações apresentadas até este ponto. As classificações de [Ishii & Ullmer, 1997] e de [Zuckerman et al., 2005] são bastante semelhantes, seguindo uma abordagem mais voltada para aspectos técnicos. Elas podem ser vistas como formas de implementação de sistemas que venham a ter os graus de incorporação propostos por [Fishkin, 2004]. As relações entre as três classificações são mostradas na Tabela 3.2. Para cada grau de incorporação de [Fishkin, 2004] (primeira coluna), corresponde uma forma de implementação proposta por [Zuckerman et al., 2005] e/ou [Ishii & Ullmer, 1997].

**Tabela 3.2** Relações entre as classificações de [Fishkin, 2004], [Zuckerman et al., 2005] e [Ishii & Ullmer, 1997] para as interfaces tangíveis

INCORPORAÇÃO	IMPLEMENTAÇÃO	
	[Zuckerman et al., 2005]	[Ishii & Ullmer, 1997]
[Fishkin, 2004]		
Distante	TUI como entrada, GUI como saída	-
Ambiental	Ambientes imersivos	Mídia do ambiente
Próxima	-	Superfícies interativas
Completa	Computação embarcada em objetos	Bits e átomos acoplados

Uma outra noção discutida por [Fishkin, 2004] é a de metáfora. No contexto das interfaces, [Fishkin, 2004] define metáfora como sendo o grau de analogia entre as ações do usuário e os efeitos no mundo real. O projetista pode usar a forma, o tamanho, a cor, o peso, o cheiro e a textura do objeto para evocar várias ligações metafóricas. A questão que se apresenta é: o efeito do sistema causado pela ação do usuário é análogo ao efeito do mundo real para ações similares? Esta analogia define os diferentes níveis de metáfora:

- **nenhuma metáfora (*none*):** não há analogia com o mundo real. Dois exemplos seriam a *BitBall* [Resnick et al., 1998] (uma bola que, entre outras ações, ao ser apertada produz efeitos sonoros), e os *Beads* [Resnick, 1998] (peças que ao serem conectadas têm sua aparência visual modificada).
- **metáfora de nome (*noun*):** a analogia é feita em relação à forma, aparência ou som do objeto. Porém, as ações feitas sobre o objeto não têm analogia. Por exemplo, no sistema de [Want et al., 1999], vários objetos são marcados com identificadores eletrônicos (*electronic tags*) por intermédio da tecnologia RFID - o sistema usa estes identificadores para reconhecer cada objeto e a partir deste reconhecimento um programa no computador executa uma ação. Porém, a ação do usuário para que esta identificação ocorra é a mesma para todos os objetos (apresentá-los ao sistema). Ou seja, não há analogia com a ação que se faz com os objetos, apenas com suas propriedades físicas.
- **metáfora de verbo (*verb*):** a analogia está na ação feita com o objeto, a sua forma é irrelevante. Por exemplo, no *ShakePad* [Levin & Yarin, 1999], o ato de “agitar” o objeto corresponde à ação de limpar no sistema.
- **metáfora de nome e verbo: (*noun and verb*):** a analogia está tanto na forma quanto na ação, mas os objetos físico e virtual ainda diferem. Um exemplo seria a aplicação *Urp* [Underkoffer & Ishii, 1999] *apud* [Fishkin, 2004], em que os objetos sendo manipulados representam prédios. Ao serem movidos, os prédios produzem sombras na paisagem virtual atrás deles - mover um prédio no sistema é como mover um prédio no mundo real.
- **metáfora completa: (*full*):** não é preciso fazer uma analogia - o sistema virtual é o sistema físico. O objeto é manipulado e o mundo muda de acordo com esta manipulação. Por exemplo, no sistema *Illuminating Clay* [Piper et al., 2002], um pedaço de barro é

usado para representar uma paisagem e ao ser manipulado fisicamente, tem superfície alterada através da projeção de características correspondentes da paisagem, calculadas em tempo real pelo sistema.

Muitos sistemas com incorporação completa apresentam também metáfora completa, como é o caso do *Illuminating Clay*. Segundo [Fishkin, 2004], quanto maiores os níveis de incorporação e metáfora, mais “tangível” é um sistema. Na Figura 3.1, posicionamos alguns dos sistemas citados em um gráfico com os graus de incorporação e metáfora.

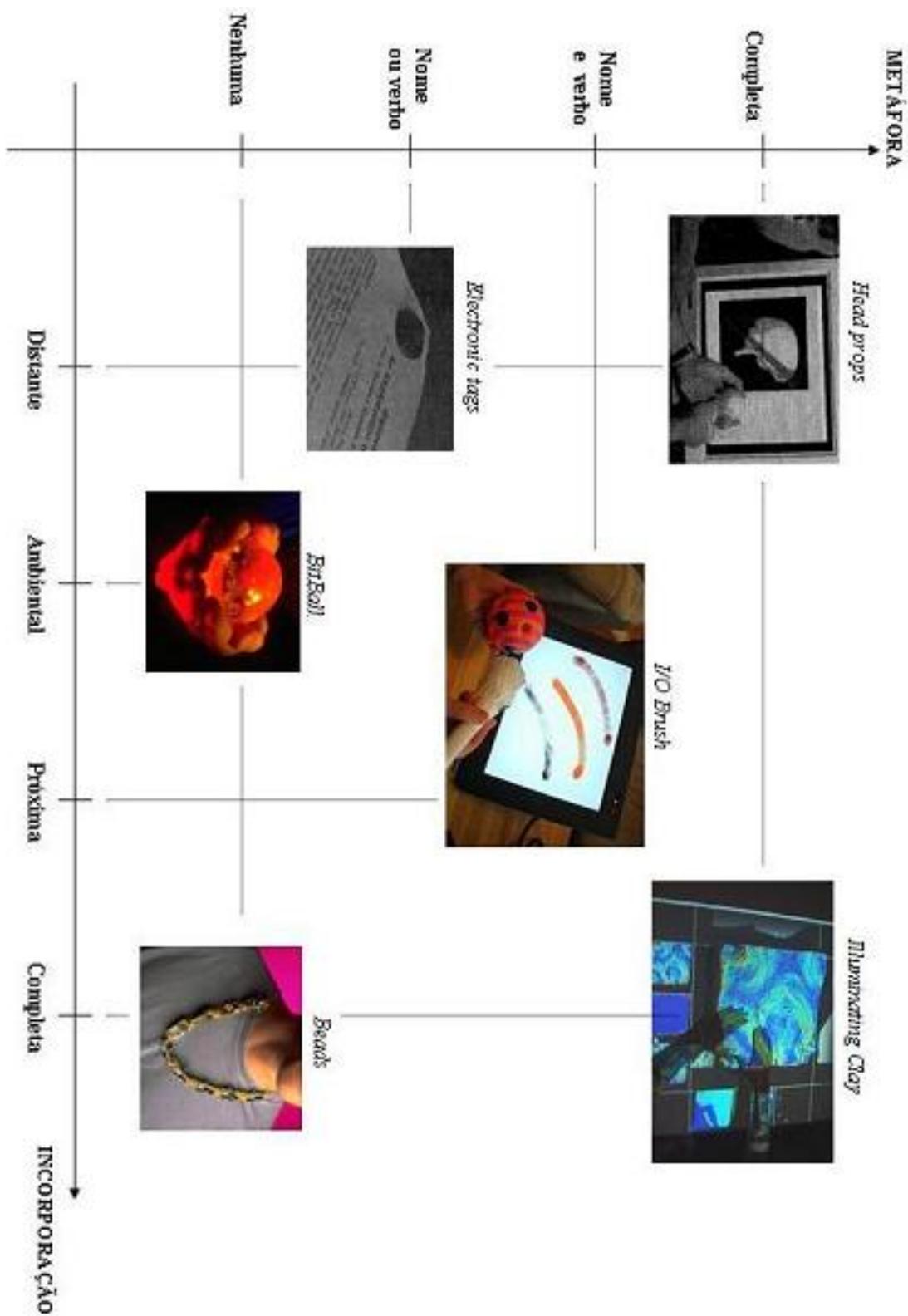


Figura 3.1 Graus de incorporação e metáfora de algumas interfaces tangíveis ([Fishkin, 2004])

### 3.2 Interfaces tangíveis na Educação

As interfaces tangíveis têm se tornado muito populares no campo da Educação. No Capítulo 2, vimos que falta algo aos computadores pessoais para que sejam efetivos no processo educacional e que objetos físicos são cruciais para a criação de ambientes educacionais ricos. As interfaces tangíveis não são melhores que qualquer outro tipo de tecnologia, mas elas provêm formas inovadoras de interação que abrem novas possibilidades de aprendizagem [O'Malley & Fraser, 2004], como refletir sobre o mundo através de descoberta e participação [Hoyles & Noss, 1999] *apud* [Price et al., 2003].

A introdução de novas tecnologias não implica considerar as tecnologias anteriores redundantes. As novas tecnologias não substituem as antigas, mas modificam, remodelam e misturam as formas como os humanos falam, lêem, escrevem e trabalham. Assim, a introdução de tecnologia em sala de aula tem o potencial de estender e ampliar o número e tipos de experiências de aprendizagem dos alunos [Proctor et al., 2001].

Interfaces tangíveis apresentam uma oportunidade de criar sistemas físicos de modelagem computacionalmente aumentados, que possuem vantagens tanto dos dados digitais (como o fato de serem editáveis) quanto do aspecto físico do modelo tangível [Raffle et al., 2004].

[Eisenberg, 2003] propõe três estratégias para a geração de artefatos educativos por meio da combinação de materiais físicos e computacionais:

1. **estratégia 1:** desenvolver aplicações de *software* que enriqueçam o uso de materiais tangíveis pelas crianças. Diversos dispositivos de saída, como impressoras, por exemplo, podem ser explorados para que computadores tradicionais “produzam” materiais inovadores;
2. **estratégia 2:** embutir capacidades computacionais em objetos físicos, que passarão a ser dinâmicos, podendo se comunicar com outros;
3. **estratégia 3:** explorar e usar uma grande variedade de materiais com vários níveis de adaptabilidade, expressividade, interesse educacional e integração com técnicas computacionais.

[O'Malley & Fraser, 2004] dividem as tecnologias tangíveis desenvolvidas até hoje para a Educação em quatro grupos:

1. **papel aumentado digitalmente:** tecnologia cotidiana, como papel e livros, pode ser aumentada digitalmente. Nesta categoria encaixam-se os livros interativos, o papel com efeitos multimídia em que os desenhos ou palavras são detectados através de tintas especiais, dispositivos sensores, códigos de barras e outros;
2. **objetos físicos servindo como ícones digitais (*phicons*):** brinquedos, blocos, rótulos físicos e outros podem ser usados para disparar efeitos digitais. Por exemplo, brinquedos com sensores embutidos podem ser ligados ao computador pessoal e interagir com jogos;
3. **manipulativos digitais:** objetos físicos que contêm propriedades computacionais embutidas neles mesmos. Por exemplo, *SystemBlocks* e *FlowBlocks* [Zuckerman et al., 2005], *Beads* e *Stackables* [Resnick, 1998], *Topobo* [Raffle et al., 2004];

4. **sensores e sondas:** dispositivos tangíveis baseados em ferramentas físicas que atuam como sensores ou sondas do ambiente (luz, cor, som, entre outros). Por exemplo, podem ser usados sensores de pressão no chão para capturar movimentação das crianças, como nos tapetes interativos.

Percebemos que as classificações de [Eisenberg, 2003] e [O'Malley & Fraser, 2004], que são voltadas para interfaces para a Educação, encaixam-se bem com classificações mais genéricas mostradas na Seção 3.1.

A proposta de [Eisenberg, 2003] é muito próxima da classificação de [Ishii & Ullmer, 1997]. A **estratégia 2** de [Eisenberg, 2003] pode ser relacionada à idéia dos *bits* e átomos acoplados de [Ishii & Ullmer, 1997], enquanto a **estratégia 3** alinha-se com as propostas de usar superfícies e mídia do ambiente como interfaces ativas. No entanto, além de ter um foco mais voltado para a Educação, [Eisenberg, 2003] também sugere mais uma alternativa para a combinação dos mundos digital e físico (**estratégia 1**), ausente na classificação de [Ishii & Ullmer, 1997]. Essa ausência justifica-se pelo fato de a estratégia 1 simplesmente usar computadores pessoais para produzir, por intermédio de dispositivos de saída, artefatos tangíveis sem tecnologia embutida. Neste caso, a combinação entre a computação e o mundo físico ocorre apenas na fase de criação do material, o que foge da abordagem dos *tangible bits*.

O grupo dos manipulativos digitais aparece na classificação de [O'Malley & Fraser, 2004] assim como na de [Zuckerman et al., 2005] (Seção 3.1), correspondendo aos “*bits* e átomos acoplados” de [Ishii & Ullmer, 1997]. Já os *phicons* [O'Malley & Fraser, 2004] correspondem à abordagem 1 de [Zuckerman et al., 2005], em que a TUI é usada como dispositivo de entrada. Os sensores e sondas são recursos usados para construção dos espaços interativos e ambientes imersivos [Zuckerman et al., 2005].

Na Tabela 3.3, mostramos algumas relações entre as classificações genéricas e as classificações com foco em interfaces para Educação. Cada linha da tabela representa as abordagens de cada autor que coincidem ou se assemelham.

**Tabela 3.3** Comparação entre classificações de interfaces tangíveis genéricas e com foco em Educação

Classificações genéricas		Classificações com foco na Educação	
[Ishii & Ullmer]	[Zuckerman et al.]	[O'Malley & Fraser]	[Eisenberg]
<i>bits</i> e átomos	manipulativos digitais	manipulativos digitais	estratégia 2
superfícies interativas	espaços interativos	sensores e sondas	estratégia 3
mídia do ambiente	espaços interativos	sensores e sondas	estratégia 3
-	TUI como entrada, GUI como saída	<i>phicons</i>	-

[Zuckerman et al., 2005] citam algumas vantagens trazidas pelas interfaces tangíveis para a Educação:

- **engajamento sensorial:** as crianças aprendem de forma natural, usando vários sentidos (toque, visão, audição) em um processo construtivo que aumenta a retenção e transferência do conteúdo.
- **acessibilidade:** interfaces tangíveis fornecem mais opções a crianças com necessidades especiais;
- **aprendizagem em grupo:** interfaces tangíveis facilitam trabalho colaborativo e discussões.

[Hoyles & Noss, 1999] *apud* [Price et al., 2003] acrescentam que as interfaces tangíveis proporcionam uma “aprendizagem divertida”, a qual contempla a exploração através de interação, engajamento, reflexão, imaginação, criatividade e diferentes níveis de abstração, e colaboração. A colaboração (crianças trabalhando juntas) que, como vimos, é citada por vários autores como um dos pontos positivos das interfaces tangíveis, já teve seus benefícios comprovados por várias pesquisas [Rogoff, 1990], [Wood & O’Malley, 1996] *apud* [Price et al., 2003], [Stanton et al., 2002]. A colaboração encoraja negociação, tolerância e habilidade de escutar o outro [Ulicsak et al., 2001] *apud* [Price et al., 2003].

Além disso, a colaboração encoraja a comunicação: as crianças externalizam seus pensamentos, aumentando sua consciência sobre a experiência de aprendizagem que estão vivenciando [Price et al., 2003], [Scarlatos & Scarlatos, 2000].

No contexto educacional, as interfaces tangíveis, chamadas de “coisas que pensam” por [Resnick et al., 1998], são interessantes apenas se elas forem também “coisas com as quais pensar”. É fundamental que as crianças gerem conceitos estruturais em vez de se tornarem apenas dependentes do ambiente e suas estruturas [Martin & Schwartz, 2005]. Esta determinação do nível apropriado de *scaffolding* fornecido pelos materiais auxiliares representa um desafio pedagógico crítico. Suportes úteis deveriam ajudar a criança a encontrar e trabalhar com aspectos críticos do problema, sem fazer o trabalho pela criança. Uma analogia apresentada pelos próprios autores faz uma comparação com o exemplo prático de aprender a andar de bicicleta. As crianças começam tendo o apoio das rodinhas laterais. Porém, se as rodinhas tocarem o chão o tempo todo, a criança pode nunca aprender a se equilibrar. É preciso que as rodinhas fiquem um pouco acima do chão, forçando a criança a tentar se equilibrar, usando o apoio apenas quando necessário. Manipulativos podem ajudar crianças a aprender ao prover um ambiente em que as crianças podem adaptar e reinterpretar [Martin & Schwartz, 2005].

O foco de exploração nos sistemas educativos não é a tecnologia, portanto, ela deve ser “disfarçada”, deixando o foco nas interações com os tangíveis e os efeitos destas interações [Price et al., 2003]. As interfaces devem direcionar a atenção do usuário para o objeto da atividade de aprendizagem, e não atrapalhar a atividade [O’Malley & Fraser, 2004]. Muitas vezes, os alunos concentram-se em como manipular a interface em vez de se concentrar no conceito em questão - isto pode até prejudicar a aprendizagem [Oppenheimer, 1997].

O objetivo principal de uma interface para a Educação não é ajudar usuários a realizar tarefas mais rapidamente ou de maneira mais efetiva, mas sim engajá-los em novas formas de pensar [Resnick et al., 1998]. Quando a atividade educativa está embutida na tarefa, pode não ser desejável minimizar toda a carga cognitiva da mesma [O’Malley & Fraser, 2004]. A carga

cognitiva a ser reduzida é aquela exigida para realizar tarefas que não estejam relacionadas ao conteúdo didático, para que as energias do usuário sejam devidamente alocadas para a atividade educativa. Essa é uma diferença fundamental entre projeto de interface e projeto de aprendizagem. Interfaces que tornam as tarefas mais fáceis para resolução de problemas podem não ser as melhores interfaces para aprendizagem [Gilmore, 1996], [O'Hara & Payne, 1998], [Svendsen, 1991] *apud* [Martin & Schwartz, 2005].

Em se tratando de artefatos para Educação, o objetivo da interface nem sempre é ser transparente - às vezes opacidade é desejável para que o aprendiz reflita sobre suas ações [O'Malley, 1992] *apud* [O'Malley & Fraser, 2004]. Esta idéia remete ao conceito de transparência discutido por [Meira, 1998], que defende que ferramentas podem ocupar ou não o centro da atenção do aluno, de acordo com o objetivo da atividade (ver Seção 2.2.2).

[Marshall et al., 2003] sugerem que a aprendizagem efetiva exige uma alternância entre dois estilos de interação com as ferramentas: *readiness-to-hand* e *presence-at-hand*. Estes conceitos remontam à filosofia fenomenológica ([Heidegger, 1996]). O conceito de *readiness-to-hand* se refere a situações em que, ao trabalhar com uma ferramenta, nós a tratamos como se fosse invisível, focando na tarefa que está sendo executada. Já no caso de *presence-at-hand*, a atenção é voltada para a própria ferramenta. A interação com uma mesma ferramenta pode variar entre esses dois estilos [Marshall et al., 2003].

Por exemplo, ao usar um *mouse* para interagir com um computador, na maior parte do tempo este *mouse* é como uma extensão de nossas mãos. Nós não temos consciência dele, não estamos preocupados com ele - o *mouse* neste caso é uma ferramenta *ready-to-hand*. Mas pode ocorrer de, em um dado momento, o *mouse* chegar à extremidade da mesa e nós não podermos mais movê-lo. Neste momento, o *mouse* passa a ocupar nossa atenção, tornando-se *present-at-hand*. Nós tomamos consciência do *mouse* e o reposicionamos para que possamos prosseguir com o trabalho [Dourish, 2001].

Inspirados nestes conceitos, [Marshall et al., 2003] discutem duas categorias de tecnologias tangíveis para a aprendizagem:

- **expressivas:** em uma interação *presence-at-hand*, estes sistemas incorporam as atividades dos usuários permitindo que eles criem representações externas delas. Criando estas representações, os usuários “expressam” suas idéias e tornam seu conhecimento explícito, revelando possíveis inconsistências e suposições incorretas. Os manipulativos digitais propostos por [Resnick et al., 1998] são um grupo de tangíveis expressivos [O'Malley & Fraser, 2004]; os *SystemBlocks* [Zuckerman et al., 2005], por exemplo, permitem que conceitos de dinâmica de sistemas sejam trabalhados. A criança pode usar os blocos para representar a fluxo de água entrando e saindo de uma banheira, ou o fluxo de pessoas chegando e deixando um campo de futebol, por exemplo. Com os blocos, ela monta “seu” sistema de acordo com seu conhecimento e pode observar a resposta do dispositivo, constatando problemas no funcionamento do sistema que montou, ou confirmando suas idéias.
- **exploratórias:** este tipo de interface não incorpora a atividade do usuário. Em uma interação *presence-at-hand*, os alunos focam na maneira como o sistema funciona, e não nas representações externas que eles constroem. Assim, eles “exploram” o sistema. Este tipo de tangível pode ser usado para realização de uma tarefa (aprendizagem situada:

como usar uma ferramenta específica para uma tarefa específica), ou pode encapsular um modelo do mundo (o usuário explora um modelo apresentado por outrem através da interação com o tangível) [Marshall et al., 2003].

Para ilustrar as formas de interação com tangíveis, [Marshall et al., 2003] dão como exemplo o *Chromarium* [Rogers et al., 2002], um espaço de realidade aumentada que se propõe a ensinar crianças noções de misturas de cores. Crianças manipulam cubos físicos coloridos, combinando cores, e têm um retorno visual imediato em uma tela. Esta interação é do tipo *ready-to-hand*, pois os cubos são usados como meros acessórios no processo de misturar cores. Por outro lado, a interface do *Chromarium* possui uma série de funcionalidades que podem ser exploradas pelas crianças - em outras palavras, as crianças desenvolvem uma atividade exploratória através de uma interação *present-at-hand*, pois a interface neste caso ocupa o centro da atenção do usuário.

### 3.2.1 Aplicações tangíveis para a Educação

Existem muitas pesquisas com foco no desenvolvimento de interfaces tangíveis para serem usadas na Educação, além de vários produtos já disponíveis no mercado. Nesta seção, selecionamos alguns destes artefatos, com o intuito de analisar o que vem sendo desenvolvido, especialmente na área da Educação Matemática, que é o foco deste trabalho.

Nossa análise é guiada por: aspectos de interação como colaboração, comunicação, engajamento, acessibilidade, usabilidade e aspectos sensoriais; aspectos de aprendizagem como suporte ao aluno e teorias de aprendizagem; e aspectos de contexto, em que consideramos o impacto da possível introdução dos artefatos em questão nas escolas. Para apresentar as aplicações, usaremos como referencial a classificação de [Zuckerman et al., 2005] (ver Seção 3.1), porém, os exemplos que selecionamos são representantes de apenas duas das classes: “TUI usada para entrada e GUI para saída” e “Manipulativos digitais”. Mais uma vez, esta restrição deve-se ao foco do nosso trabalho.

#### 3.2.1.1 TUI usada para entrada e GUI para saída

Nesta seção, mostramos artefatos através dos quais as crianças podem manipular objetos físicos e acompanhar os efeitos desta manipulação em uma tela de computador. Em aplicações deste tipo, objetos concretos diversos podem ser usados para provocar efeitos digitais, atuando como *phicons* [O'Malley & Fraser, 2004]. Apesar da interação entre usuário e sistema ocorrer por meio destes dispositivos de entrada tangíveis, as aplicações aqui apresentadas têm forte dependência do computador tradicional. O dispositivo de saída é a tela do computador, e é por intermédio dela que o retorno é dado à criança. Este tipo de sistema apresenta uma incorporação distante [Fishkin, 2004] (ver Seção 3.1), pois entrada e saída ocorrem em dispositivos distintos e totalmente separados. A dependência do computador traz as dificuldades já conhecidas associadas ao uso do mesmo, como custo de aquisição e manutenção, resistência e medo de professores e pouca mobilidade. Em aplicações deste tipo, não é fácil deslocar o sistema entre diferentes espaços nas escolas. Por este motivo, o sistema provavelmente ficaria em uma sala especial, assim como os computadores costumam ser colocados em laboratórios, tornando

mais difícil o acesso e uso pelos alunos.

### TICLE

Tony Scarlatos<sup>4</sup>, pesquisador da *Stony Brook University*, e Lori Scarlatos<sup>5</sup>, pesquisadora do *Brooklyn College*, desenvolveram a *Tangible Interface for Collaborative Learning Environments* (TICLE), usando técnicas de visão computacional para conectar objetos concretos ao computador pessoal [Scarlatos et al., 1999]. TICLE permite rastrear movimentos realizados com objetos concretos e mapeá-los para um *software* em um computador tradicional. O retorno é dado à criança através da tela do computador. A idéia de [Scarlatos et al., 1999] é usar computadores de modo a enriquecer ambientes físicos colaborativos de aprendizagem, fornecendo suporte (*scaffolding*) para crianças engajadas em jogos matemáticos concretos.

O uso de objetos concretos facilita a interação do usuário com a máquina, pois ele não precisa preocupar-se com instruções específicas a serem dadas ao sistema. A manipulação dos objetos é simples e natural para o usuário. Dessa forma, o usuário pode concentrar-se na tarefa, que pode ser realizada exclusivamente com os objetos concretos. O papel do computador é fornecer ajuda, e a criança pode recorrer a ele ou não [Scarlatos et al., 1999]. É importante notar, porém, que na situação em que a criança ignore o computador, ela estará interagindo com um jogo matemático concreto comum, sem nenhum adicional tecnológico, já que a tecnologia agregada a TICLE interfere na interação apenas por meio da tela do computador.

A ajuda (*scaffolding*) fornecida pelo computador procurar levar a criança à resolução do problema, sem contudo dar a resposta [Scarlatos et al., 1999]. Este é um diferencial de TICLE, pois a tecnologia serve como um tutor que percebe a dificuldade da criança e fornece dicas para auxiliá-la a pensar na solução do problema. Isto pode ser extremamente válido em situações em que um único professor tem uma turma toda para acompanhar. Enquanto o professor atende a um determinado grupo, os outros grupos podem seguir a atividade com a ajuda do sistema, o que auxilia também o trabalho do professor [Scarlatos & Scarlatos, 2000].

TICLE foi especialmente desenvolvida para crianças que tenham aversão à Matemática. [Scarlatos et al., 1999] intencionam mostrar às crianças a ligação entre jogos como quebra-cabeças e a Matemática, tornando-as interessadas e engajadas nas atividades. A tecnologia entra neste contexto com o papel de auxiliar a criança sem intimidá-la [Scarlatos et al., 1999].

Em relação aos aspectos sensoriais, TICLE permite que a entrada do sistema seja feita por intermédio de manipulação de objetos, mas o retorno é visual e auditivo, gerado pelo computador. O retorno auditivo é feito através de uma voz feminina, e é extremamente importante para o acesso de deficientes visuais às aplicações.

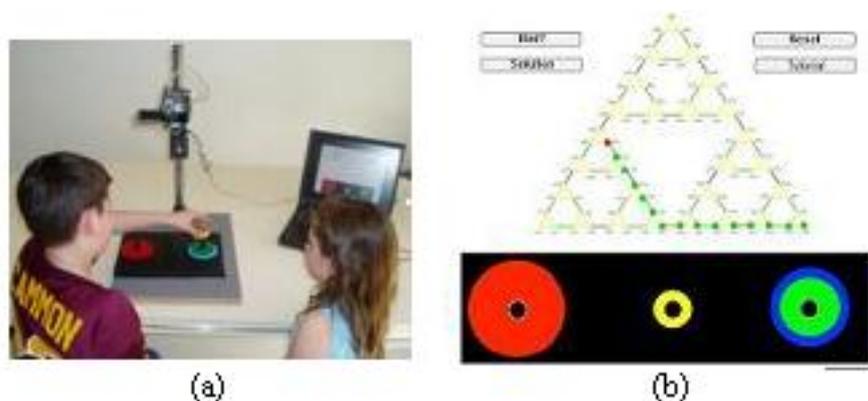
Dois jogos matemáticos foram adaptados a TICLE: a Torre de Hanoi (Figura 3.2) e o Tangram. Estes dois jogos têm a vantagem de apresentarem vários níveis de dificuldade, sendo, portanto, adaptáveis a diversas idades.

Na Torre de Hanoi [Scarlatos & Scarlatos, 2000], os discos possuem diferentes cores e uma câmera é colocada acima da torre para capturar os movimentos feitos pela criança. Enquanto os alunos mexem na torre física, a tela mostra um diagrama com o estado atual da torre e um triângulo de Spierpinski representando os movimentos feitos até então.

---

<sup>4</sup><<http://www.cs.sunysb.edu/~tony/>> Acesso em: 25 jan. 2007.

<sup>5</sup><<http://www.sci.brooklyn.cuny.edu/~lori/>> Acesso em: 25 jan. 2007.



**Figura 3.2** Torre de Hanoi sobre TICLE: em (a), crianças manipulam a torre, ligada ao computador. Em (b), a representação virtual da torre e o triângulo de Spierpinski na tela do computador

No caso do Tangram, as peças do quebra-cabeça também são rastreadas, e a tela auxiliar orienta o aluno na resolução do problema, indicando se ele já chegou à solução, está no caminho certo ou está no caminho errado. O sistema também oferece dicas quando percebe uma longa demora da criança entre movimentos, além de poder relembrar as regras e objetivo do jogo. Para aceitar uma dica, o usuário interage diretamente com o computador, através do *mouse*.

Estas duas aplicações sobre TICLE podem ser usadas individual ou colaborativamente, de acordo com a orientação do professor. As dicas fornecidas pelo computador podem ser debatidas pelas crianças na busca pela resolução do problema.

Os dois jogos matemáticos adaptados a TICLE possuem metáfora de nome e verbo (ver Seção 3.1), pois existe analogia com o mundo real tanto na forma dos objetos utilizados como na ação feita sobre eles, que é mapeada no mundo virtual.

No contexto escolar, estas aplicações poderiam ser usadas nas aulas de Matemática como forma de estimular o raciocínio lógico e espacial das crianças de forma geral, e também relacionadas a um conteúdo curricular específico, como a demonstração de recorrência, no caso da Torre de Hanoi.

A interação com o sistema é do tipo *presence-at-hand* pois a atenção do usuário está voltada para a ferramenta, em uma atividade exploratória (ver Seção 3.2) em que o usuário investiga o modelo matemático representado pelo sistema.

Para analisar a simplicidade da interface provida por TICLE, precisamos considerar entrada e saída separadamente. Como o dispositivo de entrada é um jogo matemático concreto, a facilidade de uso pelas crianças depende da familiaridade das mesmas com o material. Em relação ao retorno visual dado pelo sistema, representações como o triângulo de Spierpinski podem ser de difícil interpretação para as crianças.

Por conta dos equipamentos envolvidos, o artefato provavelmente não estaria disponível em sala de aula, mas em um laboratório de Informática ou Matemática, o que provocaria uma maior burocracia para se ter acesso a ele.

### Tapetes matemáticos

[Scarlatos & Scarlatos, 2000] também desenvolveram dois tipos de “tapetes matemáticos”: o *SmartStep* e o *FloorMath*. Cada tapete possui sensores que detectam os movimentos das crianças sobre ele e são ligados a um computador que mostra a representação virtual do tapete e guia as atividades das crianças. Os tapetes usam atividade física para reforçar conceitos matemáticos básicos como contagem e operações aritméticas, estimulando ao mesmo tempo coordenação motora, reconhecimento de padrões e ritmo.

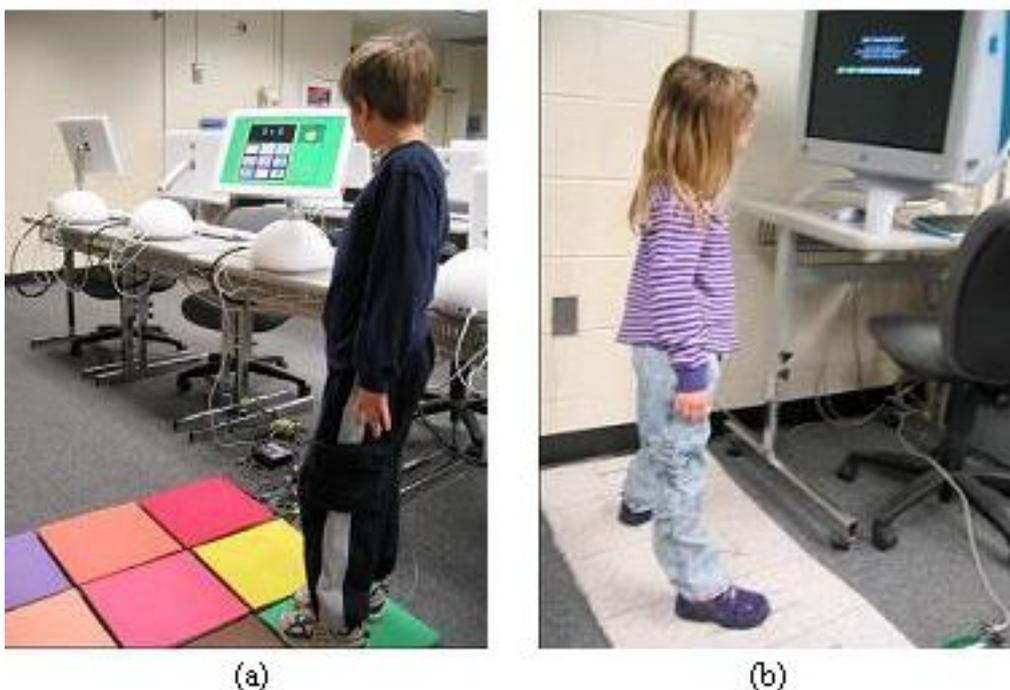
O *SmartStep* (Figura 3.3 (a)) consiste de nove quadrados de cores variadas em uma grade 3X3, conectados ao computador por intermédio de uma interface MIDI. Na tela do computador, há uma representação semelhante do tapete, porém em cada quadrado há também um número, e o quadrado onde a criança está posicionada fica indicado por um símbolo especial. Ainda na tela, acima desta representação, aparece, por exemplo, uma operação aritmética. Neste caso, o aluno deve mover-se para o quadrado que possui o número correspondente ao resultado da operação. O sistema fornece retorno visual e auditivo para cada movimentação da criança no tapete. Existe uma interface diferente para o professor, na qual ele pode criar jogos matemáticos e configurar parâmetros através de menus. Os jogos podem ser salvos e reusados.

O *FloorMath* (Figura 3.3 (b)) consiste de um tapete representando visualmente o sistema numérico por meio de uma linha de números na qual as crianças podem se movimentar. Cada número no tapete, ao ser pisado pela criança, dispara um efeito de tecla pressionada em um emulador de teclado, ligado a uma aplicação multimídia. O jogo ajuda a aprender a contar: as crianças andam em cima da linha, nos dois sentidos, passando por cada número, ou pulando alguns números de acordo com uma regra como “movimentar-se pisando somente de dois em dois números”. *FloorMath* também ajuda a realizar operações de soma e subtração: para somar dois números, por exemplo, a criança pode andar até o primeiro número e depois dar tantos passos quanto indique o segundo número da operação.

Por ser totalmente baseada na ação física (pular ou andar), a forma de interação das crianças com os tapetes matemáticos é simples, natural e aumenta o engajamento na atividade, remetendo ao lúdico. Desta maneira, as crianças podem aprender brincando. A informação visual dada pelo sistema é clara e facilmente associável à interação com os tapetes. Além disso, os tapetes podem estimular a coordenação motora, inclusive de crianças com necessidades especiais. Os tapetes não provêm, no entanto, possibilidades para o uso por deficientes visuais.

*SmartStep* e *FloorMath* não estimulam a colaboração, pois permitem apenas um usuário por vez. A criança pode brincar até mesmo sem a ajuda constante do professor, guiada apenas por orientações caso tenha dificuldades. Os autores [Scarlatos & Scarlatos, 2000] não deixam claro como é dado o retorno à criança a cada movimento realizado, mas não é feita menção à existência de diferentes formas de *scaffolding*. Assim, este tipo de ajuda ficaria a cargo do educador.

O *FloorMath* tem uma séria restrição prática, pois não pode representar a seqüência infinita de números naturais. Assim, o alcance dos exercícios é limitado, considerando que o tapete não poderia ser estendido para conter muito mais do que dez números. Esta dificuldade também se relaciona com o espaço físico da sala onde o sistema estaria localizado dentro da escola. Na realidade, as duas aplicações requerem um certo espaço, além da já citada dependência do computador pessoal para funcionar. Os tapetes de [Scarlatos & Scarlatos, 2000] apresen-



**Figura 3.3** Em (a), criança pisa no *SmartStep* para selecionar a resposta correta a questões aritméticas mostradas na tela do computador. Em (b), criança se move no *FloorMath*, trabalhando conceitos de contagem

tam metáfora de verbo [Fishkin, 2004]: a ação de pisar em uma determinada área do tapete corresponde à ação de selecionar aquele quadrado no sistema.

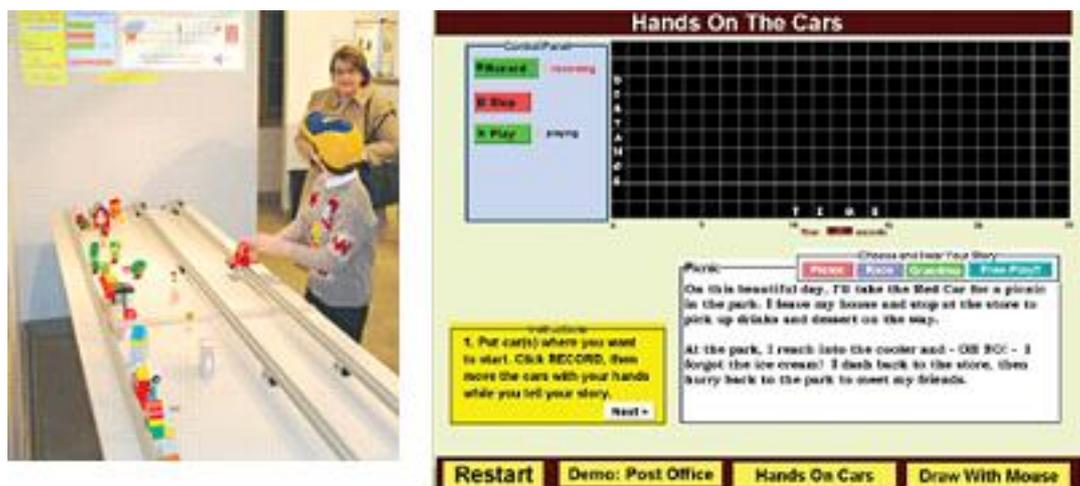
Como no caso de TICLE, a interação com o sistema é do tipo *presence-at-hand* pois a atenção do usuário está voltada para a ferramenta. A atividade é exploratória: as crianças investigam os conceitos matemáticos representados pelo sistema.

### *Storyline*

O *Technology Education Research Center - TERC*<sup>6</sup> é um outro grupo de pesquisa que desenvolve artefatos que se encaixam na categoria das TUIs como entrada e GUIs como saída.

Os pesquisadores Ricardo Nemirovsky e Tracey Wright produziram o *Storyline* (Figura 3.4) [Nemirovsky & Wright, 2004]. Neste sistema tangível, há dois trilhos, um carro azul e um vermelho, e componentes auxiliares como uma estação de trem, uma fazenda, lojas e uma agência dos correios. Quando os carros são movidos ao longo dos trilhos, um gráfico muda automaticamente na tela de projeção. É um retorno em tempo real das posições físicas dos carros em um gráfico distância por tempo. O computador grava a movimentação feita com os carros. Quando a tecla de *play* é acionada, os carros reproduzem o movimento e o gráfico é refeito na tela. Também é possível escolher entre gráficos pré-definidos e ver como os carros se movimentam de acordo com eles.

<sup>6</sup><<http://www.terc.edu>> Acesso em: 25 jan. 2007.



**Figura 3.4** Criança brincando com *Storyline* em exposição em museu

O propósito do sistema é relacionar conceitos matemáticos a experiências físicas no mundo real, mostrando como a ciência faz parte da vida cotidiana e tornando mais fácil compreender as suas abstrações. Neste sistema, símbolos e abstrações matemáticas são concretamente associados aos fenômenos físicos sendo observados. As crianças podem construir conexões entre suas ações e as mudanças no gráfico e assim sua compreensão de distância, tempo e velocidade passa a ser moldada pelo seu movimento físico [Nemirovsky & Wright, 2004].

A interação com o sistema remete claramente ao lúdico: a brincadeira de carrinhos é totalmente natural para as crianças, que costumam ficar muito engajadas. O fato de a entrada do sistema consistir em movimentar os carros torna o sistema muito simples de usar. A informação visual mostrada na tela, no entanto, teria que ser melhor descrita para permitir uma análise quanto à simplicidade da interface.

*Storyline* é uma instalação de porte relativamente grande, dependente de um computador e que necessita de uma tela para projeção do gráfico. Estes aspectos tornam mais difíceis a instalação e uso do sistema em escolas.

A presença de um educador seria importante neste caso para estimular a reflexão sobre os fatos que forem observados, pois as eventuais explicações dadas na tela não devem ser suficientes para reter a atenção e promover o raciocínio da criança.

*Storyline* pode ser usado colaborativamente, promovendo debate entre as crianças. O retorno visual é a principal saída do sistema, mas os autores não fazem menção a algum tipo de retorno auditivo que proporcione o acesso a deficientes visuais.

*Storyline* não apresenta tarefas a serem resolvidas pelos alunos, mas oferece experimentos para os usuários realizarem e observarem. O papel da tecnologia neste caso é criar simulações que permitam aos alunos fazerem associações entre símbolos abstratos e movimentos físicos. O retorno do sistema, portanto, não está direcionado a guiar o usuário até uma resposta certa, e sim permitir que ele explore um modelo físico-matemático e tire suas próprias conclusões. Trata-se, portanto, de uma atividade claramente exploratória, com uma interação do tipo *presence-at-hand*, já que a atenção está voltada para o sistema em si.

*Storyline* apresenta metáfora de nome e verbo: a ação de mover um determinado objeto (o carrinho) no trilho possui uma representação correspondente na tela, fiel ao mundo real, assim como o carrinho pode reproduzir a ação descrita por um gráfico.

### Mesas educacionais

Um outro exemplo de aplicação que se encaixa na categoria TUI como entrada, GUI como saída e que está disponível no mercado é o conjunto de “Mesas educacionais” (Figura 3.5), desenvolvidas pela empresa brasileira Positivo Informática<sup>7</sup>.



**Figura 3.5** Com o auxílio da professora, crianças manipulam materiais concretos na Mesa Educacional e observam os efeitos correspondentes no *software*

As Mesas educacionais<sup>8</sup> utilizam computadores e materiais didáticos concretos, combinando *software* educacionais e elementos de *hardware*. Com base em pesquisas científicas, a empresa acredita que tal combinação traz grandes vantagens à aprendizagem.

A Positivo alega que o ambiente criado pelas mesas permite o desenvolvimento de várias habilidades e conhecimentos, tais como: coordenação motora, expressão oral e escrita, desenvolvimento do pensamento lógico, direção e sentido, orientação espacial, percepção visual, comparação e associação, seriação e ordenação, tamanho, cor e forma, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, frações, comparação e avaliação, simetria e seqüenciação.

A Positivo Informática indica as Mesas educacionais para a Educação Infantil, a primeira fase do Ensino Fundamental e a Educação Especial. Em relação a esta última, as mesas podem estimular o desenvolvimento de crianças com deficiências físico-motoras e mentais. As mesas também trabalham a auto-estima e a capacidade de exploração das crianças, estimulando sua criatividade.

<sup>7</sup><<http://www.positivoinformatica.com.br>> Acesso em: 25 jan. 2007.

<sup>8</sup><<http://www.positivo.com.br/posinfo/pimesaeduc.htm>> Acesso em: 25 jan. 2007.

As atividades são estruturadas em função da idade, nível de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo dos alunos. As Mesas educacionais apresentam novos desafios à medida que os alunos atingem níveis mais avançados.

A interação com o sistema pode ser feita diretamente com a interface gráfica através do *mouse* e de um teclado especial, de fácil operação, ou mediante a manipulação dos materiais concretos correspondentes aos apresentados no *software*. Neste último caso, cada tipo de mesa possui materiais e formas de manipulação específicos. Segundo relatos de professores, a combinação dos computadores com esta grande diversidade de materiais promove interesse e engajamento das crianças nas atividades.

As mesas permitem o trabalho conjunto de até seis crianças, favorecendo e estimulando a socialização e o desenvolvimento de atividades em grupo.

No sítio da Positivo Informática<sup>9</sup>, há vários depoimentos de escolas que adotaram as mesas. Em todos eles, percebemos que as mesas foram instaladas em laboratórios de informática, que nem sempre estão disponíveis no momento que o professor necessita. A idéia é integrar o trabalho de sala de aula com as atividades com as mesas, porém, a ida ao laboratório precisa ser agendada com antecedência, o que pode prejudicar a realização da proposta do professor.

Apesar das atividades de cada tipo de mesa educacional não estarem detalhadas no sítio da Positivo Informática, elas parecem ser de natureza exploratória, e possuírem, no caso das atividades com os materiais concretos, metáfora de nome e verbo, já que o computador espelha os elementos tangíveis e reproduz as ações feitas sobre eles. Dependendo das atividades, a interação com as mesas pode ser do tipo *presence-at-hand* (quando a atenção dos alunos está voltada para os materiais) ou *ready-at-hand* (no caso de o aluno usar o sistema apenas como ferramenta para realizar uma atividade no computador).

### 3.2.1.2 Manipulativos digitais

[O'Malley & Fraser, 2004] e [Zuckerman et al., 2005] definem os manipulativos digitais como objetos físicos com computação embarcada, ou seja, objetos que contêm propriedades computacionais embutidas neles mesmos. Nestes casos, não há computadores tradicionais envolvidos: a TUI é a entrada e a saída.

Em artefatos deste tipo, o usuário, ao manipular objetos físicos, pode acompanhar os efeitos desta manipulação sobre o próprio objeto, o que caracteriza uma interação com o mundo digital mais próxima do que ocorre no mundo real. Tais artefatos possuem, portanto, uma incorporação completa [Fishkin, 2004] (ver Seção 3.1), pois entrada e saída ocorrem em um mesmo dispositivo.

No contexto educacional, a independência do computador é um dos grandes trunfos dos manipulativos digitais. Eles podem ter um custo mais baixo e ser manuseados e transportados mais facilmente, o que aumenta as chances de serem adotados e estarem disponíveis em sala de aula, no momento em que o professor precisar.

Os manipulativos digitais, como o próprio nome diz, são versões digitalmente enriquecidas dos manipulativos tradicionais (descritos no Capítulo 2, Seção 2.2), representando uma con-

---

<sup>9</sup><[http://www.positivoinformatica.com.br/www/tecnologia\\_educacional/relatos\\_03.asp](http://www.positivoinformatica.com.br/www/tecnologia_educacional/relatos_03.asp)> Acesso em: 25 jan. 2007.

vergência entre a tradição dos manipulativos educacionais e as interfaces tangíveis, as quais são projetadas para dar forma física à informação digital [Raffle et al., 2004].

Usando brinquedos como ponto de partida, é possível beneficiar-se da familiaridade (e paixão) das crianças com / por eles. Ao mesmo tempo, ao dar a esses brinquedos as novas capacidades, pode-se despertar um novo conjunto de idéias nas crianças. Diferentes manipulativos engajam crianças em diferentes tipos de pensamento [Resnick et al., 1998].

[Zuckerman et al., 2005] propõem a seguinte classificação para os manipulativos, inspirada em dois grandes desenvolvedores na área, Friedrich Froebel e Maria Montessori (ver Capítulo 2, Seção 2.2.1):

- ***Froebel-inspired Manipulatives (FiMs)***: manipulativos inspirados em Froebel, permitem modelagem de objetos e estruturas do mundo real. Por exemplo, usar blocos para montar um castelo, varetas e outras peças de montagem para construir um avião.
- ***Montessori-inspired Manipulatives (MiMs)***: manipulativos inspirados em Montessori, permitem modelagem de conceitos e estruturas abstratas e possibilitam que as crianças criem suas próprias analogias e abstrações. Por exemplo, usar barras de Cuisinaire para representar proporções numéricas, o ábaco para fazer cálculos ou o Material Dourado para representar relações entre quantidades no sistema decimal.

[Zuckerman et al., 2005] estendem esta classificação para os manipulativos com computação embarcada, denominados *digital manipulatives* (manipulativos digitais). Eles são divididos em *Digital MiMs* (manipulativos digitais inspirados em Montessori) e *Digital FiMs* (manipulativos digitais inspirados em Froebel).

### **Manipulativos digitais inspirados em Montessori**

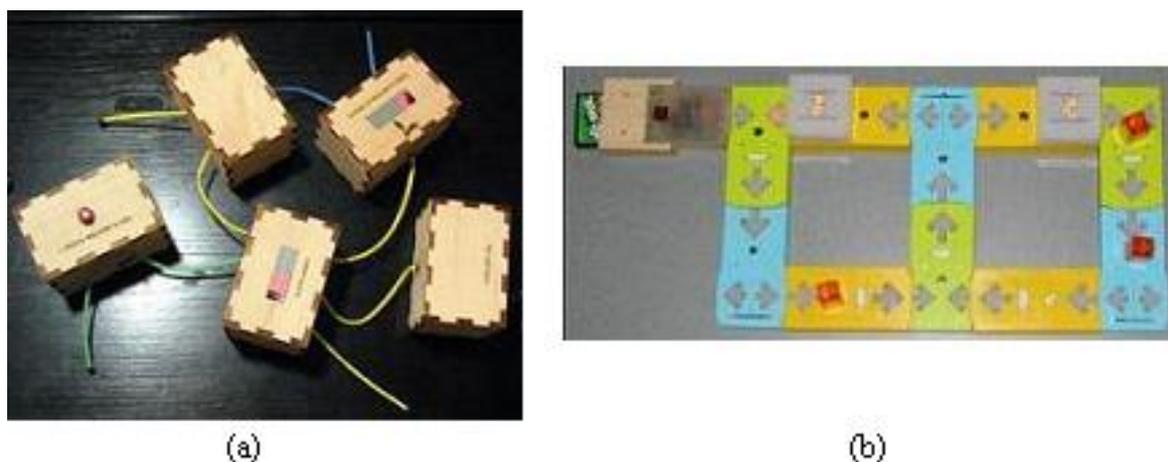
Nesta seção, mostramos dois exemplos de manipulativos digitais que permitem modelagem de conceitos abstratos, podendo, portanto, ser enquadrados na categoria dos *Digital MiMs*.

#### *SystemBlocks e FlowBlocks*

[Resnick et al., 1998] e [Zuckerman et al., 2005], do grupo do M.I.T. *Tangible Media*<sup>10</sup>, criaram dois tipos de *Digital MiMs*: *SystemBlocks* e *FlowBlocks*, destinados a dar a crianças uma melhor compreensão acerca de sistemas dinâmicos através de brincadeira e montagem. Explorações sobre dinâmica de sistemas não seriam possíveis com os manipulativos tradicionais. As capacidades computacionais e comunicativas têm um papel fundamental neste caso: permitem que objetos físicos se movam e interajam entre si, tornando os conceitos relacionados a dinâmica de sistemas mais salientes para as crianças [Resnick et al., 1998].

*SystemBlocks* (Figura 3.6 (a)) é uma interface física que torna mais fácil a modelagem e a exploração de sistemas dinâmicos pelas crianças. Feitos de madeira e componentes eletrônicos, os blocos podem ajudar os professores a ensinar os conceitos complexos de dinâmicas de sistemas (como taxas de fluxo, acumulação e processos simultâneos). *SystemBlocks* é uma

<sup>10</sup><http://tangible.media.mit.edu/> Acesso em: 25 jan. 2007.



**Figura 3.6** Em (a), *SystemBlocks*; em (b), *FlowBlocks*

ferramenta de modelagem e simulação que une a montagem com as próprias mãos à simulação de computador [Zuckerman et al., 2005].

Há quatro tipos de componentes no *SystemBlocks*: *stocks* (“estoques”), *flows* (“fluxos”), *variables* (“variáveis”) e *probes* (“investigadores”). Os estoques são acumuladores que representam seu valor por meio de uma linha vertical de LEDs. Fluxos podem ser conectados a um estoque de duas formas: fluxo de entrada (aumenta a quantidade no estoque) ou fluxo de saída (diminui a quantidade no estoque). Variáveis são as válvulas dos fluxos - elas controlam a taxa de cada fluxo. Investigadores fornecem representações alternativas à linha de LEDs, como representações auditivas ou outras representações gráficas [Zuckerman et al., 2005].

*SystemBlocks* poderia ser usado para, por exemplo, representar o fluxo de água em uma banheira, ou o fluxo de pessoas chegando e saindo de um parque.

No *FlowBlocks* (Figura 3.6 (b)), existem também quatro tipos de componentes: *paths* (“caminhos”), *generators* (“geradores”), *rules* (“regras”) e *probes* (“investigadores”). Os blocos de caminho conectam-se com os outros por meio de forças magnéticas. A luz representa o processo dinâmico, “movendo-se” através dos blocos de caminho em um processo seqüencial. O bloco gerador fornece energia aos outros blocos e possui uma tecla que emite a primeira luz (sinal de início). Os blocos de regras são unidades que se acoplam aos blocos de caminho e definem as regras internas programadas nesses blocos. Por exemplo, as regras podem fazer a luz ser mais rápida ou mais lenta. Os investigadores são elementos adicionais, como o contador, que registra quantas vezes a luz passou através dele [Zuckerman et al., 2005].

O propósito do *FlowBlocks* é simular conceitos relativos a contagem e probabilidade.

Tanto no caso do *SystemBlocks* quanto do *FlowBlocks*, os blocos não sugerem nenhuma associação com o mundo real, ou seja, não possuem nenhuma metáfora. Assim, a criança fica livre para usar sua imaginação e criar suas analogias. A interação da criança com os blocos é do tipo *presence-at-hand*, pois a atenção está focada no sistema. Esta interação consiste apenas na manipulação dos blocos, o que facilita a aceitação do material tanto por parte dos alunos quanto dos professores. No entanto, os usuários precisam aprender e compreender o objetivo e

o funcionamento de cada tipo de bloco, o que pode ser um processo relativamente longo.

As atividades realizadas com os blocos são expressivas - as crianças podem criar representações externas de suas idéias, verificando a validade das mesmas.

[Zuckerman et al., 2005] relatam interesse e engajamento das crianças ao lidar com os artefatos. O *SystemBlocks* apresenta a possibilidade de retorno auditivo, mas no caso do *FlowBlocks*, o retorno do sistema é totalmente baseado na emissão de luz, o que impede o acesso de deficientes visuais.

Os dois sistemas podem facilmente ser usados em atividades de grupo, colaborativamente, e são artefatos adaptáveis ao espaço da sala de aula. No entanto, os blocos não oferecem ajuda (*scaffolding*) às crianças, apenas refletem o resultado das ações feitas sobre eles. A presença do educador faz-se, portanto, bastante necessária durante as atividades, principalmente no caso de surgirem dificuldades.

As atividades realizadas com o *SystemBlocks* têm um direcionamento mais específico, enquanto o *FlowBlocks* deixa a criança e/ou o professor muito livres para explorar o material. Esta falta de orientação pode ser um dificultador em alguns casos, pois pode sobrecarregar o professor, ou mesmo deixá-lo perdido quanto ao propósito e utilidade do artefato.

Os conceitos que *SystemBlocks* e *FlowBlocks* propõem passar são conceitos relativamente complexos que normalmente não fazem parte do currículo escolar no ensino elementar (Ensino Fundamental, no Brasil). Apesar dos autores declararem que seu objetivo é justamente permitir que crianças pequenas adquiram e reflitam sobre estes conceitos, na prática não é tão simples introduzir novos conteúdos no dia-a-dia escolar. Por esta razão, atualmente pode não haver espaço para *SystemBlocks* e *FlowBlocks* nas salas de aula brasileiras.

### **Manipulativos digitais inspirados em Froebel**

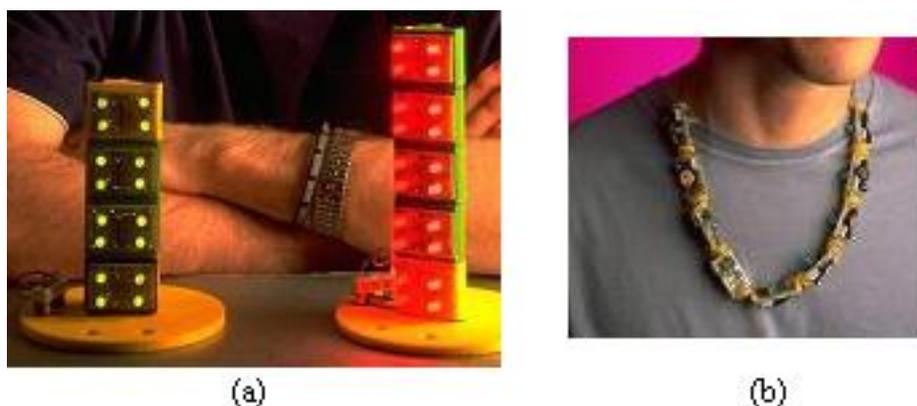
A maioria dos manipulativos digitais que estão sendo desenvolvidos nos grandes centros de pesquisa mundiais podem ser classificados, segundo [Zuckerman et al., 2005], como *Digital FiMs*. Nesta seção, apresentamos alguns exemplos desta categoria.

#### *Stackables e Programmable Beads*

O *Lifelong Kindergarten*<sup>11</sup> - M.I.T. tem uma proposta de acrescentar funcionalidades computacionais aos brinquedos tradicionais da infância, redefinindo o que e como as crianças aprendem, proporcionando a exploração de conceitos matemáticos - como número e forma - e científicos através da manipulação direta de objetos físicos. É, portanto, uma proposta muito próxima das idéias já apresentadas até aqui. O *Lifelong Kindergarten* criou dois tipos de manipulativos digitais, *Stackables* e *Programmable Beads* [Resnick et al., 1998], que podem ser classificados como *Digital FiMs* e que serviram de inspiração para a criação dos *SystemBlocks* e *FlowBlocks*.

A idéia dos *Stackables* (Figura 3.7 (a)) nasceu no projeto *Cooperation Between Humans, Computers and Things* (“Cooperação entre Humanos, Computadores e Coisas”), em 1997. Cada bloco é um pequeno computador com um comportamento próprio, que se comunica com seus vizinhos e acende seus LEDs. Uma pilha de blocos forma, assim, uma pequena rede de computadores em que os blocos compartilham dados. A pilha forma um dispositivo de visualização distribuído, que pode ser configurado em tempo real, adicionando-se mais blocos

<sup>11</sup><<http://lk.media.mit.edu/>> Acesso em: 25 jan. 2007.



**Figura 3.7** Em (a), *Stackables*; em (b), *Programmable Beads*

à pilha ou rearrumando a mesma. Cada nova arrumação dos blocos gera diferentes padrões de comportamento.

*Programmable Beads* (Figura 3.7 (b)) têm um comportamento parecido, porém assumem a forma de “bijuterias computacionais” para as crianças brincarem e aprenderem. As “contas digitais” podem ser unidas para criar pulseiras e colares. Com contas tradicionais, as criações das crianças formam padrões estáticos, mas com as “contas programáveis”, os padrões tornam-se dinâmicos [Resnick et al., 1998], assim como no caso dos *Stackables*.

Cada conta é um pequeno computador que executa seu próprio programa, o qual determina seu comportamento. As contas vizinhas se comunicam e mudam de cor. Para isso, cada conta possui um microprocessador embutido e um LED. As contas podem ter embutidas regras como passar a luz adiante, interromper o fluxo de luz ou refletir a luz no sentido contrário. A interação entre as contas programadas diferentemente faz surgir padrões em constante mudança [Resnick et al., 1998].

Existem dois níveis de dificuldade para se trabalhar com *Beads* e *Stackables*: crianças iniciantes podem usar peças pré-programadas e observar o comportamento de suas combinações; usuários mais avançados podem eles mesmos escrever, em um computador, programas para as peças, que podem então ser baixados nelas [Resnick et al., 1998]. Neste último caso, porém, é necessário o uso de um computador pessoal, o que pode ser um entrave, dependendo do contexto.

Segundo os autores, *Programmable Beads* podem prover um contexto motivante para crianças começarem a refletir sobre comportamentos probabilísticos, entrando em contato com conceitos que só costumam ser ensinados bem mais tarde. Por exemplo, uma conta pode passar a luz adiante apenas em um quarto das vezes [Resnick et al., 1998].

Do ponto de vista prático, *Beads* e *Stackables* são artefatos facilmente adaptáveis à sala de aula. Porém, assim como no caso dos *SystemBlocks* e *FlowBlocks*, os conceitos envolvidos na manipulação dos *Beads* e *Stackables* são relativamente complexos, e as exigências curriculares e burocracia escolar podem não deixar espaço para introdução de tais artefatos no dia-a-dia da sala de aula.

A interação das crianças com *Beads* e *Stackables* é simples e natural. O ato de montar

permite trabalhar a coordenação motora e assim engajar crianças com necessidades especiais. Porém, o retorno dado por *Beads* e *Stackables* é visual, o que limita o seu uso por crianças com deficiências visuais.

Além disso, a montagem das peças não garante a reflexão dos alunos acerca dos conceitos envolvidos. Portanto, o acompanhamento constante do educador é necessário, neste caso, para estimular a emergência dos conceitos probabilísticos propostos pelos autores, e mesmo que as crianças estejam trabalhando colaborativamente, em pequenos grupos, o professor pode ficar sobrecarregado em um contexto de sala de aula.

Os autores relatam interesse das crianças ao interagir com os artefatos [Resnick et al., 1998]. A intenção dos mesmos ao projetar *Programmable Beads* foi a de promover um maior engajamento das meninas, que ficariam interessadas pelas contas para montar bijuterias. A aparência das contas, no entanto, não se aproxima muito das bonitas contas tradicionais utilizadas para fabricação de colares e pulseiras.

*Beads* e *Stackables* não apresentam metáfora com o mundo real. São peças genéricas que podem ser trabalhadas de variadas maneiras, de acordo com a intenção do professor. As atividades realizadas com as peças, que caracterizam uma interação do tipo *presence-at-hand*, são expressivas - as crianças podem criar representações de suas idéias e observá-las na prática.

#### *BodaBlocks e SmartTiles*

O *Craft Technology Group*<sup>12</sup>, da Universidade do Colorado, também trabalha com a proposta de embutir inteligência em objetos físicos. O grupo tem especial interesse no campo educacional, com o objetivo de expandir as atividades possíveis para as crianças.

Um dos projetos do grupo são os *BodaBlocks*, que formam um *kit* de construção computacional, feito de um conjunto de blocos que podem ser montados formando estruturas tridimensionais capazes de compor padrões dinâmicos. O protótipo está em desenvolvimento (Figura 3.8 (a)).

Outro projeto em andamento é o *SmartTiles* (Figura 3.8 (b)), que consiste de pequenas peças controladas por computador, que podem também ser combinadas para criar padrões dinâmicos. As peças são basicamente caixinhas com luzes LED, programáveis pelo usuário. As peças são sensíveis a toque, o que pode ser incorporado nos programas.

*BodaBlocks* e *SmartTiles* têm funcionamento e propósitos muito semelhantes aos de *Beads* e *Stackables*, mostrados anteriormente, possuindo, portanto, vantagens e desvantagens também muito próximas. Questões relacionadas a adequação do artefato à sala de aula, interação *presence-at-hand*, acessibilidade, colaboração, assistência do educador, natureza expressiva das atividades e ausência de metáfora coincidem com os aspectos dos *Stackables* e *Beads*.

Os trabalhos do *Craft Technology Group* ainda apresentam uma certa dependência do computador tradicional, pois a programação dos blocos é feita através deste último, em uma etapa anterior à manipulação direta dos produtos.

Os projetos estão em andamento e ainda não há relatos dos autores acerca do engajamento de possíveis usuários.

---

<sup>12</sup><<http://www.cs.colorado.edu/~ctg>> Acesso em: 25 jan. 2007.



**Figura 3.8** Em (a), *BodaBlocks*; em (b), *SmartTiles*

### *Electronic Blocks*

Os *Electronic Blocks*, ou “blocos eletrônicos” (Figura 3.9) [Wyeth & Purchase, 2002] são uma proposta do Departamento de Computação da Universidade de Queensland (Austrália), e alinham-se com as propostas de blocos programáveis já citadas, trazendo, porém, uma maior diversidade de efeitos.

Os blocos são elementos tangíveis de programação, dotados de circuitos eletrônicos. Podem ser empilhados e combinados para formar estruturas que interagem com o mundo físico. Existem três tipos de blocos: sensores (detectam luz, som e toque), atuadores (produzem luz, som e movimento) e lógicos (fazem negação, conjunção, atraso e outros).



**Figura 3.9** *Electronic Blocks*: um bloco sensível ao toque, ao ser conectado a um bloco que emite luz, faz a luz acender sempre que o toque for detectado

Ao conectar os blocos, as crianças montam programas nos quais cada bloco pode ter uma função diferente. As saídas dos programas são ilustradas por meio do movimento de um carro, uma música ou uma luz. Podem ser criados robôs que colidem, luzes que piscam ao bater de palmas, entre outros [Wyeth & Purchase, 2002].

Os blocos são facilmente conectados, e a interação com eles é, portanto, simples e natural para as crianças. No entanto, assim como no caso dos *FlowBlocks* e *SystemBlocks*, os usuários precisam aprender e compreender o objetivo e o funcionamento de cada tipo de componente,

trazendo certa complexidade à interação com o sistema. Os *Electronic Blocks* não exigem o uso do computador pessoal.

[Wyeth & Purchase, 2002] relatam altos níveis de interesse nos testes do produto com crianças. Além disso, segundo os autores, as crianças procuravam e conseguiam usar os blocos sem ajuda de adultos. Os *Electronic Blocks* parecem, portanto, bastante adequados à sala de aula. Ainda assim, seu objetivo de desenvolver o raciocínio lógico através de noções de programação não é um conteúdo claramente previsto em currículos escolares, o que pode tornar escasso o tempo disponível para *Electronic Blocks* em sala de aula.

Os blocos parecem ter diferentes formatos de acordo com sua função - isso permite o uso por crianças com deficiências visuais, que também podem se valer dos retornos do sistema através de som e movimento.

Os blocos eletrônicos não apresentam metáfora definida. As crianças podem exercitar livremente sua criatividade e criar quaisquer tipos de associações entre eventos e ações (por exemplo, um determinado som provocar um movimento). A interação com os blocos é do tipo *presence-at-hand*, e as atividades são expressivas, pois os blocos não representam um modelo específico a ser explorado, mas provêem meios de a criança pôr em prática suas idéias.

#### *BitBall*

Uma outra criação do M.I.T. *Tangible Media*, esta classificada como FiM, é a *BitBall* (Figura 3.10), uma esfera transparente do tamanho de uma bola de beisebol, que possui no seu interior um acelerômetro e um conjunto de LEDs, de modo que possa analisar seu próprio movimento e fornecer informações sobre ele, entre outras ações [Resnick, 1998].



**Figura 3.10** *BitBall*

Uma criança pode escrever um programa para a *BitBall* em um computador pessoal, e então carregar o programa na *BitBall* através de infravermelho. Por exemplo, pode-se programar a *BitBall* para piscar a luz vermelha ou emitir um som sempre que a bola experimentar uma aceleração ou uma desaceleração. As *BitBalls* também podem ser usadas em investigações científicas. Uma *BitBall* pode armazenar seus dados de aceleração, que depois serão carrega-

dos em um computador pessoal para análise. Por exemplo, pode-se deixar uma *BitBall* cair do alto de um edifício e então usar os dados da aceleração para verificar a altura do mesmo [Resnick, 1998]. Estas são atividades exploratórias.

A *BitBall* não apresenta metáfora: o piscar de uma luz causado por uma aceleração, por exemplo, não possui correspondência com o mundo real.

A interação - claramente *presence-at-hand* - com a *BitBall* é fácil e extremamente natural. A bola, que foi o primeiro brinquedo introduzido por Froebel no seu inovador jardim-da-infância, permanece como um dos mais populares brinquedos até hoje, o que segundo os autores [Resnick, 1998], provoca grande engajamento das crianças.

Porém, a utilidade educativa da *BitBall* depende da inserção de instruções e análise de dados que só podem ser feitas por intermédio de um computador pessoal e do *software* correspondente. O educador tem papel fundamental na escolha e orientação das atividades, e a facilidade de uso pelos alunos depende da interface deste *software*.

Além desta dependência, as experiências realizadas com a bola sugerem um espaço aberto, diferente da sala de aula, o que pode ou não vir a ser uma dificuldade para uso da *BitBall* em escolas.

A diversidade de mídias na interação com a *BitBall* favorece o uso por crianças com necessidades especiais. Tanto o uso individual quanto o colaborativo são possíveis com a *BitBall*.

### 3.2.1.3 Resultados da análise comparativa

A investigação realizada de vários exemplos de interfaces tangíveis educativas, nas categorias de “TUIs como entrada e GUIs como saída” e “manipulativos digitais”, nos permitiu analisar aspectos importantes de cada artefato. Acreditamos que estes aspectos são fundamentais para o desenvolvimento de interfaces tangíveis para a Educação úteis, efetivas e adequadas ao contexto onde serão inseridas.

Tais aspectos são mostrados na Figura 3.11, em que apresentamos um quadro comparativo que resume a análise feita ao longo desta seção. Cada produto é avaliado de acordo com: independência do computador pessoal; acessibilidade; *scaffolding* e diferentes níveis de dificuldade; adequação física à sala de aula; uso colaborativo; engajamento do usuário; adequação ao currículo escolar; e simplicidade de interface.

Os produtos foram avaliados de acordo com três níveis de satisfação, representados pelos seguintes símbolos:

-  - indica que o artefato atende à exigência correspondente;
-  - indica que o artefato não atende à exigência correspondente;
-  - indica que há uma tentativa de atender àquela exigência, porém não totalmente satisfatória, do nosso ponto de vista.

Analisando este quadro comparativo, chegamos às seguintes conclusões gerais, considerando cada aspecto destacado:

- **independência do computador pessoal:** por sua própria definição, os artefatos do tipo

EXIGENCIA / ARTEFATO	Indepên- dência do PC	Acesso fi- dade	Scaffolding e diferentes níveis de dificuldade	Adequação física à sala de aula	Uso colaborativo	Engajamento do usuário	Adequação ao currículo	Interface simples
TICLE	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Tapetes matemáticos	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Storyline	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Mesas educacionais	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Systemblocks & FlowBlocks	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Beads & Stachables	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
RobotBlocks & SmartTiks	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
Electronic Blocks	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊
BitBall	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊	😊

**Figura 3.11** Quadro comparativo com avaliação de cada artefato estudado, de acordo com os principais aspectos considerados na análise de sua utilidade, efetividade e adequação ao contexto de uso

“TUIs como entrada e GUIs como saída” são dependentes do computador pessoal, o que traz desvantagens já discutidas no Capítulo 2, Seção 2.1 e neste capítulo na Seção 3.2.1.1. Porém, percebemos que mesmo entre os manipulativos digitais, existem situações de necessidade do computador pessoal para certas atividades;

- **acessibilidade:** apenas os desenvolvedores das Mesas educacionais demonstraram explicitamente preocupação com as crianças portadoras de necessidades especiais. Ainda assim, o uso de recursos multimídia em vários artefatos permite que eles sejam adaptados para casos especiais. Como a principal forma de saída utilizada é a visual, é importante sempre fornecer outras alternativas para atender a estes casos;
- **scaffolding e diferentes níveis de dificuldade:** alguns artefatos apresentam *scaffolding* progressivo de acordo com o desenvolvimento das competências do aluno. O *scaffolding* torna o aluno menos dependente do professor, o que pode ser desejável na dinâmica da sala de aula, em que há apenas um professor para muitos alunos. Outros artefatos, apesar de não fornecerem um suporte desse tipo ao usuário, possuem mais de um nível de dificuldade, permitindo um certo ajuste à evolução do aluno. Por fim, há aqueles produtos que não apresentam variações deste tipo, possuindo apenas atividades fixas;
- **adequação física à sala de aula:** o tamanho, a portabilidade e as condições físicas envolvidas no uso dos artefatos são fatores com forte influência na possibilidade de os mesmos serem adotados em sala de aula. Nas condições atuais das escolas brasileiras, artefatos com dependência do computador pessoal dificilmente podem ser instalados nas salas de aula. O mesmo ocorre com sistemas muito grandes, como o *Storyline*, ou com produtos que tenham um uso mais direcionado a espaços abertos, como a *BitBall*. Entre os produtos analisados, o grupo de blocos de montagem é o que mais se adequa ao espaço físico da sala de aula;
- **uso colaborativo:** a possibilidade de colaboração entre os alunos é um aspecto vantajoso, como já discutido na Seção 3.2. Para a maioria dos produtos, mesmo que não haja uma intenção explícita do desenvolvedor de proporcionar o uso colaborativo, é possível fazê-lo sem maiores dificuldades. Dentre os produtos analisados, os únicos que apresentam reais dificuldades para o uso colaborativo são os tapetes matemáticos;
- **engajamento do usuário:** a associação com o lúdico e a possibilidade de manipulação de objetos concretos costumam gerar grande interesse e engajamento por parte das crianças. A maioria dos produtos são claramente motivantes para as crianças. Parece um pouco mais difícil manter o aluno engajado com o grupo de blocos de montagem, por eles lidarem com conceitos mais complexos e abstratos;
- **adequação ao currículo escolar:** para um produto ser incorporado à sala de aula, o professor precisa de tempo, além de uma boa justificativa. Em outras palavras, com a pressão de cumprir o cronograma e o currículo previsto, os materiais didáticos mais úteis e proveitosos são aqueles que ajudam o professor a ensinar os conteúdos programáticos. Artefatos que estimulam o raciocínio lógico e/ou propõem o ensino de conceitos mais

complexos do que os normalmente trabalhados, como os blocos de montagem, mesmo sendo válidos podem não encontrar espaço na rotina escolar.

- **simplicidade de interface:** para ter uma boa aceitação por parte de alunos e professores e não gerar insegurança e resistência nem tampouco trazer entraves ao processo de ensino-aprendizagem, os produtos devem ter uma interface cujo uso seja simples e aprendido rapidamente. No caso dos artefatos do tipo “TUIs como entrada e GUIs como saída”, a simplicidade da interface depende tanto da forma de entrada quanto de saída. Em vários casos, o dispositivo de entrada provê uma interação extremamente simples, porém a informação visual dada pelo sistema pode ser complexa. Na categoria dos manipulativos digitais, as maiores dificuldades referem-se ao aprendizado detalhado do funcionamento dos componentes do sistema, indispensável para que o uso de alguns dos produtos seja pedagogicamente proveitoso.

Dentre os produtos analisados, aqueles que receberam mais avaliações positivas nos aspectos que definimos foram as Mesas educacionais e os *Electronic Blocks*.

Quanto à classificação da interação do usuário com o sistema em relação ao foco de atenção do primeiro durante a atividade (*readiness-at-hand* ou *presence-at-hand*), todos os artefatos analisados encaixam-se na segunda categoria. Apenas as Mesas educacionais podem, também, apresentar uma interação *ready-at-hand*, em algumas atividades. Este resultado mostra que a tendência não é desenvolver ferramentas transparentes para o usuário; pelo contrário, as ferramentas são o foco da atenção.

As atividades realizadas com estas ferramentas, no caso do grupo de blocos de montagem, são de natureza expressiva. Nos demais casos, as atividades são exploratórias. Estes resultados mostram que as atividades expressivas aparecem mais facilmente em artefatos do tipo dos blocos, que possuem propósitos muito semelhantes. Em casos mais variados, as atividades tendem a ser exploratórias.

Quanto à metáfora apresentada pelos produtos, mais uma vez ocorre uma hegemonia no grupo dos blocos, que por terem um propósito mais genérico, não apresentam metáfora. Em outros casos, mais específicos, encontramos metáforas de nome e verbo.

Na Tabela 3.4, apresentamos uma visão geral do tipo de interação, tipo de atividade e metáfora para cada um dos produtos analisados.

**Tabela 3.4** Tipos de interação, atividade e metáfora para cada produto analisado

<b>ARTEFATO</b>	<b>Tipo de interação</b>	<b>Tipo de atividade</b>	<b>Metáfora</b>
TICLE	<i>presence-at-hand</i>	exploratória	nome e verbo
Tapetes matemáticos	<i>presence-at-hand</i>	exploratória	verbo
<i>Storyline</i>	<i>presence-at-hand</i>	exploratória	nome e verbo
Mesas educacionais	<i>presence-at-hand</i> <i>readiness-at-hand</i>	exploratória	nome e verbo
<i>SystemBlocks</i> <i>FlowBlocks</i>	<i>presence-at-hand</i>	expressiva	nenhuma
<i>Stackables</i> <i>Beads</i>	<i>presence-at-hand</i>	expressiva	nenhuma
<i>Bodablocks</i> <i>SmartTiles</i>	<i>presence-at-hand</i>	expressiva	nenhuma
<i>Electronic Blocks</i>	<i>presence-at-hand</i>	expressiva	nenhuma
<i>Bitball</i>	<i>presence-at-hand</i>	exploratória	nenhuma

## CAPÍTULO 4

# Conceitos e aprendizagem de frações

*Deus fez os inteiros e o resto todo é obra dos homens.*

— LEOPOLD KRONECKER (alemão, matemático, lutava pela extinção dos números irracionais, 1881)

*Quando dois meios se encontram, desaparece a fração e se achamos a unidade, está resolvida a questão.*

— TOM JOBIM & MARINO PINTO (brasileiros, compositores, na música ‘Aula de Matemática’)

*Vivo rezando 1/3 para achar 1/2 de te levar para 1/4.*

— ANÔNIMO (Frase de pára-choque de caminhão)

As frações são um dos conteúdos de Matemática que mais causam problemas nas escolas. Neste capítulo, apresentamos as origens históricas das frações, suas diversas concepções e as dificuldades relacionadas a estas concepções na construção do conhecimento pelos alunos. Por fim, discutimos a relação dos materiais concretos com a aprendizagem de frações e apresentamos a proposta do presente trabalho.

### 4.1 A origem das frações

A necessidade da definição e uso de frações teve sua origem nas medições. Povos antigos perceberam que, ao medir diferentes quantidades com uma mesma unidade, o resultado expresso em números inteiros era geralmente aproximado. Para uma maior precisão, eram necessárias unidades menores com uma relação fixa com a primeira unidade de medida. Essas relações entre unidades de medidas concretas levaram ao conceito abstrato de frações [Davydov & Tsvetkovich, 1991].

O início do uso de frações costuma ser atribuído aos egípcios. No antigo Egito, por volta do ano 3000 antes de Cristo, as terras à beira do rio Nilo, valorizadas por sua fertilidade, eram marcadas pelos chamados “estiradores de corda”. Eles mediam os terrenos esticando cordas nas quais uma unidade de medida estava marcada. Assim, verificavam quantas vezes a unidade

de medida cabia no terreno. Por meio deste método, a medida nem sempre era exata. Para resolver este problema, os egípcios criaram o número fracionário, representado por frações com numerador igual a 1 [Wikipedia, 2006].

Posteriormente, os hindus criaram o sistema de numeração decimal, que facilitou a manipulação das frações e ampliou a sua abrangência para quaisquer numeradores. As frações passaram então a ser representadas pela razão de dois números naturais [Wikipedia, 2006].

As regras para lidar com frações foram sendo elaboradas ao longo dos séculos, até o século XIX [Davydov & Tsvetkovich, 1991]. Da antiguidade até a idade moderna, cada povo (babilônios, gregos, romanos, indianos, chineses, árabes, hebreus e outros) utilizava as frações de acordo com suas necessidades práticas específicas e seu sistema de numeração [Da Silva, 1997].

Aos poucos, as frações passaram a ser consideradas entidades independentes, devido à necessidade de se resolver alguns problemas ligados à matemática teórica. As operações de subtração e divisão não podiam sempre ser realizadas no domínio dos números naturais. As frações eliminaram os obstáculos da divisão - um papel semelhante ao dos números negativos em relação à subtração. Assim, as frações se desvincilharam das medidas e surgiram os números racionais [Davydov & Tsvetkovich, 1991].

Na idade moderna, foi formalizado um corpo de conceitos que permite até hoje a manipulação mais fácil e padronizada das frações [Da Silva, 1997].

## 4.2 Concepções de frações

Hoje em dia, apesar de os textos didáticos tradicionais enfatizarem principalmente a abordagem de frações como parte, existem várias visões matemáticas das frações [Kong & Kwok, 2003], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], [Meira, 2001], [PCN, 1997], [Santos et al., 1997].

O conceito de fração inclui, na verdade, vários significados. Apesar de não existir uma classificação formal única, apresentamos a seguir as principais concepções citadas na literatura.

### Fração como parte

([Kong & Kwok, 2003], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], [PCN, 1997], [Meira, 2001], [Santos et al., 1997])

A idéia de frações como partes se apresenta na relação parte-todo, ou seja, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes [PCN, 1997].

Existem dois modelos nesta categoria [Santos et al., 1997]: o contínuo e o discreto.

No modelo contínuo, há três abordagens:

1. **linear**: repartição de um todo em partes de mesmo comprimento - uso de barbante, reta numerada;
2. **área**: repartição do todo em partes de mesma área - uso de papel, pizza, chocolate, figuras geométricas. Um problema comum na abordagem por área é que os alunos acostumam-se à forma visual das repartições e têm dificuldade em lidar com divisões não costumeiras [Santos et al., 1997];
3. **volume e capacidade**: repartição de um todo em partes de mesmo volume ou mesma capacidade de líquido - uso de caixas, líquido.

No modelo discreto, é feita a repartição de um todo em partes de mesma quantidade numérica [Santos et al., 1997]. Podem ser usadas coleções de objetos como bombons, fichas, tampas, contas de colar, pedras, grãos, entre outros [Lima, 2001].

### **Fração como número**

([Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], [Meira, 2001])

Segundo [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], a idéia envolvida no significado da fração como número é o da notação  $a/b$ , expressando um número na reta numérica. Uma questão seguindo esta idéia seria, por exemplo: “represente  $1/5$  na reta numérica”; ou: “encontre, através de estimativa, o valor aproximado da soma  $11/12 + 17/18$ ” [Meira, 2001]. Neste caso, o foco é no valor da fração, vista como um único número, e não na relação entre seus componentes.

### **Fração como divisão ou quociente**

([Santos et al., 1997], [Kong & Kwok, 2003], [PCN, 1997], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004])

[Santos et al., 1997] definem a concepção “fração como divisão”, afirmando que a fração é vista como um quociente entre dois números.

[Kong & Kwok, 2003] e [PCN, 1997] utilizam a nomenclatura “fração como quociente”, correspondente à divisão de um número natural por outro. Ela se diferencia da interpretação de parte-todo [PCN, 1997], estando presente em situações associadas à idéia de partição [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004]: dividir um chocolate em três partes e comer duas dessas partes (abordagem parte-todo) é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir dois chocolates para três pessoas (abordagem quociente). O quociente representa o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004]. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação:  $2/3$  [PCN, 1997].

### **Fração como operador**

([Kong & Kwok, 2003], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], [Meira, 2001], [PCN, 1997], [Santos et al., 1997])

Nesta categoria, as frações são vistas como agentes modificadores de situações [PCN, 1997], [Santos et al., 1997]. Em outras palavras, esse significado está associado ao papel de transformação [PCN, 1997]: um número tem seu valor transformado pela fração [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], ou seja, a fração opera em uma unidade que estica ou encolhe por um certo fator [Kong & Kwok, 2003], [Meira, 2001]. Um exemplo seria um problema do tipo “que número devo multiplicar por 3 para obter 2?” [PCN, 1997].

### **Fração como medida**

([Kong & Kwok, 2003], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004])

Está presente neste significado a idéia de dividir uma unidade em partes iguais e verificar quantas dessas partes caberão naquela que se quer medir [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004]. Por exemplo: “um tambor pode conter 11 litros de leite. Quantas canecas de 2 litros serão necessárias para encher esse tambor?”.

### Fração como razão

([Kong & Kwok, 2003], [Nunes, 2003] *apud* [Souza, 2004], [Meira, 2001], [PCN, 1997], [Santos et al., 1997])

Segundo esta concepção, a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza [PCN, 1997]. De acordo com [Santos et al., 1997], podem ser destacadas três situações em que frações podem ser vistas como razões:

1. **comparação de uma parte de um todo com o todo:** por exemplo, o número de pontos ganhos em um jogo de vôlei em relação ao total de pontos do campeonato; o número de mulheres em relação ao total de pessoas [Santos et al., 1997]. Aqui pode-se também explorar o conceito de porcentagem (por exemplo, 40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol) [PCN, 1997].
2. **comparação de uma parte de um todo com outra parte do todo:** por exemplo, o que foi pintado em uma figura em relação ao que não foi pintado, o número de pontos ganhos em relação a número de pontos perdidos.
3. **idéia de probabilidade:** por exemplo, a probabilidade de cair cara em uma moeda, a probabilidade de sair o número 3 em um dado [Santos et al., 1997], a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores [PCN, 1997], [Meira, 2001].

Os Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN, 1997] referem-se ainda, dentro da idéia de razão, ao trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m). Portanto, o foco aqui é na relação entre os dois números que compõem a fração - cada um tem um significado próprio.

Percebemos que não existe um consenso na literatura quanto às diferentes concepções de frações, nem tampouco quanto à nomenclatura usada. Muitas vezes, duas concepções tornam-se muito próximas e dependem apenas da formulação do problema para se diferenciar. Além disso, existem nomenclaturas distintas para uma mesma concepção. O mais importante, no entanto, é que os alunos tenham contato com as diversas idéias de frações e sejam capazes de lidar com todas elas de forma natural.

## 4.3 A aprendizagem de frações

Muitas vezes, não percebemos o quanto as frações são comuns na nossa vida cotidiana.

[Imenes et al., 1993] dão alguns exemplos simples dentre as muitas situações em que nos deparamos com frações:

- A tragédia do Titanic aconteceu porque apenas uma **fração (1/8)** dos *icerbergs* fica visível.
- **7/10** da superfície da Terra são ocupados pela água.
- “Que horas são?” “Cinco **e meia**.”
- O assalto aconteceu numa **fração de segundo!**

O uso de frações no nosso dia-a-dia torna o conhecimento sobre elas necessário desde o Ensino Fundamental. Porém, a introdução das frações traz um aspecto dificultador para as crianças, acostumadas aos números inteiros: uma fração é uma relação entre dois números, os quais, agregados, formam um único número [Davydov & Tsvetkovich, 1991].

É difícil ensinar frações a alunos mais jovens usando-se como base os números racionais. Frequentemente, crianças conseguem resolver problemas em situações físicas antes de serem capazes de resolvê-los com representações simbólicas [Bruner et al., 1966], [Piaget, 1953] *apud* [Martin & Schwartz, 2005].

Tradicionalmente, o ensino de frações é iniciado por uma concepção visual e concreta das mesmas. As crianças aprendem a dividir objetos concretos em partes iguais. Elas podem, por exemplo, dividir uma maçã na metade, a água de um copo em dois copos, usar medidas (1 centímetro é 1/100 do metro) e repartir coleções de objetos em subconjuntos de mesma cardinalidade. Materiais como círculos, quadrados, retângulos, cubos com divisões, em madeira ou papel [Davydov & Tsvetkovich, 1991], [Lima, 2001], pedrinhas e fichas de plástico são muito comuns. As crianças podem também trabalhar com desenhos. Assim, a fração é primeiramente apresentada como uma ou várias partes de um inteiro (grandeza contínua ou discreta). Posteriormente, a fração é vista como quociente da divisão de inteiros [Davydov & Tsvetkovich, 1991].

Jean Piaget, principal nome da Teoria Construtivista da aprendizagem, definiu quatro estágios de desenvolvimento cognitivo ao longo do crescimento da criança [Schliemann, 2001]:

1. **0 a 2 anos:** estágio sensório motor;
2. **2 a 7 anos:** estágio pré-operacional;
3. **7 a 11 anos:** estágio das operações concretas;
4. **11 a 16 anos:** estágio das operações formais.

Segundo [Piaget et al., 1960] *apud* [Brito, 2004], [Lima, 2001], as formas de organização cognitiva básicas para o desenvolvimento do conceito de fração são aquelas encontradas no estágio das operações concretas. Neste estágio, a criança é capaz de imaginar transformações sobre os dados, que podem ser desfeitas. Assim, ela tem condições de compreender conceitos como conservação de áreas, quantidades e volumes, seriação e classificação de objetos e transitividade [Schliemann, 2001].

Por exemplo, uma das condições essenciais para a compreensão do conceito de fração é que a soma das partes de um todo seja percebida pela criança como igual a este todo. Esta percepção depende da noção de conservação de área, que permite à criança compreender que a área total permanece invariante apesar da fragmentação realizada. O mesmo raciocínio se aplica à repartição de coleções e ao transvasamento de líquidos [Lima, 2001].

A maioria dos livros didáticos introduz os primeiros conceitos de frações, principalmente a concepção parte-todo, na 3ª série do Ensino Fundamental. A partir da 4ª série, estes conceitos vão sendo ampliados e aprofundados [Da Silva, 1997].

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais [PCN, 1997], no segundo ciclo do Ensino Fundamental (5ª a 8ª série), os seguintes conteúdos conceituais relacionados às frações devem ser abordados:

1. leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente;

2. reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária;
3. identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas;
4. exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão;
5. observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.

Em 2002, o Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE) publicou um relatório<sup>1</sup> referente à avaliação feita com alunos de 6.098 escolas estaduais e municipais. No Ensino Fundamental, foram avaliados 387.008 alunos da 2ª, 4ª e 8ª séries.

Na 4ª série (último ano do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, em que as crianças têm entre 9 e 12 anos), em relação ao descritor curricular relacionado aos números fracionários “resolver problema com números racionais expressos na forma de fração envolvendo diferentes significados”, os alunos obtiveram 46,4% de acertos.

Para a 8ª série (último ano do segundo ciclo do Ensino Fundamental, em que as crianças têm entre 13 e 15 anos), em relação ao descritor “identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados”, o índice de acertos não passou de 15,9%; em relação a “resolver problema utilizando as noções de frações equivalentes”, os alunos apresentaram apenas 23,6% de acertos.

O depoimento de uma professora de 4ª série de uma escola pública do Recife mostra como as frações são consideradas um “assunto difícil”: *“normalmente chega menino aqui de outra escola e eu vou ver a caderneta do ano passado, diz assim: ‘o menino resolve problemas com as quatro operações, tem noção geométrica tal tal e tal...’. Daqui a pouco o menino só precisa aprender fração, porque ele já tá excelente! Mas não é. Quando ele entra aqui que a gente vai ver, ele não sabe efetuar uma operação, não sabe o que é reserva, fazer uma conta com reserva... se vai fazer uma multiplicação com dois números, não sabe, divisão nunca viu... sabe? Então a gente acaba vendo que vai ter que voltar.”*. As palavras da professora mostram que o fato de um aluno que chega à 4ª série ter conhecimento de frações é algo muito improvável, e que bastaria ele dominar as quatro operações para ser considerado um aluno “excelente”.

[Hart, 1981] *apud* [Da Silva, 1997] discute uma pesquisa do grupo de Matemática da Universidade de Londres, em que dez mil crianças inglesas entre 11 e 16 anos foram avaliadas na área da Matemática. As crianças apresentaram várias dificuldades com as frações, entre elas: leitura da fração como dois inteiros não-relacionados e escolha do numerador ou denominador para julgar a grandeza da fração, como se esta fosse um número natural. Mesmo depois de anos de estudo, as crianças não conseguem perceber a fração como um quociente ou um número - continuam trabalhando como se fossem números naturais, sendo que escritos um em cima do outro [Da Silva, 1997].

Em relação à concepção parte-todo, [Da Silva, 1997] constatou em seus experimentos dificuldades dos alunos em lidar com divisões incomuns de figuras geométricas e em realizar as

---

<sup>1</sup>Disponível em: <<http://www.educacao.pe.gov.br/saepe.shtml>>. Acesso em: 25 jan. 2007.

divisões necessárias para encontrar a fração de uma área, em vez de recebê-las prontas. Os alunos também experimentaram sérias dificuldades para refazer divisões de figuras (em casos em que as divisões apresentadas não eram adequadas para encontrar a resposta dos exercícios propostos) e para identificar frações de áreas quando as figuras em questão não estavam explicitamente divididas em partes iguais. Além disso, foram percebidos problemas para reconhecer a equivalência entre várias representações geométricas de uma mesma fração.

[Da Silva, 1997] identificou ainda problemas com a concepção de fração como operador - os alunos não percebiam a transformação que uma fração pode provocar em quantidades discretas e contínuas.

Uma outra dificuldade mostrada por [Da Silva, 1997] refere-se à relação entre medidas e sua representação. Em uma questão em que os alunos deveriam comparar as alturas de dois retângulos, eles não conseguiram expressar esta relação usando a razão entre elas.

Apesar dos avanços na didática da Matemática, o ensino de frações continua seguindo uma prática voltada para a aplicação mecânica de algoritmos e representa um grande desafio para os educadores que buscam formar nos alunos uma real compreensão do conceito de frações [Brito, 2004].

A insistência na concepção parte-todo tem gerado muitas discussões sobre a melhor forma de se desenvolver o conceito completo de frações nas crianças [Brito, 2004], [Da Silva, 1997]. Acreditamos, porém, que não se trata de eliminar a concepção parte-todo, mas sim de conectá-la às demais visões do conceito, permitindo que as crianças construam um conhecimento completo e sólido. A concepção parte-todo, como já citado nesta seção, apoiada pelo suporte do material concreto, permite uma introdução do conceito de fração para crianças mais jovens; os esquemas de partição podem ser vistos como precursores cognitivos do número fracionário [Behr et al., 1984] *apud* [Brito, 2004].

#### 4.4 O suporte do material concreto

Como já vimos, os materiais concretos são recursos bastante utilizados no ensino das frações, especialmente nas primeiras fases do processo de aprendizagem. Costumam ser usadas formas geométricas em madeira, plástico ou papel [Davydov & Tsvetkovich, 1991], [Lima, 2001], e coleções de objetos como pedrinhas e fichas, além de frutas, chocolate e pizza, entre outros.

Vários manipulativos desenvolvidos por grandes educadores como Maria Montessori (círculos de frações) e Georges Cuisinaire (escala Cuisinaire) destinam-se ao ensino de frações (ver Capítulo 2, Seção 2.2.3).

[Martin & Schwartz, 2005] examinaram como a interação com materiais concretos pode dar suporte ao desenvolvimento do conceito de frações em crianças de 9 e 10 anos. As crianças trabalharam em problemas sobre frações, os quais elas não conseguiam resolver mentalmente. Os experimentos realizados mostraram que a manipulação de objetos físicos facilitou a interpretação de frações.

Os manipulativos usados por [Martin & Schwartz, 2005] em seus experimentos foram seções de círculos e pequenas barras de plástico. As crianças receberam instrução prévia para lidar com os manipulativos.

O primeiro experimento de [Martin & Schwartz, 2005] mostrou como crianças conseguiram resolver problemas movendo peças mas não apenas vendo ilustrações das peças. Este resultado reforça a importância da ação física. Os problemas apresentados às crianças neste experimento lidavam com frações como operadores (por exemplo, encontrar um quarto de oito). Havia dois cenários distintos: no cenário “físico”, crianças tinham à sua disposição barras e seções de círculos; no cenário “pictórico”, tinham apenas figuras desenhadas no papel.

Os melhores resultados (interpretações mais precisas e criação de partições corretas, além de uso de estratégias mais variadas) foram obtidos pelo grupo que trabalhou com os manipulativos, embora estes não tenham sido uma garantia de sucesso. Não houve diferenças significativas entre os tipos de manipulativos. Na maioria dos casos, a criança que conseguia resolver o problema com materiais concretos não conseguia fazê-lo com figuras. A hipótese formulada pelos autores é que mover as peças permite às crianças adaptar-se gradualmente ao ambiente e nesse processo mudar suas interpretações. No caso das figuras, as crianças podem ter apenas escolhido a primeira interpretação que tinham em mente, e não tiveram oportunidade de agir para modificar essa interpretação.

Apesar dos bons resultados do trabalho com manipulativos, [Martin & Schwartz, 2005] chamam a atenção para o fato de que em alguns casos, o material pode facilitar o trabalho a tal ponto que não permite que as pessoas desenvolvam suas próprias interpretações acerca do conceito em questão. Por exemplo, caixas registradoras que calculam o troco não necessariamente ajudam os seus operadores a fazer matemática quando eles não possuem mais o recurso do caixa.

Em casos como este, o material pode ajudar a resolver problemas naquelas condições específicas, mas a transferência do conhecimento para outros casos torna-se mínima. Por exemplo, ao resolver um problema  $1/3 + 1/3$  com fatias de círculos, as crianças podem simplesmente juntar duas fatias de  $1/3$ , sem notar explicitamente que aquelas duas fatias formam  $2/3$  de um todo, e não apenas duas peças de  $1/3$ . As fatias estão fazendo trabalho demais pela criança. Já as barras exigem que as crianças adaptem o material e interpretem explicitamente a presença de um todo.

Tais considerações foram verificadas no quarto experimento, em que as crianças se beneficiaram dos materiais, fossem eles fatias ou barras, mas os que trabalharam com barras transferiram o conhecimento com mais efetividade, gerando melhores adaptações a novos materiais. As crianças que trabalharam com fatias tornaram-se dependentes delas - elas não tiveram o trabalho de adaptação pois as noções de parte e todo já estavam embutidas nos círculos. As outras crianças tiveram que descobrir como adaptar e interpretar inteiros com as barras e isso as ajudou quando foram confrontadas a novos materiais.

O estudo de [Martin & Schwartz, 2005] não cobre fatores importantes como influências sociais, regras de sala de aula, estruturas de tarefas que podem influenciar a forma como os manipulativos vão impactar na aprendizagem.

## 4.5 Proposta

Neste capítulo, vimos que o processo de ensino-aprendizagem de frações no Brasil apresenta sérios problemas. Os resultados de exames nacionais mostram que os alunos não estão apren-

dendo o que é esperado. Pesquisas científicas destacam várias dificuldades na construção do conhecimento em relação às diferentes concepções do conceito de frações.

Na busca por soluções para tais problemas, os materiais concretos, ou manipulativos, são recursos muito usados pelos professores. Pesquisas indicam resultados positivos quando tais materiais são empregados adequadamente. No entanto, os materiais concretos disponíveis para o ensino de frações parecem ainda não ser suficientes para superar as barreiras de compreensão que se repetem ao longo dos anos nas escolas brasileiras. Como vimos na Seção 4.4, alguns manipulativos apresentam deficiências como excesso de *scaffolding*, por exemplo.

No Capítulo 3, vimos como a tecnologia pode ser usada de formas inovadoras para criar materiais concretos com computação embarcada a serem usados em contextos educacionais. A tecnologia pode trazer novas formas de interação capazes de auxiliar mais eficientemente a aprendizagem, incrementando os manipulativos.

O objetivo do presente trabalho é idealizar uma interface tangível para auxiliar a aprendizagem das frações nas escolas brasileiras. Para isso, propomos uma metodologia de *design* baseada em contexto, que leva em consideração aspectos sócio-culturais, aspectos práticos de sala de aula, e aspectos de interação e de aprendizagem, e segue princípios de *design* específicos para interfaces tangíveis para a Educação.

No Capítulo 5, apresentamos o referencial teórico usado neste trabalho. Nossa metodologia de pesquisa qualitativa é descrita no Capítulo 6.



## CAPÍTULO 5

# Referencial teórico

*A educação autêntica não se faz de A para B, ou de A sobre B, mas de A com B mediatizados pelo mundo.*

— PAULO FREIRE (brasileiro, educador)

No esforço de desenvolver produtos úteis e não somente “usáveis”, é imprescindível descobrir como a tecnologia pode encaixar-se no ambiente social e material em que vivem e agem os usuários, e quais os problemas deles que a tecnologia pode solucionar [Nardi, 1996].

A Teoria da Atividade tem sido largamente aceita na área de Interação Humano-Computador (IHC) como uma opção adequada para preencher uma lacuna existente entre teoria e prática no desenvolvimento de artefatos interativos [Nardi, 1996].

Com as tendências da computação ubíqua, a qual vem introduzindo novos paradigmas de interação com dispositivos tecnológicos, *frameworks* baseados na Teoria da Atividade, que levam em consideração o contexto sócio-cultural do uso da tecnologia e da atividade humana, vêm ganhando força [Gay & Hembrooke, 2004]. O foco de pesquisa está se deslocando da interação humano-computador para a interação humana mediada pela tecnologia, em um determinado contexto [Nardi, 1996].

Neste capítulo, descrevemos os principais conceitos da Teoria da Atividade e mostramos como ela pode ser um referencial teórico válido em projetos de artefatos interativos como o que queremos propor.

### 5.1 A Teoria da Atividade

Assim como os estudos em Interação Humano-Computador preocupam-se com problemas práticos de projeto e avaliação de sistemas interativos, a Teoria da Atividade aborda a atividade prática humana no mundo real [Kuutti, 1996]. Os defensores da Teoria da Atividade acreditam que “você é o que você faz” [Nardi, 1996]. Nesta análise da atividade humana, a Teoria da Atividade incorpora a importância do contexto social, tratando-o como ponto fundamental: os atos de cada pessoa estão embutidos na teia social de que todos fazem parte - uma teia composta de pessoas e artefatos, e caracterizada por sua cultura e história [Nardi, 1996]. Este aspecto é condizente com a opinião dos pesquisadores de IHC, que reconhecem ser imprescindível estudar o contexto de uso futuro da ferramenta em desenvolvimento [Mwanza, 2000].

A Teoria da Atividade foi desenvolvida por psicólogos na antiga União Soviética, na década de 20, mais especificamente por Leont’ev, baseado no trabalho de Vygotsky [Bellamy, 1996], e tem suas raízes históricas na filosofia alemã clássica e nos trabalhos de Marx e Engels [Kuutti, 1996].

A teoria procura estabelecer uma relação entre consciência (mente humana como um todo) e atividade (interação do homem com a realidade), tendo cultura e história como aspectos fundamentais, analisando o ser humano dentro de seu ambiente natural [Kaptelinin, 1996].

A Teoria da Atividade fornece um conjunto de perspectivas acerca da atividade humana e um conjunto de conceitos para descrevê-la. Uma atividade é composta de sujeito(s) e seu(s) objetivo(s), artefatos que ele utiliza, a comunidade em que ele está inserido e as regras da mesma e a divisão do trabalho que caracteriza a atividade. Em outras palavras, a prática humana é estudada situadamente, dentro do seu contexto, abrangendo todos os fatores sócio-culturais que a afetam.

Os teóricos da atividade acreditam ser impossível entender ações humanas isoladamente, já que elas sempre ocorrem dentro de um contexto [Kuutti, 1996]. O exemplo clássico dado por Leont'ev considera um grupo de caçadores que se divide em dois subgrupos: um deles é encarregado de afugentar a presa em direção ao outro grupo, que apenas aguarda que ela se aproxime para abatê-la. Se as ações do primeiro subgrupo forem isoladas do contexto, elas perdem a coerência com o objetivo da atividade, que é capturar a presa. Caçadores que quisessem capturar um animal não se empenhariam em espantá-lo. No entanto, suas ações estão inseridas em um contexto maior, no qual fazem todo sentido.

Assim, isolar a ação humana do seu contexto é como retirar uma frase de um texto e tentar compreendê-la isoladamente: uma atitude que pode levar a interpretações incorretas. Em outras palavras, um contexto significativo mínimo precisa ser incluído na unidade básica de análise, a atividade [Kuutti, 1996].

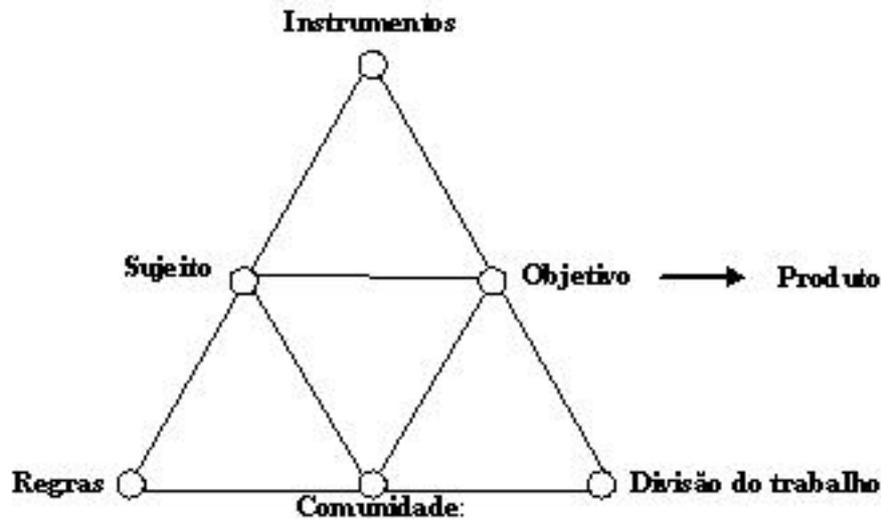
Uma atividade sempre envolve vários artefatos (instrumentos, ferramentas), que têm um papel mediador inseparável do funcionamento humano. Segundo alguns teóricos, a experiência humana é moldada pelas ferramentas que utilizamos, as quais nos conectam ao mundo [Nardi, 1996]. Ao serem combinadas às capacidades humanas, ferramentas permitem que novas atividades sejam realizadas, ou que atividades já existentes sejam mais bem realizadas [Kaptelinin, 1996]. As atividades humanas definem os requisitos das ferramentas, e as ferramentas transformam as atividades [Gay & Hembrooke, 2004].

Segundo a Teoria da Atividade, a atividade humana não pode ser estudada sem que se compreenda o papel dos artefatos na nossa existência diária, especialmente o modo como estes artefatos estão integrados à prática social [Nardi, 1996]. Por artefatos, entenda-se ferramentas externas ou físicas (como um lápis ou um martelo) e internas ou conceituais (a linguagem, conceitos, heurísticas) [Kaptelinin, 1996], [Mwanza, 2000].

Uma atividade é realizada pelo sujeito dentro da comunidade na qual ele está inserido. Esta comunidade possui regras (normas, convenções, relações sociais) e é organizada implícita ou explicitamente por intermédio da divisão do trabalho que está sendo feito, ou seja, como a atividade está distribuída entre os membros da comunidade, qual o papel de cada um e quais as suas tarefas. A inserção obrigatória do indivíduo em uma comunidade enfatiza o aspecto de coletividade da Teoria da Atividade: mesmo quando o interesse principal é em ações individuais, o objeto de pesquisa é sempre essencialmente coletivo [Kuutti, 1996].

A estrutura de uma atividade foi modelada por Engeström, como mostrado na Figura 5.1 [Engeström, 1987] *apud* [Mwanza, 2000].

O triângulo de Engeström pode ser interpretado da seguinte forma:



**Figura 5.1** O Triângulo de Engeström

- a relação entre sujeito e objetivo é mediada por ferramentas e pela comunidade;
- a relação entre sujeito e comunidade é mediada por regras;
- a relação entre comunidade e objetivo é mediada pela divisão do trabalho.

Assim, o modelo de Engeström torna explícita a noção de mediação defendida pela Teoria da Atividade. Todos os componentes apresentados no triângulo estão ligados e interagem para formar uma atividade [Kuutti, 1996].

O triângulo de Engeström captura os conceitos da Teoria da Atividade relevantes para a análise de práticas de trabalho e projeto de ferramentas, objetos de estudo da Interação Humano-Computador [Mwanza, 2000].

A Teoria da Atividade fornece um modo de se estruturar, esclarecer e compreender os dados obtidos por meio de métodos de observação em campo, que descrevem a atividade diária. A padronização e vocabulário comum obtidos dessa estruturação permitem comparações entre trabalhos e generalizações. A Teoria da Atividade provê um *framework* filosófico e interdisciplinar para estudar diferentes práticas humanas [Kuutti, 1996], ajudando projetistas a capturar a prática corrente dos usuários e construir modelos de atividades futuras [Nardi, 1996].

Por enfatizar contexto e artefatos, a Teoria da Atividade revela-se extremamente adequada no processo de desenvolvimento de ferramentas interativas, que podem ser vistas como mediadoras da interação do humano com o mundo. A introdução de novos artefatos em uma atividade afeta os processos individuais e sociais envolvidos. Da mesma forma, os processos sociais da comunidade em que a atividade ocorre e os processos mentais dos sujeitos irão afetar o modo como o novo artefato será utilizado.

Fica claro que tecnologia não pode ser projetada isoladamente, sem se considerar a comunidade - com suas regras e divisão do trabalho - em que ela será inserida. Reconhecendo-se a importância da comunidade em relação ao papel mediador de novos artefatos em uma ativi-

dade, faz-se necessário dedicar um bom tempo ao estudo do ambiente em que a tecnologia será inserida, além do projeto da tecnologia em si [Bellamy, 1996].

Em resumo, o uso de tecnologia não é uma relação mecânica de entrada e saída entre uma pessoa e uma máquina; uma descrição muito mais rica da situação do usuário é necessária para o projeto de um artefato interativo. A Teoria da Atividade ajuda a orientar tais projetos fornecendo conceitos e perspectivas [Nardi, 1996].

Os princípios da Teoria da Atividade, alinhados com a visão sócio-culturalista de Vygotsky, norteiam a metodologia empregada neste trabalho.

## CAPÍTULO 6

# Metodologia

*Desenvolver os novos materiais tomava muito tempo. Não era uma simples questão de ter uma idéia e contratar alguém para fabricar o conjunto de materiais. Maria levava um conjunto para a Casa e experimentava-o com as crianças. Às vezes descobria (...) que estava propondo uma coisa antes de as crianças estarem preparadas. Outras vezes os materiais eram de manejo difícil.*

— MICHAEL POLLARD (em ‘Personagens que mudaram o mundo: Maria Montessori’, p.40)

Neste capítulo, descrevemos a metodologia utilizada neste trabalho para desenvolver uma interface tangível para a Educação, a ser empregada em salas de aula de Ensino Fundamental no Brasil. Nossa metodologia segue diretrizes do *design* centrado no usuário e é baseada em princípios da Teoria da Atividade. Primeiramente, buscamos na literatura e analisamos interfaces tangíveis já desenvolvidas para aprendizagem de conceitos matemáticos. Esta análise nos permitiu compilar diretrizes específicas para o desenvolvimento de tais interfaces. Em seguida, utilizamos técnicas de observação e entrevistas para estudar qualitativamente o contexto em questão. Nosso foco foi na aprendizagem de conceitos de frações, porém nossa metodologia pode ser replicada para qualquer outro campo conceitual. A partir da análise dos dados coletados, identificamos requisitos e necessidades dos usuários e propusemos uma solução, que foi testada por meio de um protótipo de baixa fidelidade. Detalhamos cada fase da nossa metodologia nas seções a seguir.

### 6.1 Princípios de *design*

Quando um produto ou sistema é desenvolvido, ele é pensado para ser usado em um contexto particular, por uma população de usuários com certas características [Maguire, 2001a]. Em vez de pensar naquilo que se acha que o usuário deveria fazer, é preciso compreender o que o usuário já faz no seu ambiente: quais são suas atividades e o que elas significam dentro do contexto social em que ocorrem [Gay & Hembrooke, 2004].

O produto a ser desenvolvido será usado dentro de ambientes técnicos, físicos, psicológicos, sociais ou organizacionais que irão afetar seu uso [Maguire, 2001a]. Por exemplo, iluminação fraca ou barulho em demasia no local de uso do produto (ambiente físico) podem impedir os usuários de interagir adequadamente com o sistema. Por outro lado, novas tecnologias introduzidas em um ambiente trazem muitas mudanças [Gay & Hembrooke, 2004]. As atitudes

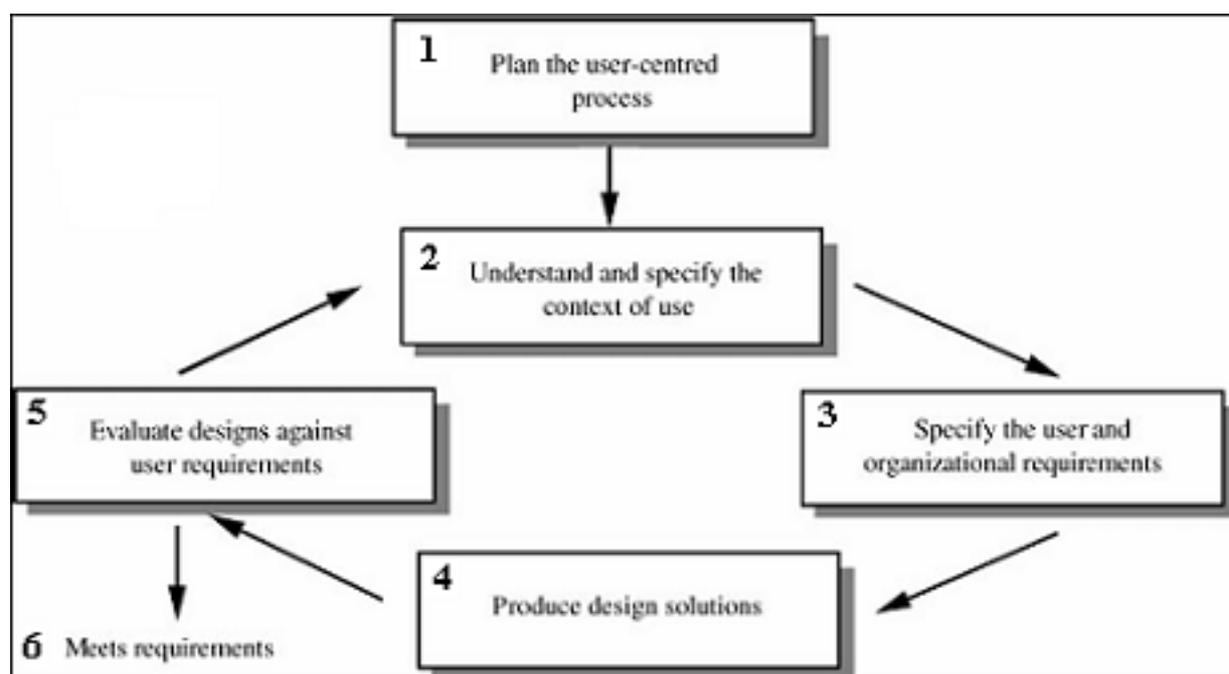
da instituição e da comunidade (ambiente organizacional) face à introdução do sistema podem afetar a aceitação e uso do produto [Maguire, 2001a].

Levando tudo isto em consideração, na ISO 13407, que descreve os princípios do *design* centrado no usuário, é dito que para se desenvolver um sistema útil e eficiente é necessário entender o contexto de uso do produto, os objetivos dos usuários, e as características dos usuários, das tarefas e do ambiente [Maguire, 2001a].

De acordo com os resultados do projeto *Measurement of Usability in Context* (MUSiC), que produziu métodos de medição de usabilidade adotados comercialmente, a usabilidade de um produto depende de seu contexto de uso, e qualquer produto deve ser projetado para um contexto específico [Maguire, 2001a].

É incorreto descrever um produto como ergonômico, efetivo ou usável sem descrever também o contexto em que o produto será usado e as perspectivas e histórias de seus usuários: para quem o produto foi projetado, para que e onde ele será usado [Maguire, 2001a], [Meira, 1998].

O processo de se entender e especificar o contexto de uso é um dos principais estágios no ciclo de *design* centrado no usuário (ISO 13407), como mostrado na Figura 6.1.



**Figura 6.1** Ciclo de *design* centrado no usuário (ISO 13407) (Fonte: [Maguire, 2001a])

A compreensão do contexto de uso ((2) “*understand and specify the context of use*”) é a primeira fase do ciclo iterativo. Ela é inicialmente realizada após o planejamento do processo ((1) “*plan the user-centred process*”). Este estudo do contexto permite especificar requisitos de usuário e organizacionais ((3) “*specify the user and organizational requirements*”), a partir dos quais soluções são geradas ((4) “*produce design solutions*”). Tais soluções precisam então ser avaliadas de acordo com os requisitos elicitados ((5) “*evaluate designs against user requirements*”). Qualquer incompatibilidade encontrada nesta avaliação leva o processo novamente

à fase de compreensão e especificação do contexto (2). O ciclo se repete até que a solução satisfaça os requisitos ((6) “*meets requirements*”).

A ISO 13407 é uma prova da mudança ocorrida no projeto de sistemas interativos. Durante a primeira fase da história do desenvolvimento de *software*, os projetistas costumavam usar uma abordagem centrada na tecnologia, que levava pouco em conta as necessidades e preferências dos usuários. Este foco nos atributos da tecnologia em detrimento dos usuários resultava em muitos problemas após a implantação dos sistemas, o que levou à abordagem do *design* centrado nos usuários, em que estes são ouvidos pelos projetistas, e a tecnologia deve ser desenvolvida para atender às necessidades identificadas [Gay & Hembrooke, 2004].

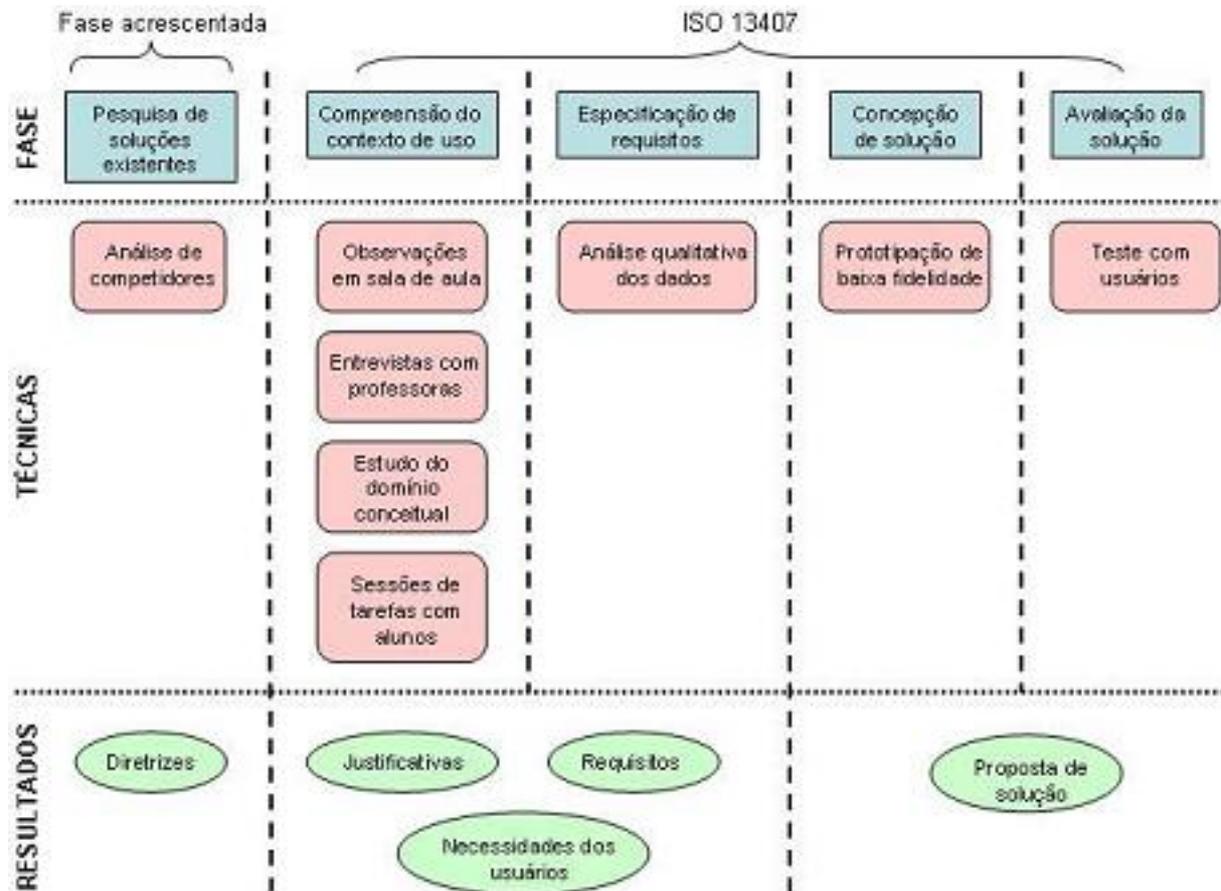
Uma nova tendência, no entanto, expande um pouco mais este foco no usuário, ampliando a visão do projetista para o contexto de uso do futuro produto. O *design* passa a levar em conta não só os usuários individualmente, mas também as interações entre eles, as ferramentas que eles usam, seus objetivos, a comunidade em que estão inseridos, sua cultura e história [Gay & Hembrooke, 2004]. Todos estes elementos são descritos pela Teoria da Atividade (ver Capítulo 5), que é o referencial teórico que fundamenta nossa metodologia.

Nossa metodologia de pesquisa qualitativa segue as diretrizes da ISO 13407 (Figura 6.1), sendo fundamentada principalmente na visão do contexto.

A primeira fase da nossa metodologia consiste em uma pesquisa sobre soluções já existentes na área de interfaces tangíveis para aprendizagem de conceitos matemáticos, através de uma análise de possíveis competidores. Em uma segunda fase, para compreender e especificar o contexto, fizemos observações de campo, entrevistas e observamos sessões de tarefas com usuários, dentro de um domínio específico do conhecimento previamente estudado. Nós analisamos os dados qualitativamente e, a partir das necessidades dos usuários e dos requisitos identificados, propusemos uma solução, a qual testamos por meio de um protótipo de baixa fidelidade. Devido a restrições de tempo e custo, não construímos protótipos de mais alta fidelidade para novas iterações do ciclo.

É importante destacar que em uma metodologia baseada em contexto, o processo de *design* deve ser flexível e adaptativo [Gay & Hembrooke, 2004]. Em uma pesquisa qualitativa como a realizada neste trabalho, as fases da metodologia proposta podem não ser estritamente seqüenciais, mas adaptarem-se às tendências surgidas durante o trabalho de campo [Flick, 2004]. A análise dos dados, por exemplo, muitas vezes começa ainda durante a coleta, e pode influenciar a condução e técnicas da pesquisa de campo [Flick, 2004].

As técnicas que utilizamos estão ilustradas na Figura 6.2, juntamente com os resultados obtidos durante o processo. Na seção seguinte, detalhamos estas técnicas.



**Figura 6.2** Metodologia usada na pesquisa. A cada fase do processo de *design*, estão associadas técnicas de pesquisa e resultados obtidos

## 6.2 Análise de competidores

A análise de concorrentes como parte da estratégia competitiva foi fundamentada na área de Administração por [Porter, 1986]. Apesar de se referir a concorrência entre empresas, os princípios propostos podem ser aplicados a outros campos em que seja importante considerar a influência e impacto de um elemento em outro.

Ao se planejar a inserção de um novo produto no mercado, por exemplo, é fundamental destacar e valorizar as características que o diferenciam dos demais concorrentes [Porter, 1986] *apud* [Gomes, 2004]. Para isso, faz-se necessário um estudo que permita conhecer em detalhes as soluções já existentes e suas capacidades.

Na área de desenvolvimento de soluções tecnológicas, a análise de competidores objetiva estudar produtos concorrentes buscando capturar seus pontos fortes e fracos. A técnica sugere que se faça uma exploração de produtos que tenham objetivos e/ou funcionamento semelhantes ao sistema que se quer desenvolver [Nielsen, 1993].

Analisar a concorrência permite conhecer aquilo que os competidores já oferecem e desco-

brir funcionalidades que ainda não são contempladas. Aspectos positivos que são comumente encontrados e com os quais os usuários já estão habituados devem ser mantidos, enquanto as deficiências identificadas devem ser corrigidas [Withrow, 2006].

Através da identificação de problemas e funcionalidades disponíveis, a análise de competidores pode levar à geração de diretrizes e requisitos valiosos para guiar desenvolvimento de um novo produto, além de evitar a implementação de sistemas idênticos aos que já existem [Nielsen, 1993].

Na nossa pesquisa, utilizamos a análise de competidores para conhecer produtos já existentes no mercado e na academia, e assim apresentar uma proposta inovadora e justificável sem repetir possíveis deficiências.

Fizemos nossa análise com dois grupos de artefatos criados para servir de apoio à aprendizagem de conceitos matemáticos: os manipulativos tradicionais e as interfaces tangíveis. Analisamos cada um dos grupos de acordo com critérios que consideramos fundamentais para o desenvolvimento de produtos úteis, viáveis no contexto de uso e efetivos para a aprendizagem (ver Capítulo 2 e Capítulo 3).

Esta análise nos permitiu identificar deficiências nos artefatos existentes e oportunidades para inovações, além de coletar diretrizes de *design* que serviram como um referencial no desenvolvimento de nossa solução (ver Capítulo 7).

### 6.3 Observações em sala de aula

Uma das maiores dificuldades dos projetistas de ferramentas interativas atualmente é que eles não costumam estar engajados nas atividades para as quais estão desenvolvendo artefatos, ao contrário de projetistas de carros, por exemplo, que muito provavelmente também são motoristas, ou de arquitetos, que são “usuários” de suas próprias construções. Como os projetistas estão longe do contexto de utilização e funcionamento do seu produto, precisam recorrer aos futuros usuários para obter ajuda no processo de desenvolvimento [Macaulay et al., 2000] e conseguir perceber o mundo sob a óptica dos usuários.

Muitas vezes, o usuário é incapaz de verbalizar suas dificuldades, necessidades e desejos, ou mesmo de descrever fielmente suas atividades. Entrando no mundo do usuário, observando seus atos, ouvindo seus comentários e queixas diárias em seu ambiente natural, o projetista pode ser capaz de ter idéias e gerar produtos que o usuário por si só jamais seria capaz de sugerir [Arnal, 2003].

Segundo o filósofo Popper, a observação é uma percepção planejada e preparada. Em observações diretas naturais, o investigador observa os usuários no ambiente deles e toma notas das atividades e aspectos ligados a elas, de acordo com seu foco. Em observações não-participantes [Flick, 2004], o observador tenta não interferir durante a sessão e só faz perguntas se necessário [Maguire, 2001b].

Na nossa pesquisa, fizemos observações não-participantes, públicas (ou seja, os participantes sabiam que estavam sendo observados) e não-sistemáticas (ou seja, não seguimos um esquema padronizado de observação) [Flick, 2004].

Realizamos as observações em salas de aula de Ensino Fundamental de uma escola pública e duas escolas particulares do Recife. Ao total, realizamos dezesseis horas de observações.

Nós observamos as aulas, tomando notas das atividades e dos elementos de contexto, procurando não interferir. No início das aulas, a professora nos apresentava aos alunos, explicando o motivo de nossa presença. Demais interferências só ocorriam quando os alunos ou a professora dirigiam-se a nós. Na maior parte do tempo, entretanto, a nossa presença não alterava o curso habitual das atividades.

A inserção no ambiente escolar também nos permitiu ter conversas informais com professoras e coordenadoras, que se mostraram interessadas em contribuir com a pesquisa.

Os dados coletados nas escolas nos permitiram compreender e descrever o contexto das salas de aula brasileiras e derivar requisitos a partir dos elementos de contexto descobertos.

## 6.4 Entrevistas com professoras

A realização de entrevistas é uma técnica muito usada em pesquisas qualitativas. Quando esta técnica é empregada, os usuários respondem a perguntas feitas por um entrevistador que busca descobrir informações sobre necessidades e/ou requisitos em relação a um futuro sistema [Maguire, 2001b].

Entrevistas são, geralmente, semi-estruturadas, baseadas em uma série de perguntas fixas, porém abertas a expansões de acordo com as respostas dos usuários [Maguire, 2001b]. Este planejamento flexível faz com que os entrevistados expressem suas opiniões e pontos-de-vistas com maior liberdade do que em uma entrevista padronizada ou em um questionário [Flick, 2004]. Entrevistas semi-estruturadas são úteis em situações em que questões amplas precisam ser compreendidas [Maguire, 2001b].

Em entrevistas centralizadas em um problema, o pesquisador segue um guia para auxiliar a narrativa do entrevistado, mantendo o foco no objeto de interesse da pesquisa [Flick, 2004].

O guia da entrevista encontra-se no Apêndice A. Na Tabela 6.1, listamos os perfis das professoras entrevistadas.

Conhecer a opinião das professoras sobre o uso de materiais concretos foi uma etapa fundamental desta pesquisa. Apesar de serem os alunos os principais usuários do futuro produto, é das professoras que parte a decisão de empregar ou não um determinado material. Os professores são os agentes primários da mudança - eles serão responsáveis por iniciar novas práticas e vão influenciar a forma como as tecnologias são usadas na sala de aula [Hill et al., 2000], enfrentando grandes desafios.

As entrevistas ajudaram-nos a compreender e descrever o uso de materiais concretos nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental, identificando requisitos dos usuários e do futuro produto. Elas foram gravadas e posteriormente transcritas para análise.

**Tabela 6.1** Perfis das professoras entrevistadas

	Idade	Formação mais alta	Tempo de experiência	
			Rede pública	Rede particular
Professora 1	35	Graduação em Pedagogia	2 anos	13 anos
Professora 2	25	Graduação em Letras	8 anos	-
Professora 3	39	Espec. em Educ. Infantil	13 anos	-
Professora 4	24	Graduação em Pedagogia	3 anos	3 anos
Professora 5	24	Licenc. em Cienc. Biológicas	-	3 anos
Professora 6	21	Graduação em Pedagogia	3 anos	3 anos
Professora 7	31	Espec. em Psicopedagogia	-	9 anos
Professora 8	32	Espec. em Recursos Humanos	13 anos	-
Professora 9	36	Espec. em Psicopedagogia	-	18 anos
Professora 10	29	Graduação em Pedagogia	7 anos	7 anos
Professora 11	36	Mestrado em Educação	15 anos	15 anos
Professora 12	41	Graduação em Pedagogia	-	25 anos

## 6.5 Estudo do domínio

Para compreender o conceito matemático escolhido (frações) realizamos um estudo teórico sobre o tema. Pesquisamos a origem das frações, as suas várias concepções e as dificuldades comuns relacionadas à aprendizagem destas concepções. Fizemos este estudo por meio de artigos científicos e conversas informais com pesquisadores com experiência na área.

Por intermédio deste estudo, construímos uma base de conhecimento que nos permitiu:

- elaborar uma ficha de atividades (Apêndice C) a ser aplicada com os alunos;
- identificar e analisar as dificuldades dos alunos com o conceito de frações, durante as sessões de atividades.

## 6.6 Observações de sessões de tarefas com os alunos

Realizamos dois experimentos, cada um com um grupo de três (3) alunos. Escolhemos este formato para estimular e observar o trabalho colaborativo em pequenos grupos, que deverá ser o modo de trabalho aconselhado e mais viável para o uso do tipo de produto a ser proposto nesta pesquisa. Os alunos foram retirados do contexto de sala de aula por questões práticas relacionadas à coleta e análise dos dados.

O principal objetivo dos experimentos foi identificar e compreender dificuldades dos alunos em relação aos diversos conceitos de frações.

Fizemos os experimentos com a autorização do Comitê de Ética da Universidade Federal de Pernambuco (autorização no Apêndice B). Os experimentos consistiram de sessões de resolução de questões sobre frações. As fichas de atividades usadas nos experimentos I e II encontram-se, respectivamente, no Apêndice C e Apêndice D.

Realizamos cada experimento em uma manhã, na escola em que estudam as crianças. A escola e os nomes dos alunos serão mantidos em sigilo. As sessões foram videografadas e posteriormente transcritas para análise.

### Sujeitos

Escolhemos seis (6) alunos da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola filantrópica da região metropolitana do Recife, inserida em um contexto semelhante ao das escolas públicas. Os alunos foram escolhidos com a ajuda da professora da turma, de forma que cada grupo de três alunos fosse formado por: um aluno com dificuldades de aprendizagem, um aluno regular e um aluno com bom ou ótimo desempenho. O objetivo desta escolha foi obter resultados que refletissem a diversidade de competências em uma mesma turma e nos permitisse identificar o maior número possível de dificuldades apresentadas pelos alunos. Optamos por alunos inseridos em um contexto de escola pública por eles apresentarem mais dificuldades do que aqueles de escolas particulares.

A participação dos alunos nos experimentos foi autorizada pelos respectivos responsáveis. O modelo da ficha de autorização encontra-se no Apêndice E.

O perfil dos alunos está descrito na Tabela 6.2, a seguir. Os nomes usados são fictícios. Os alunos *Lara*, *Jonas* e *Talita* participaram do Experimento I, enquanto os alunos *Robson*, *Suzana* e *Elisa* participaram do Experimento II.

**Tabela 6.2** Perfis dos sujeitos participantes dos experimentos

	Experimento I			Experimento II		
	<i>Lara</i>	<i>Jonas</i>	<i>Talita</i>	<i>Robson</i>	<i>Suzana</i>	<i>Elisa</i>
<b>Sexo</b>	Feminino	Masculino	Feminino	Masculino	Feminino	Feminino
<b>Idade</b>	11 anos	10 anos	11 anos	9 anos	10 anos	11 anos
<b>Desempenho</b>	Bom	Regular	Fraco	Bom	Regular	Fraco

### Tarefas

Os alunos deviam responder às questões da ficha de atividades (Apêndice C e Apêndice D). As tarefas foram divididas em quatro partes, cobrindo as seguintes concepções de fração: parte, número, operador e razão. Estas concepções estão entre as mais citadas na literatura (ver Capítulo 4) e são contempladas na classificação de [Meira, 2001], a qual usamos como principal referência para a escolha das questões.

No Experimento I, as questões foram distribuídas de seguinte forma:

- Fração como parte: seis (6) questões;
- Fração como número: duas (2) questões;
- Fração como operador: quatro (4) questões;
- Fração como razão: uma (1) questão.

As questões são apresentadas no Apêndice C. O Experimento I teve uma (1) hora e vinte (20) minutos de duração.

Para o Experimento II, fizemos algumas modificações na ficha, com o objetivo de deixar

a sessão mais sucinta e focada. Identificamos algumas questões que não traziam novas contribuições e que foram, portanto, eliminadas. Além disso, alteramos a organização de questões para facilitar o trabalho de certos conceitos com os alunos. A nova distribuição de questões ficou da seguinte forma:

- Fração como parte: sete (7) questões;
- Fração como número: uma (1) questão;
- Fração como operador: três (3) questões;
- Fração como razão: uma (1) questão.

As questões são apresentadas no Apêndice D. O Experimento II teve aproximadamente uma (1) hora de duração. No Capítulo 7, analisamos detalhadamente cada uma das questões da ficha de atividades.

### **Materiais**

As tarefas foram resolvidas usando-se, principalmente, lápis preto, borracha e papel (ficha de atividades - Apêndice C e Apêndice D). No entanto, vários materiais foram colocados à disposição dos alunos, para uso livre durante a resolução das tarefas ou uso particular em determinadas questões. Os materiais fornecidos (Figura 6.3) foram:

- réguas;
- lápis de cor;
- tesoura;
- folhas de papel em branco;
- barras Cuisineire;
- pedrinhas e sementes;
- formas geométricas recortadas em papel;
- copos de plástico;
- garrafa com areia;
- relógio analógico

No Experimento II, levamos além dos materiais citados, um protótipo em papel da primeira solução proposta (ver Seção 6.8).

### **Procedimentos**

Antes de iniciar a resolução das questões, nós nos apresentamos e explicamos aos alunos nossos objetivos. Os alunos eram informados de que o experimento não iria repercutir de nenhuma forma nas suas atividades escolares.

Distribuímos as fichas de atividades aos alunos e lhes apresentamos os materiais disponíveis, deixando-os à vontade para usá-los a qualquer momento.

Nós explicamos que as questões seriam abordadas uma por vez, pelo grupo todo, e que os alunos podiam debater livremente durante a resolução.

Cada questão era, então, lida em conjunto pelo grupo e os alunos eram estimulados a dar suas opiniões e raciocinar sobre a questão. As respostas eram anotadas nas fichas de atividades.

Ao final do experimento, nós agradecemos a participação dos alunos e recolhemos as fichas de atividades e demais folhas de papel usadas para desenhos auxiliares e explicações.



**Figura 6.3** Materiais usados nos experimentos

## 6.7 Análise qualitativa dos dados coletados

Analizamos os dados coletados ao longo da pesquisa qualitativamente, de formas distintas para cada etapa da metodologia.

### Dados das observações

Estruturamos e categorizamos os dados coletados através das observações nas escolas de acordo com elementos sócio-culturais da Teoria da Atividade (ver Capítulo 5). Esta análise forneceu uma visão geral sobre o ambiente de uso do futuro produto, as limitações do contexto, as características e necessidades dos usuários, as ferramentas comumente utilizadas nas atividades de sala de aula e o funcionamento da rotina escolar. Por meio desta estruturação dos dados, identificamos necessidades dos usuários e oportunidades para inserção de inovações tecnológicas, que foram traduzidas em justificativas para a realização do nosso trabalho. A análise dos dados também nos permitiu gerar requisitos de ambiente e dos usuários.

### Dados das entrevistas

Analizamos os dados coletados por meio das entrevistas com as professoras através do *software* de análise qualitativa QSR NVivo 2.0. Utilizamos um método composto de três tipos de codificação: aberta, axial e seletiva [Flick, 2004]. Segundo [Strauss & Corbin, 1990] *apud* [Flick, 2004], a codificação permite fragmentar, conceitualizar e reintegrar os dados de novas

maneiras. Os códigos têm inicialmente uma ligação muito próxima com o material empírico e aos poucos vão sendo refinados para conceitos mais abstratos e genéricos. Isto é feito por intermédio da criação de categorias superiores e de relacionamentos hierárquicos entre as categorias [Flick, 2004].

A interpretação inicia-se com a codificação aberta, mas ao longo da análise os três tipos (aberta, axial e seletiva) podem ser combinados [Flick, 2004]. Através da codificação aberta, criamos categorias livres, correspondentes a aspectos que consideramos significativos para a pesquisa, relacionados ao uso dos materiais concretos no contexto da sala de aula.

A codificação aberta pode gerar um número muito grande de categorias, às vezes redundantes. É preciso então agrupá-las de acordo com fenômenos ou padrões observados nos dados, que sejam relevantes para a pesquisa.

A codificação axial permite aprimorar e diferenciar as categorias criadas com a codificação aberta. As categorias mais relevantes, chamadas categorias axiais, são selecionadas, e relações entre as categorias e subcategorias são elaboradas [Flick, 2004]. A codificação seletiva aumenta a abstração das categorias, definindo categorias essenciais em torno das quais as demais se agrupam [Flick, 2004].

No Capítulo 7, apresentamos os resultados obtidos desta análise, agrupados nas categorias e subcategorias geradas.

Assim como no caso das observações, estes dados nos permitiram identificar oportunidades para inserção de um futuro artefato (justificativas), além de gerar requisitos de usuário e de ambiente mais detalhados.

### **Dados dos experimentos**

Para analisar os dados coletados através dos experimentos, assistimos às filmagens e estudamos as transcrições das falas dos participantes. Desta forma identificamos as principais dificuldades conceituais dos alunos em relação às diversas concepções de frações e as necessidades associadas a estas dificuldades. A análise dos experimentos nos permitiu ter idéias para a criação de possíveis produtos a serem introduzidos nas aulas para auxiliar na aprendizagem das frações. Os resultados da análise dos dados são apresentados em detalhes no Capítulo 7.

## **6.8 Prototipação rápida e teste com os usuários**

A partir da análise dos dados coletados no Experimento I, sugerimos uma interface tangível a ser utilizada em questões que lidam com frações de áreas de figuras. Para avaliar o impacto, a aceitação, a usabilidade e a efetividade da proposta, desenvolvemos um protótipo a ser testado no Experimento II.

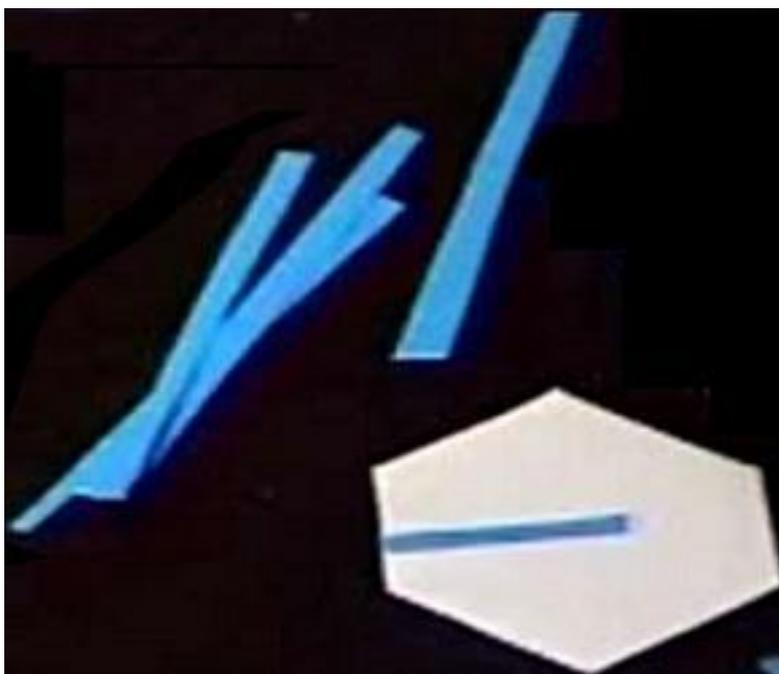
A principal idéia da prototipação é permitir que alguns aspectos do futuro sistema possam ser avaliados com os usuários reais de forma iterativa, rápida e barata, antes de o sistema ser de fato desenvolvido [Nielsen, 1993]. É comum que várias funcionalidades do sistema não estejam presentes em certos protótipos [Kotonya & Sommerville, 1998] *apud* [Braga, 2006].

A semelhança entre o protótipo e o sistema final projetado determina o nível de fidelidade do protótipo, que varia de baixa a alta. Protótipos de baixa fidelidade, apesar de terem pouca semelhança com o produto final, mantêm a essência da interação com o usuário. Assim, pro-

tótipos de baixa fidelidade são úteis para testes de usabilidade em que o objetivo é avaliar a interface do produto. Nesses casos, o sistema não precisa estar realmente funcionando - é necessário apenas simular a interação com a interface [Nielsen, 1993].

A tecnologia utilizada para desenvolver um protótipo não precisa ser a mesma da versão final [Kotonya & Sommerville, 1998] *apud* [Braga, 2006]. Protótipos de baixa fidelidade podem ser construídos até mesmo em papel.

Construímos um protótipo descartável de baixa fidelidade, extremamente simples, em papel. Recortamos formas geométricas em cartolina branca e barras finas em cartolina azul. O material é mostrado na Figura 6.4.



**Figura 6.4** Protótipo construído em papel: barrinhas para fazer as divisões e uma das figuras geométricas recortadas

Utilizamos o protótipo em testes preliminares com os alunos durante o Experimento II. Para resolver as questões da primeira parte da ficha de atividades, ilustramos o uso do material e estimulamos as crianças a utilizarem o mesmo como auxílio para raciocinar e chegar à resposta. Descrevemos a resolução das questões utilizando o material e os resultados obtidos a partir do teste no Capítulo 7.

## CAPÍTULO 7

# Resultados

*Com o conhecimento, nossas dúvidas aumentam.*

— JOHANN WOLFGANG VON GOETHE (alemão, escritor, filósofo e cientista)

Neste capítulo, apresentamos os resultados obtidos ao longo deste trabalho, organizados de acordo com a técnica de pesquisa por intermédio da qual foram gerados (Tabela 7.1): análise dos competidores, observações em sala de aula, entrevistas com professoras e experimentos com os alunos.

**Tabela 7.1** Resultados organizados de acordo com a fase da metodologia em que foram gerados

FASE	RESULTADOS
Análise de competidores (Seção 7.1)	Diretrizes de <i>design</i>
Observações em sala de aula (Seção 7.2)	Justificativas
Entrevistas com professoras (Seção 7.3)	e Requisitos
Experimentos com alunos (Seção 7.5)	Necessidades dos usuários

Nas seções seguintes, descrevemos estes resultados.

### 7.1 Resultados da análise dos competidores

No Capítulo 3, mostramos uma análise crítica detalhada de diversas interfaces tangíveis para Educação já desenvolvidas ou em fase de prototipação. Tal estudo permitiu-nos selecionar diretrizes de *design* que consideramos desejáveis para a solução a ser desenvolvida neste trabalho, as quais apresentamos a seguir, agrupadas em três conjuntos.

Primeiramente, apresentamos recomendações genéricas, para qualquer tipo de interface tangível para Educação. Há diretrizes técnicas, que dizem respeito às escolhas a serem feitas na implementação da interface, e diretrizes didáticas, que estão relacionadas a aspectos de aprendizagem no uso futuro da ferramenta. Em seguida, apresentamos diretrizes específicas para manipulativos digitais.

### Diretrizes técnicas (genéricas)

1. **usar mídias inovadoras:** a forma como interpretamos o mundo é profundamente influenciada pelas ferramentas e mídia que temos à disposição [Resnick, 1998]. Com novas ferramentas, podemos realizar novas tarefas e ver o mundo diferentemente;
2. **ser robusto:** o produto deve ser resistente (não quebrar facilmente ou funcionar indevidamente), de forma que as crianças não tenham receio de fazer “coisas erradas” [Raffle et al., 2004];
3. **ser significativo mesmo se energia não estiver sendo fornecida:** a tecnologia deve acrescentar funcionalidades ao objeto, sem sacrificar as boas qualidades que já lhe são inerentes [Raffle et al., 2004];

### Diretrizes didáticas (genéricas)

4. **prover representações multi-sensoriais** (luz, som, visualização numérica, gráficos) engajando múltiplos sentidos (visão, audição, toque) para contemplar diversos estilos de aprendizagem [Zuckerman et al., 2005] e diferentes necessidades, provendo assim interações ricas e memoráveis [Raffle et al., 2004];
5. **suportar *scaffolding* progressivo:** o produto deve ser ergonômico e intuitivo para crianças pequenas, mas suportar crescimento através de múltiplos níveis cognitivos [Raffle et al., 2004];
6. **prover um contexto para reflexão:** encorajar o pensamento pluralístico na exploração dos conteúdos, evitando a dicotomia certo/errado, sugerindo que estratégias e soluções múltiplas são possíveis [Raffle et al., 2004], [Resnick, 1998];
7. **facilitar conexões pessoais** [Resnick, 1998]: é importante conectar novas ferramentas, atividades e representações aos interesses, paixões e experiências prévias dos alunos;
8. **permitir uso colaborativo:** a comunicação e interação entre os alunos enriquecem a experiência de aprendizagem [Wood & O'Malley, 1996] *apud* [Price et al., 2003], [Rogoff, 1990], [Stanton et al., 2002].

### Diretrizes específicas para manipulativos digitais

9. **entrada e saída síncronas e coincidentes:** a manipulação e o retorno ao usuário devem ocorrer no mesmo espaço e ao mesmo tempo [Zuckerman et al., 2005] e ocorrerem no manipulativo, independentemente de computadores pessoais;
10. **modelagem abstrata:** as peças que compõem o sistema devem permitir a modelagem de estruturas abstratas [Zuckerman et al., 2005], fazendo com que a dimensão concreta seja derivada das analogias feitas pela criança, e não da forma visual do objeto;
11. **modularização:** o conjunto de peças deve ser modularizado, de forma que eles possam ser conectados e usados de diversas maneiras [Zuckerman et al., 2005].

## 7.2 Resultados das observações em sala de aula

Apresentamos nesta seção os resultados obtidos através das observações em sala de aula do Ensino Fundamental I e conversas informais nos corredores das escolas em dois contextos: o de escolas particulares do Recife e o de escolas públicas da mesma cidade. Esta escolha deve-se às diferenças que foram percebidas entre esses dois contextos, inviabilizando uma descrição única que contemplasse as características de ambos.

Descrevemos os dois contextos de acordo com categorias oriundas da Teoria da Atividade [Nardi, 1996] (ver Capítulo 5): a comunidade, seus sujeitos, suas regras e as ferramentas mediadoras nas atividades realizadas.

Ao longo do texto, indicamos os requisitos (rotulados [REQ]) extraídos dos dados para o desenvolvimento de uma interface tangível para Educação, além das passagens que justificam e embasam a nossa proposta (rotuladas [JUST]). Os requisitos e justificativas são brevemente descritos em notas de rodapé ao ocorrerem pela primeira vez no texto e são detalhados na Seção 7.4.

### 7.2.1 Contexto de escolas particulares

#### Comunidade e sujeitos

A comunidade que estamos estudando é formada por funcionários (nas áreas de coordenação, ensino, assistência psicopedagógica e serviços gerais) e alunos de escolas particulares recifenses.

Nossos sujeitos são os alunos e professoras de Ensino Fundamental I. Os alunos são crianças de, em geral, 7 a 12 anos de idade, de ambos os sexos, pertencentes a famílias de classes média e alta do Recife. As crianças são muito ativas, participativas, curiosas, exigentes, atualizadas, bem-informadas e com alto poder de observação, crítica e retenção de conhecimento [REQ SCAFFOLDING]<sup>1</sup>, [REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO]<sup>2</sup>, [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]<sup>3</sup>.

Várias escolas aceitam alunos com deficiência física e/ou mental em suas turmas comuns. Em alguns casos, há um acompanhante exclusivo para auxiliar a criança com necessidades diversas, para que ela se integre melhor ao andamento da turma e possa acompanhar as atividades [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]. Para algumas crianças também faz-se necessário adaptar os artefatos utilizados nas aulas [REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]<sup>4</sup>. Exceto em casos de distúrbios sérios de comportamento, os alunos costumam aceitar e ajudar o aluno com deficiência.

As professoras são, em sua maioria, de classe média, com curso superior completo. Elas

---

<sup>1</sup>[REQ SCAFFOLDING]: o produto deve fornecer um *scaffolding* progressivo, ou seja, o nível de ajuda dada ao usuário deve variar de acordo com a necessidade dele.

<sup>2</sup>[REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO]: o produto deve estimular o raciocínio dos alunos, permitindo que eles tirem conclusões próprias, e não simplesmente fornecer respostas prontas.

<sup>3</sup>[REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]: o produto deve ser suficientemente flexível para permitir a criação de diversas atividades, com diferentes propósitos.

<sup>4</sup>[REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]: o produto deve possuir várias representações do mesmo conceito, utilizando várias mídias.

demonstram interesse, prazer, criatividade e organização em seu trabalho, oferecendo diversidade de materiais e atividades no decorrer das aulas. As professoras mostram-se interessadas por novos materiais e tecnologias que venham enriquecer sua prática [*JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS*]<sup>5</sup>, [*JUST ACEITAÇÃO*]<sup>6</sup>, [*REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*]<sup>7</sup>. A maior insatisfação das professoras decorre de sua baixa remuneração.

As turmas têm, em média, de 25 a 30 alunos. A ansiedade em compartilhar conhecimentos com os colegas e a professora torna as crianças barulhentas e propensas a quebrar as regras de comportamento em sala de aula [*REQ NÍVEL DE ÁUDIO*]<sup>8</sup>. A professora mantém uma postura amigável, porém suficientemente autoritária para controlar a turma. A quantidade de alunos impede que a professora dê lhes uma maior atenção individual [*REQ USO COLABORATIVO*]<sup>9</sup>, [*REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR*]<sup>10</sup>.

A comunidade desenvolve suas atividades em salas de aula refrescadas por aparelhos de ar condicionado ou ventiladores. Os alunos sentam-se em torno de mesas para quatro ou cinco crianças, em bancas individuais organizadas em fileiras ou ainda em semicírculo. A professora tem suas próprias mesa e cadeira.

Na sala de aula típica das escolas particulares, há um quadro branco em uma das paredes, e as demais paredes da sala são decoradas com murais e cartazes. Há prateleiras e armários com materiais de sala de aula.

A maioria das escolas particulares possui um laboratório de informática que é usado, geralmente, uma vez por semana por cada turma, em um horário pré-definido [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*]<sup>11</sup>. As crianças gostam muito de usar os computadores. Há um professor especialmente dedicado a acompanhar as atividades dos alunos no laboratório, o que não impede o professor de sala de aula de participar destas atividades. Em muitos casos, porém, o professor de sala de aula prefere usar este tempo para outras atividades como preparar suas próximas aulas. Assim, nem sempre o trabalho no laboratório está relacionado com o trabalho de sala [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*], [*REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*].

## Regras

As regras da sala de aula costumam ser estabelecidas entre professora e alunos por meio de

---

<sup>5</sup>[*JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS*]: indicação de que há espaço e interesse na criação de novos materiais concretos para a sala de aula.

<sup>6</sup>[*JUST ACEITAÇÃO*]: indicação de que professores e alunos estariam dispostos a utilizar inovações concretas em sala de aula.

<sup>7</sup>[*REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*]: o produto deve estar relacionado aos conteúdos a serem estudados, permitindo adaptação ao planejamento didático.

<sup>8</sup>[*REQ NÍVEL DE ÁUDIO*]: o produto deve ter um nível de som ajustável que possa ser compreendido mesmo em ambientes barulhentos.

<sup>9</sup>[*REQ USO COLABORATIVO*]: o produto deve permitir o trabalho em grupo, permitindo trocas de conhecimentos entre os alunos, e facilitando o trabalho das professoras com turmas numerosas.

<sup>10</sup>[*REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR*]: o produto deve permitir que os alunos tenham uma certa independência da professora, conseguindo realizar algumas atividades sem ajuda externa, nos períodos de ausência da mesma.

<sup>11</sup>[*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*]: indicação de que produtos disponíveis em sala poderiam ser usados no momento em que surgisse a necessidade.

um “contrato didático”, no início do ano letivo. As regras incluem, por exemplo: fazer silêncio na hora das explicações, sentar-se corretamente, ouvir e respeitar a professora e os colegas, prestar atenção às atividades, esperar sua vez para falar respeitando a vez do colega, não falar palavrões, voltar do recreio ao toque do sinal.

As crianças sabem que têm a obrigação de respeitar as regras. No entanto, isso não impede que a professora seja constantemente forçada a lembrar os alunos desta obrigação.

### Ferramentas mediadoras

Algumas ferramentas comuns em salas de aula de escolas [JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA] particulares de Recife são:

- **ferramentas de uso geral:** quadro branco, folhas de papel em branco, cadernos e livros didáticos, lápis e canetas, borrachas, lápis de cor, grampeador, lápis para quadro, cartolina, calendário, sucata, aparelho de som, dicionários, livros paradidáticos e revistas, entre outros;
- **ferramentas de uso específico:** mapas geográficos, alfabetos, globos terrestres, modelos de esqueleto humano e outros;
- **jogos educativos e de raciocínio:** xadrez, damas, jogo da memória, dominós matemáticos, quebra-cabeças, jogos de montagem, jogos de tabuleiro, e materiais educativos como Material Dourado e Escala Cuisinaire.

## 7.2.2 Contexto de escolas públicas

### Comunidade e sujeitos

Neste caso, a comunidade é formada por funcionários (nas áreas de coordenação, ensino, assistência psicopedagógica e serviços gerais) e alunos de escolas públicas recifenses.

Assim como no contexto anterior, nossos sujeitos são os alunos e professoras de Ensino Fundamental I. Os alunos são crianças de, em geral, 7 a 12 anos de idade, de ambos os sexos, pertencentes a famílias de classe baixa do Recife. Várias das crianças têm uma vida difícil, convivendo com violência, fome e falta de condições dignas de moradia, além de costumarem pedir esmolas nas ruas ou ajudar os pais em trabalhos informais. Estes problemas são refletidos em sala de aula, provocando fraco desempenho e mau comportamento das crianças. Elas são muito barulhentas [REQ NÍVEL DE ÁUDIO], inquietas e agressivas [REQ RESISTÊNCIA]<sup>12</sup>, tendo grande dificuldade de concentração e mantendo-se dispersas durante boa parte do tempo das aulas.

As escolas públicas brasileiras aceitam alunos com deficiência física e/ou mental em suas turmas comuns [REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]. Há professores itinerantes que visitam regularmente as escolas para acompanhar a criança com necessidades diversas e auxiliar seu desenvolvimento [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]. No entanto, a adaptação dos materiais didáticos às necessidades dos alunos com deficiência encontra muitas barreiras na escassez de recursos públicos [REQ BAIXO CUSTO]<sup>13</sup> e

<sup>12</sup>[REQ RESISTÊNCIA]: o produto deve ser feito de material resistente, que permita um longo período de bom funcionamento.

<sup>13</sup>[REQ BAIXO CUSTO]: o produto deve ter baixo custo para ser adquirido tanto por escolas particulares

na burocracia do sistema.

As professoras pertencem às classes média e média-baixa, com curso superior completo, incompleto ou magistério. Elas costumam demonstrar interesse e organização em seu trabalho, oferecendo a maior diversidade de materiais e atividades possível no decorrer da aula [*JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS*], [*JUST ACEITAÇÃO*], [*REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*]. Porém, as professoras têm muita dificuldade em manter os alunos sob controle, o que provoca cansaço, desânimo e irritação [*REQ INTERFACE SIMPLES*]<sup>14</sup>. Além disso, os recursos são escassos, o que exige muita criatividade.

As turmas têm, em média, de 25 a 30 alunos. As regras de comportamento são conhecidas por todos, mas seguidas apenas por poucos.

Como consequência do programa de progressão continuada estabelecido em 1996 pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional<sup>15</sup>, segundo o qual os alunos não repetem o ano, mas têm um acompanhamento para seguir com a turma condizente à sua faixa etária, as turmas são extremamente desniveladas. Em uma mesma classe, pode haver, por exemplo, alunos ainda não alfabetizados e alunos que já lêem com desenvoltura. Isso gera um grande desafio para a professora, que precisa conciliar as dificuldades de cada um dentro de cada atividade [*REQ SCAFFOLDING*].

A comunidade desenvolve suas atividades em salas de aula que possuem ventiladores ou não são refrescadas. Na sala de aula típica das escolas públicas do Recife, há um quadro branco em uma das paredes, e as demais paredes da sala são decoradas com murais e cartazes. Em algumas escolas há armários com materiais de sala de aula.

Os alunos sentam-se em bancas individuais, todos voltados para o quadro branco, em fileiras muitas vezes mal organizadas. A professora tem suas próprias mesa e cadeira.

Algumas escolas públicas possuem laboratório de informática. Em alguns casos o laboratório é usado em um horário pré-definido [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*]. As crianças gostam muito de usar os computadores. Há um professor especialmente dedicado a acompanhar as atividades dos alunos no laboratório, o que não impede o professor de sala de aula de participar destas atividades. Em muitos casos, porém, o professor de sala de aula prefere usar este tempo para outras atividades particulares. Assim, nem sempre o trabalho no laboratório está relacionado com o trabalho de sala [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*], [*REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*].

Há escolas em que o laboratório existe mas não é utilizado - por falta de organização, por burocracias diversas ou por medo, resistência, dificuldades técnicas ou falta de interesse dos professores [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*].

### **Regras**

As regras de sala de aula são as mesmas das escolas particulares, mas são menos respeitadas pelos alunos. Os alunos desrespeitam os colegas e a professora e em diversos momentos

---

pequenas quanto pelo governo, para a rede pública.

<sup>14</sup>[*REQ INTERFACE SIMPLES*]: o produto deve ser fácil de manusear e interagir, evitando frustração e rejeição de alunos e professoras.

<sup>15</sup>Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 25 jan. 2007.

não seguem as atividades propostas. Atitudes como brigas corporais, insultos, gritos e brincadeiras indevidas repetem-se com frequência. A professora esforça-se para manter uma postura amigável na tentativa de envolver os alunos nas atividades, porém em muitos momentos ela se vê obrigada a usar a autoridade e entra em confronto com os alunos. A quantidade de alunos impede que a professora lhes dê atenção individual [REQ USO COLABORATIVO], [REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR] e os alunos mais inquietos acabam monopolizando a atenção da professora.

### Ferramentas mediadoras

Algumas ferramentas comuns em salas de aula [JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA] de escolas públicas de Recife são:

- **ferramentas de uso geral:** quadro branco, folhas de papel em branco, cadernos e livros didáticos, lápis e canetas, borrachas, lápis de cor, lápis para quadro, sucata, revistas, entre outros;
- **ferramentas de uso específico:** mapas geográficos, alfabetos em papel construídos pelos próprios sujeitos;
- **materiais educativos:** em algumas escolas é possível encontrar alguns materiais educativos como o Conjunto Dourado.

### 7.2.3 Discussão

A inserção nas escolas nos permitiu compreender e distinguir os contextos das redes pública e particular de Ensino Fundamental no Recife.

Pudemos identificar várias semelhanças entre os dois contextos, as quais levaram à derivação de requisitos coincidentes. Por exemplo, a presença de alunos com deficiências e o interesse das professoras em inovações e em materiais concretos são aspectos que aparecem em ambos os contextos. A grande quantidade de alunos por turma também pode aparecer nos dois tipos de escola, exigindo um produto que possibilite o uso colaborativo. Além disso, a exigência da adequação do material aos conteúdos escolares independe do tipo da escola.

O contexto público apresenta maiores exigências em relação à introdução de um novo recurso de auxílio à aprendizagem, contudo os requisitos gerados não são conflitantes com o contexto particular. Em outras palavras, as especificidades da rede pública podem ser contempladas sem prejudicar a inserção do produto na rede particular. Por exemplo, a resistência que o produto deve apresentar devido ao comportamento agressivo dos alunos das escolas públicas é benéfica também aos alunos das escolas particulares. Da mesma forma, o desnivelamento acentuado das turmas da rede pública exige que o produto possua vários níveis de dificuldade, o que favorece também crianças da rede particular que estejam com deficiências de aprendizagem ou se encontrem adiantadas em relação aos colegas. Por fim, a escassez de recursos para a rede pública de ensino exige um produto de baixo custo, o que beneficia muitas escolas particulares que também não possuem boas condições financeiras.

Em ambos os contextos, foram identificados aspectos que justificam a nossa proposta e apontam para a utilidade e aceitação de um futuro produto tecnológico tangível. Na Tabela 7.2, apresentamos as justificativas e os requisitos resultantes da análise dos dados coletados no trabalho de campo. Estes resultados são detalhados na Seção 7.4.

**Tabela 7.2** Justificativas e Requisitos derivados das observações nas escolas

<b>RESULTADOS DAS OBSERVAÇÕES NAS ESCOLAS</b>	
<b>Justificativas</b>	<b>Requisitos</b>
[ <i>JUST</i> CRIAÇÃO DE MATERIAIS] [ <i>JUST</i> ACEITAÇÃO] [ <i>JUST</i> INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA]	[ <i>REQ SCAFFOLDING</i> ] [ <i>REQ</i> ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO] [ <i>REQ</i> FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES] [ <i>REQ</i> DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS] [ <i>REQ</i> ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS] [ <i>REQ</i> NÍVEL DE ÁUDIO] [ <i>REQ</i> USO COLABORATIVO] [ <i>REQ</i> CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR] [ <i>REQ</i> RESISTÊNCIA] [ <i>REQ</i> BAIXO CUSTO] [ <i>REQ</i> INTERFACE SIMPLES]

### 7.3 Resultados das entrevistas com professoras

Apresentamos nesta seção os resultados obtidos a partir da análise dos dados coletados nas entrevistas realizadas com professoras de Ensino Fundamental, de escolas públicas e particulares do Recife. O roteiro da entrevista é apresentado no Apêndice A.

As entrevistas tiveram um foco especial no uso de materiais concretos nas aulas, além de algumas questões específicas sobre frações, devido ao objetivo deste trabalho, mas também forneceram dados gerais sobre o contexto em que se dá o processo de ensino-aprendizagem nas primeiras séries fundamentais no Brasil. Os resultados, que apresentamos nas seções seguintes, estão organizados em categorias e subcategorias criadas a partir da análise qualitativa dos dados. Estas categorias estão divididas em dois grandes grupos: **Dificuldades no processo ensino-aprendizagem** (Seção 7.3.1) e **Aspectos favoráveis à introdução de interfaces tangíveis** (Seção 7.3.2).

Assim como na Seção 7.2, indicamos ao longo do texto os requisitos extraídos dos dados (rotulados [*REQ*]) para o desenvolvimento de uma interface tangível, além das passagens que justificam e embasam a nossa proposta (rotuladas [*JUST*]). Os requisitos e justificativas que não surgiram na Seção 7.2 são brevemente descritos em notas de rodapé ao ocorrerem pela primeira vez no texto e são detalhados na Seção 7.4.

### 7.3.1 Dificuldades no processo ensino-aprendizagem

As professoras citaram várias dificuldades relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem, as quais precisam ser consideradas ao se projetar um produto a ser introduzido em sala de aula.

Nesta seção, apresentamos estas dificuldades, que levam à geração de requisitos para o produto e mostram oportunidades para inserção de materiais como o que queremos propor. As dificuldades identificadas estão divididas nas categorias e subcategorias apresentadas na Tabela 7.3.

**Tabela 7.3** Categorização dos resultados das entrevistas com professoras, relacionados a dificuldades em sala de aula

<b>DIFICULDADES NO ENSINO -APRENDIZAGEM</b>			
<b>I. Professoras</b>	<b>II. Alunos</b>	<b>III. Materiais concretos</b>	<b>IV. Condições de trabalho</b>
a) Deficiências na formação e prática b) Despreparo emocional	a) Deficiências de aprendizagem b) Diversidade de habilidades	a) Qualidade dos materiais b) Mau comportamento dos alunos c) Carga de trabalho das professoras d) Desconhecimento dos materiais	a) Quantidade de alunos b) Falta de recursos c) Ambiente físico de trabalho

As categorias **Professoras**, **Alunos**, **Materiais concretos** e **Condições de trabalho** são interligadas: algumas subcategorias podem se encaixar em mais de uma categoria. Por exemplo, o desconhecimento de materiais é uma subcategoria ligada ao uso dos materiais, mas também às professoras. No entanto, optamos por concentrar as subcategorias que se referem a dificuldades relacionadas aos materiais concretos em uma categoria à parte (**Materiais concretos**), devido ao foco do nosso trabalho. A seguir, detalhamos cada uma destas categorias.

#### I. Dificuldades relacionadas às professoras

Nesta categoria, detalhamos alguns relatos das professoras quanto a dificuldades pessoais envolvidas na sua prática de sala de aula. As professoras fazem uma auto-avaliação quanto às suas próprias competências e seu preparo emocional para lidar com os alunos.

Apresentamos, portanto, os resultados divididos nas seguintes subcategorias:

- a) deficiências na formação e prática;
- b) despreparo emocional.

##### a) *Deficiências na formação e prática*

Esta categoria refere-se a dificuldades pessoais que as professoras identificam como

deficiências na sua formação e prática pedagógica.

De acordo com os depoimentos colhidos, a disciplina que mais traz dificuldades às professoras é a Matemática [JUST PRODUTO PARA ENSINO DA MATEMÁTICA]<sup>16</sup>. Há professoras de Ensino Fundamental que, por não gostarem da matéria, desenvolvem uma certa rejeição à Matemática. Em muitos casos, esta rejeição vem do ensino que as próprias professoras receberam quando alunas - um ensino baseado em algoritmos e fórmulas que não relacionava os conceitos matemáticos ao cotidiano [REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]<sup>17</sup>. Podemos perceber estas dificuldades nos trechos abaixo:

**Professora 1:** “Por eu ter aversão a Matemática eu nunca me envolvia lá, nem chegava pra olhar.”

**Professora 2:** “Eu até hoje me pergunto se eu sei dar aula de Matemática. . . ”

**Professora 10:** “Porque eu mesma, eu aprendi a gostar de Matemática depois que eu fiz Pedagogia. Porque eu não suportava - fração? Eu odiava! Porque era uma coisa muito distante da realidade e eu dizia: ‘por que eu tenho que aprender isso?’, questionava muito, ‘não tem nada a ver, eu não uso isso no dia-a-dia!’.”

Percebemos que as dificuldades relacionadas à Matemática nas escolas podem ser causadas também pela relação que as professoras têm com a matéria, além das dificuldades de compreensão dos alunos. Um produto simples e efetivo para auxiliar as professoras no ensino da Matemática seria, portanto, útil em sala de aula.

b) *Despreparo emocional*

Esta categoria refere-se a dificuldades emocionais enfrentadas pelas professoras ao lidar com os alunos no dia-a-dia da sala de aula.

O surgimento de situações inesperadas pode assustar as professoras, que às vezes não sabem como reagir a elas. Tais situações decorrem tanto do comportamento dos alunos quanto da operacionalização de atividades e uso de materiais. Por exemplo, alguns materiais podem ter pouca flexibilidade para se adaptar a situações diversas [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES], ou o planejamento didático pode não condizer com o material escolhido [REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS]. Os trechos a seguir ilustram algumas dessas dificuldades:

<sup>16</sup>[JUST PRODUTO PARA ENSINO DA MATEMÁTICA]: indicação de que há dificuldades para ensinar Matemática e que recursos auxiliares para esta área seriam úteis.

<sup>17</sup>[REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]: o produto deve ajudar a fazer conexões entre a Matemática de sala de aula e o cotidiano dos alunos.

**Professora 1:** “O ponto negativo foi o meu despreparo, de não estar pronta pra encarar aquela situação ali, das discussões entre eles ali, e a briga mesmo entre eles, a divergência (...) Muitas vezes a gente vem toda programada, chega aqui o aluno manifesta uma reação totalmente inesperada da gente.”

**Professora 8:** “Então assim, acontecem surpresas boas e às vezes acontecem surpresas não tão agradáveis. Às vezes a gente pensa, poxa, vou explicar tudo tão direitinho que eles vão conseguir aprender tudo, ‘aaahh, tia, não consegui!’. Então a gente vai retornar, esse mecanismo não deu então a gente vai procurar outro.”

**Professora 11:** “Às vezes sai totalmente diferente do que se planejava e ocorre algum problema.”

Para amenizar o impacto das situações imprevistas enfrentadas pelas professoras, é interessante que os materiais de auxílio à aprendizagem sejam flexíveis e adaptáveis a diversas atividades, permitindo mudanças no planejamento ao longo das atividades.

## II. Dificuldades relacionadas aos alunos

Esta categoria engloba algumas dificuldades relacionadas especificamente aos alunos, como deficiências em relação aos conteúdos didáticos e diferentes habilidades. Apresentamos, portanto, os resultados divididos nas seguintes subcategorias:

- a) deficiências de aprendizagem;
- b) diversidade de habilidades.

### a) Deficiências de aprendizagem

Esta categoria refere-se a dificuldades dos alunos na aquisição de conteúdos escolares. A Matemática foi a área de conhecimento mais citada como fonte de dificuldades dos alunos [JUST PRODUTO PARA ENSINO DA MATEMÁTICA]. Os problemas relacionam-se principalmente à passagem do prático para o teórico (algoritmos). Esta dificuldade é comum entre alunos de escola pública [Carraher et al., 1991]. De acordo com as professoras, as crianças desenvolvem um raciocínio ágil para cálculos mentais devido à sua preocupação em conseguir dinheiro e à necessidade de fazer cálculos rapidamente em situações de negociação no dia-a-dia (vendendo produtos ou até pedindo esmolas e precisando dividir a quantia obtida, por exemplo). No entanto, na escola, as crianças não conseguem associar os cálculos que fazem mentalmente aos algoritmos e às situações-problema [REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA], [REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS]. Podemos detectar estas dificuldades nas seguintes passagens das entrevistas:

**Professora 3:** “Muitos já estão trabalhando, já estão no dia-a-dia lidando com números... agora fica difícil eles passarem pra o papel. É isso que a gente vai tentar organizar, não que esteja errada a situação que eles vivenciam, mas tentar fazer com que eles façam a ligação entre o que eles aprendem na escola e a realidade deles.”

**Professora 8:** “Se a gente puxar pelo cálculo mental, resolve rápido. Mas quando vai pro papel, não sai (...). Então a gente via essa questão como eles têm agilidade com dinheiro, com troco. Mas na hora de colocar isso no papel é um entrave muito grande.”

Os depoimentos mostram que é preciso encontrar um modo de ligar o conhecimento informal dos alunos em Matemática aos conceitos de sala de aula, aproveitando assim as habilidades que os alunos já possuem para fazê-los compreender o conhecimento formal. Um material que auxiliasse esta ligação do teórico com o prático seria, portanto, útil ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Ainda em relação a dificuldades com a Matemática, segundo as professoras, dentre as quatro operações a divisão é aquela em que os alunos apresentam mais dificuldades. Conseqüentemente, as frações são um assunto que traz muitos problemas [JUST PRODUTO PARA ENSINO DE FRAÇÕES]<sup>18</sup>. Podemos detectar estas dificuldades nas seguintes passagens das entrevistas:

**Professora 2:** “Divisão, todo ano eu entro numa polêmica, porque tem turma que entende, tem turma que não entende. Normalmente chega menino aqui e a caderneta do ano passado diz assim: o menino resolve problemas com as quatro operações, tem noção tal tal tal geométrica... daqui a pouco o menino só precisa aprender fração, porque ele já tá... excelente. Mas não é.”

**Professora 12:** “Fração pros meninos nessa faixa etária ainda é um pouco difícil.”

Como indicado nos depoimentos, frações são consideradas pelas professoras um dos assuntos de Matemática mais difíceis, sendo portanto um campo aberto a materiais inovadores que auxiliem a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Uma outra deficiência de aprendizagem mencionada pelas professoras, no contexto de escolas públicas, foi em relação à alfabetização dos alunos. Como já citado, com o sistema de progressão continuada, muitos alunos chegam ao final do primeiro ciclo sem saber ler. Isto cria dificuldades não somente na área específica de linguagem, mas em qualquer atividade que vá utilizar textos. Em Matemática, por exemplo, os alunos não conseguem ler os problemas [REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]. Podemos detectar estas dificuldades no depoimento a seguir:

<sup>18</sup>[JUST PRODUTO PARA ENSINO DE FRAÇÕES]: para muitas pessoas frações são consideradas um conteúdo difícil de se explicar e se compreender.

**Professora 1:** “O ruim é que a maioria não sabe ler. Aí dificulta muito. Não adianta ter o produto e eles não saberem utilizar (...) existe essa barreira da maioria não saber ler. Aí quando passa pra problemas, ter que ler problemas, trabalhar com problemas com as quatro operações, tem essa barreira aí (...) Mas aí foi um processo lento, pela maioria não saber ler, dificultava muito, porque eu trazia os problemas do livro pra prática, pra eles somarem, pra eles dividirem, pedia aos que sabiam ler pra ler, e eles paravam pra escutar, pra ir trabalhando ali, mas era muito lento, eu queria um negócio bem mais rápido.”

De acordo com tais dados, para não excluir nenhum aluno, os materiais devem prover diferentes representações dos conceitos que pretende trabalhar, permitindo que cada aluno utilize o produto de acordo com suas habilidades.

b) *Diversidade de habilidades*

Esta categoria refere-se à diversidade existente entre os alunos de uma mesma turma, em relação às suas habilidades cognitivas e ritmo de aprendizagem.

A desigualdade entre as habilidades dos alunos de uma turma é um fato verificado pelas professoras mesmo entre alunos comuns; porém nas escolas públicas, com o sistema de progressão continuada já citado na Seção 7.2, a diferença entre os alunos chega a níveis extremos. Este grande desnível é um dos maiores desafios enfrentados pelas professoras [REQ SCAFFOLDING], [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]. Além disso, a inclusão de alunos com deficiências introduz novos desafios a serem vencidos [REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]. As constatações das professoras acerca destas desigualdades e suas dificuldades podem ser verificadas nos trechos a seguir:

**Professora 1:** “E uma turma assim que a gente sonha, um professor sonha, é uma turma igual, por igual. É difícil da gente ter isso aí.”

**Professora 11:** “Você traz o recurso e ele não se presta a todos, se presta a alguns.”

**Professora 12:** “Eu não tenho uma turma homogênea, tenho uma turma heterogênea, muito difícil, acho que é impossível você ter uma turma homogênea... todo mundo não é igual... Os alunos, como eu disse, todos são diferentes.”

Mais uma vez, os dados ressaltam a importância da flexibilidade e da diversidade de representações que os materiais devem possuir, promovendo assim a inclusão de todos os alunos e facilitando o trabalho das professoras.

### III. Dificuldades relacionadas ao uso de materiais concretos

Esta categoria tem um foco nas dificuldades surgidas nas aulas quando as atividades envolvem materiais concretos. A introdução dos materiais impacta sobre a dinâmica da sala

de aula, influenciando o trabalho de alunos e professores de diversas maneiras. Apresentamos, portanto, os resultados divididos nas seguintes subcategorias:

- a) qualidade dos materiais;
- b) mau comportamento dos alunos;
- c) carga de trabalho das professoras;
- d) desconhecimento dos materiais.

a) *Qualidade dos materiais*

Esta categoria refere-se às dificuldades que surgem por conta de defeitos inerentes aos materiais empregados.

Uma deficiência que emerge tanto em escolas públicas quanto particulares refere-se às habilidades manuais das crianças, na manipulação de materiais didáticos. Alguns alunos, principalmente aqueles que apresentam algum tipo de deficiência física, enfrentam dificuldades para lidar com materiais que exigem uma coordenação motora bem desenvolvida [REQ INTERFACE SIMPLES]. Por vezes, as dificuldades decorrem da má qualidade do material. Isso pode gerar culpa e frustração nas crianças e rejeição a certos materiais [REQ RESISTÊNCIA]. O depoimento a seguir ilustra este tipo de dificuldade:

**Professora 12:** “Esses que vêm nos livros, às vezes os meninos vão destacar, o picote não vem bem, rasga. Aí fica, ‘ah, eu rasguei’, não é culpa nem da criança, de não ter cuidado... Às vezes vêm umas coisas muito miudinhas, então eles têm que estar recortando, então não tem muito... a questão do recorte ainda não tá muito definida, aí passa por cima e corta. Eu acho que se você tá pagando por aquele material o preço que eles tão cobrando, então eu acho que aquele material tem que ser de qualidade pra faixa etária. Qualidade deveria ser para todos, mas principalmente pra criança eu acho que tinha que ser uma coisa mais organizada.”

Percebemos, pelos dados mostrados, que o contexto de uso dos materiais didáticos exige que o produto seja simples de usar, tornando-se assim acessível a todos, e resistente à manipulação pelas crianças. Interface complexa e fragilidade são aspectos que podem gerar rejeição ao material.

Ao abordar a qualidade e bom funcionamento de recursos didáticos, também foram lembrados nas entrevistas os computadores, apesar de eles não estarem enquadrados no grupo dos materiais concretos. Na prática escolar, o uso de computadores é dificultado por freqüentes problemas técnicos [REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO]<sup>19</sup> que desestimulam os professores e frustram os alunos, como vemos no depoimento a seguir:

<sup>19</sup>[REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO]: o produto deve funcionar corretamente para auxiliar o trabalho da professora, e não prejudicá-lo, levando a mesma a perder o controle da aula.

**Professora 11:** “Agora, algumas vezes eu vou pra Informática usar os computadores que estão disponíveis, e aí tem os problemas todos da Informática. O computador quebrou, o computador deu pau no meio do texto do menino e apagou tudo e ele ficou com muita raiva.”

As queixas das professoras quanto aos problemas operacionais estendem-se, além dos computadores, aos materiais de forma geral [REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO], como vemos nos seguintes depoimentos:

**Professora 9:** “(dificuldades) com materiais? Não... só alguma surpresa que eu não tou preparada, eu acho péssimo. Alguma coisa que não dá certo e você fica sem saber o que responder, eu acho isso aí o pior de tudo, pra qualquer professor. Pra mim é péssimo.”

**Professora 11:** “Alguns (materiais) têm uma grande chance de dar certo e outros às vezes têm uma grande chance de empatar o trabalho da gente (...) Pode acontecer algum problema tanto de ordem de operacionalização mesmo...”

Um produto tecnológico tangível, portanto, deve ser testado exaustivamente de forma a apresentar um mínimo de falhas no seu funcionamento. Dessa forma, as professoras sentir-se-ão seguras para empregá-lo em sala e confiantes de que seu trabalho será efetivo.

b) *Mau comportamento dos alunos*

Esta categoria refere-se ao impacto do uso de materiais concretos no comportamento dos alunos.

Nas escolas públicas, as crianças podem chegar a ser muito agressivas. As professoras enfrentam muitos problemas em relação ao comportamento dos alunos em sala, tendo que refletir bastante sobre atividades e materiais que podem ou não ser usados neste contexto [REQ SEGURANÇA DO USUÁRIO]<sup>20</sup>. Podemos detectar estas dificuldades nas seguintes passagens das entrevistas:

---

<sup>20</sup>[REQ SEGURANÇA DO USUÁRIO]: um produto destinado a crianças (que podem ser agressivas) deve seguir normas de segurança que evitem danos físicos aos usuários.

**Professora 1:** “eles jogavam a pedrinha no outro... Quando eu vi que aquele material se tornava agressivo pra eles mesmos eu recolhi, e já teria que pensar em outro... aí, não trabalhei mais com pedrinha. Desisti. Aí passei pra o fósforo e tive a preocupação de ver se os fósforos realmente estavam todos usados. Senão ia sair um incêndio aqui. Eles ficavam furando os outros com o fósforo. Tive que passar para o menos agressivo, que foi o papel crepom. Eles faziam as bolinhas e iam trabalhar com elas.”

**Professora 2:** “aí a gente foi brincar com esse jogo, com tampinha de garrafa, pedrinha e tal. O menino ficou: ‘a pedra, a pedra, é 1 real...’ Eu pensei que fosse aquela pedra, nem levei em consideração. Depois de não sei quanto tempo é que eu vi que o menino tava com crack. Eu fiquei tão traumatizada que eu não trabalho com nada que possa...”

Os depoimentos mostram que o contexto público exige uma atenção redobrada aos aspectos físicos do material a ser usado, de forma que ele não ofereça nenhum risco aos alunos, mesmo em casos de agressividade dos mesmos.

Um outro problema, presente tanto no contexto público quanto no particular, é que a introdução de materiais concretos costuma trazer uma agitação maior à aula, aumentando a desordem e o barulho [REQ NÍVEL DE ÁUDIO] devido ao aspecto lúdico que desperta o interesse dos alunos. Às vezes o uso do material não é bem planejado e a professora acaba perdendo o controle da aula [REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS]. Podemos detectar estas dificuldades nas seguintes passagens das entrevistas:

**Professora 2:** “Se eles normalmente já fazem barulho, nesse tipo de atividade é muito pior.”

**Professora 4:** “Eles acham que o jogo, a brincadeira, o material, é sinônimo de bagunça, de farra.”

**Professora 8:** “A gente sabe que tem muito professor que faz assim: ‘ah, tem isso na escola, eu vou usar!’, aí leva pra sala de aula, às vezes não sabe nem como vai manusear, e isso às vezes acaba com certeza atrapalhando.”

**Professora 10:** “(com materiais concretos) fica vulnerável a uma agitação maior. Aí você tem que ter aquele controle, aquela atenção de conter a turma, porque realmente tem turmas que a gente vê que a professora traz jogos, mas aí entra uma ebulição muito grande.”

**Professora 12:** “É uma brincadeira, você trouxe o material pra ajudar, mas não é pra virar uma bagunça (...) Eu não sei o que tem, eu não sei se vai atingir o meu objetivo, então a gente tem que ter muito cuidado também com esse tipo de material.”

Os depoimentos mostram que é importante que o material usado em sala se preste a

atividades didáticas ligadas aos conteúdos e planejamento escolar, para que a professora consiga atingir seus objetivos apesar da agitação introduzida pelo caráter lúdico dos materiais. Além disso, o material deve ser adequado a ambientes com barulho e movimentação.

c) *Carga de trabalho das professoras*

Esta categoria refere-se ao impacto do uso de materiais concretos no trabalho das professoras.

A agitação introduzida pelos materiais acaba exigindo mais trabalho das professoras, que precisam se desdobrar para controlar e dar atenção a toda a turma durante a atividade [REQ INTERFACE SIMPLES], [REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR], [REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO]. Nas passagens transcritas a seguir, as professoras admitem que o trabalho delas aumenta neste tipo de aula:

**Professora 3:** “Dá mais trabalho. Não é uma coisa que você tá sentado, você vai pro quadro, o comodismo... dá mais trabalho, porque você tem que ir em cima, mas o resultado é melhor. É muito trabalhoso, mas você vê resultado. A movimentação na sala vai acontecer, porque vai exigir de você, você vai ter que dar uma assistência aqui, ali... aquele professor parado não... é mais trabalhosa a aula.”

**Professora 4:** “Então você sabe que ela vai ser mais cansativa pra você.”

Percebemos, pelos depoimentos, que os materiais precisam ser suficientemente efetivos para que as professoras decidam utilizá-lo, tendo em vista o maior trabalho que elas terão nestes casos. Ou seja, o material deve funcionar corretamente e ser fácil de usar para que seja considerado viável pelas professoras, no contexto em questão. Além disso, é interessante que o material permita que os alunos trabalhem com certa independência, para que a professora consiga desenvolver as atividades acompanhando cada grupo de alunos alternadamente.

d) *Desconhecimento dos materiais*

Esta categoria refere-se à pouca intimidade das professoras com alguns materiais, o que leva a insegurança para empregá-los em sala de aula.

Muitas vezes, por falta de familiaridade com os materiais [REQ INTERFACE SIMPLES] ou até mesmo por desconhecimento da existência dos mesmos [JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA], as professoras não os empregam em suas aulas. Tal fato pode ser percebido nos seguintes trechos:

**Professora 1:** “Não é do meu conhecimento esse material assim em mãos, mas eu já escutei falar, as professoras trabalhavam. . .”

**Professora 2:** “Tentei (usar o material emborrachado pra frações) mas não gostei. Não sei se foi porque eu não soube usar, mas não deu certo não.”

**Professora 4:** “Nunca tive nenhum curso. . . não sei trabalhar. . . Assim. . . tem muito material que eu conheço, já vi, nunca trabalhei numa escola que tivesse, mas gostaria até de saber como trabalhar, tipo Material Dourado. Como é que eu trabalharia? Às vezes eu fico pensando e tal, como é que eu poderia trabalhar.”

**Professora 5:** “Eu senti dificuldade quando eu comecei pra montar o Tangram.”

**Professora 6:** “No início a gente tinha muita dificuldade de trabalhar com o material, a gente tinha insegurança de trabalhar com o Material Dourado.”

Uma maneira de facilitar o acesso aos materiais e difundir seu uso nas escolas pode ser introduzi-los nas salas de aula. Além disso, materiais simples e fáceis de usar terão maiores chances de serem adotados pelas professoras, que se sentirão mais seguras e confortáveis para manipular o produto e oferecê-lo aos alunos.

#### IV. Dificuldades relacionadas às condições de trabalho

Nesta categoria, destacamos alguns pontos relacionados às condições de trabalho nas escolas, os quais são vistos pelas professoras como prejudiciais ao andamento das atividades.

Apresentamos os resultados divididos nas seguintes subcategorias:

- a) quantidade de alunos;
- b) falta de recursos;
- c) ambiente físico de trabalho.

##### a) *Quantidade de alunos*

Esta categoria refere-se às dificuldades causadas pelas turmas muito numerosas nas escolas.

As professoras concordam que turmas pequenas são ideais, porém pouco comuns, principalmente em escolas públicas e nas grandes escolas particulares. O trabalho que as professoras realmente gostariam de fazer precisa ser adaptado à realidade das turmas numerosas. Uma alternativa comum e bem aceita é a formação de grupos [REQ USO COLABORATIVO], [REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR]. O trecho abaixo ilustra as dificuldades relacionadas ao número de alunos por turma:

**Professora 9:** “O problema é esse, você com uma turma numerosa, você não chega perto de todo mundo, você tem que voltar pra brincadeira do momento pra ir em outros grupos, ver como é que eles estão se saindo, fazer as anotações, porque senão você não consegue (...) E saber lidar com os grupos, não esquecer, tem várias crianças, você tem que ir em todos os grupos.”

Devido às condições expostas nos depoimentos, percebemos a necessidade de os materiais permitirem que os alunos trabalhem em grupo, de preferência com uma certa independência da professora. Esta maneira de organizar o trabalho em sala de aula é vista como uma boa alternativa para contornar o problema da grande quantidade de alunos.

b) *Falta de recursos*

Esta categoria refere-se ao impacto que a escassez de recursos nas escolas tem sobre o trabalho em sala de aula.

Em muitas escolas, principalmente nas públicas, os recursos são poucos [REQ BAIXO CUSTO]. Com isso, a infra-estrutura é deficiente e a diversidade de materiais é pequena e limitada. Quando o material existe, ele muitas vezes fica guardado em uma sala especial, e pode existir burocracia escolar e concorrência entre os professores para ter acesso a ele, o que desestimula a procura e o interesse de alguns professores [JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA]. Além disso, a pequena quantidade de exemplares dificulta o uso com uma turma inteira. Nos trechos a seguir, podemos verificar as declarações de algumas professoras sobre o acesso aos recursos:

**Professora 2:** “Aí eu trabalhava, mas era uma agonia, porque só tinha um pra fazer a demonstração, e não dava pra todo mundo (...) aquele material emborrachado... não deu certo, porque todo mundo queria pegar ao mesmo tempo, aí não dava pra todo mundo pegar, aí começava a agonia, era um estresse.”

**Professora 3:** “Mas aqui não tem, ou se tem a gente não tem acesso, eu não sei, que agora mudou a direção, pode ser até que... a gente não tá sabendo... se tem guardado esse material. Pelo menos pra acesso do professor aqui...”

**Professora 8:** “Então eu levava, mas era mais material de sucata mesmo, porque na escola era uma fatura de ‘fartar’ tudo”

**Professora 11:** “Algumas vezes é bem fácil, é bem mais fácil você planejar usando um recurso, sabendo que ele já tá ali e que você vai poder contar com ele. Em outras situações você desiste do recurso porque vai ter tanto - vai ter um trâmite tão complicado pra chegar a ele, que não vai ser possível. Então aí usa-se também o que se tem disponível.”

As chances de um material ser introduzido em escolas públicas aumentam se ele for

economicamente viável, podendo ser adquirido com os recursos disponíveis. O baixo custo pode permitir que vários exemplares do material sejam levados às salas de aula, amenizando os problemas relatados nos depoimentos acima.

c) *Ambiente físico de trabalho*

Esta categoria refere-se ao impacto das condições físicas das salas de aula no uso dos materiais.

O ambiente físico pode interferir nas atividades em sala. No trecho a seguir, por exemplo, a professora mostra uma situação simples porém muito incômoda para o seu trabalho utilizando o recurso do retroprojeto, em conflito com o ventilador [REQ PESO DO MATERIAL]<sup>21</sup>:

**Professora II:** “Aí você tem uma transparência e o ventilador. Quando você coloca a folha em cima (do retroprojeto), a bendita voa, a transparência também voa, você recolhe tudo.”

Assim, ao projetar um material a ser usado em sala é necessário pensar nas influências de fatores físicos, como o vento.

### **Compilação dos resultados**

A análise dos dados enquadrados nas categorias relativas a dificuldades no processo de ensino-aprendizagem reforçou uma das justificativas e vários requisitos elicitados através das observações nas escolas e gerou novos resultados. Na Tabela 7.4, listamos todos os resultados obtidos nesta etapa.

---

<sup>21</sup>[REQ PESO DO MATERIAL]: em muitas salas de aula, a climatização é feita através de ventiladores. O produto deve ser, portanto, suficientemente pesado para resistir à força do vento

**Tabela 7.4** Justificativas e Requisitos obtidos a partir das entrevistas com professoras, relacionados a dificuldades em sala de aula

<b>RESULTADOS DAS ENTREVISTAS (I)</b> (Dificuldades no processo de ensino-aprendizagem)	
<b>Justificativa Reforçada</b>	<b>Requisitos Reforçados</b>
[ <i>JUST</i> INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA]	[ <i>REQ</i> FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES] [ <i>REQ</i> <i>SCAFFOLDING</i> ] [ <i>REQ</i> DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS] [ <i>REQ</i> ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS] [ <i>REQ</i> NÍVEL DE ÁUDIO] [ <i>REQ</i> USO COLABORATIVO] [ <i>REQ</i> CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR] [ <i>REQ</i> RESISTÊNCIA] [ <i>REQ</i> BAIXO CUSTO] [ <i>REQ</i> INTERFACE SIMPLES]
<b>Novas Justificativas</b>	<b>Novos Requisitos</b>
[ <i>JUST</i> PRODUTO PARA ENSINO DA MATEMÁTICA]  [ <i>JUST</i> PRODUTO PARA ENSINO DE FRAÇÕES]	[ <i>REQ</i> LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]  [ <i>REQ</i> FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO] [ <i>REQ</i> SEGURANÇA DO USUÁRIO] [ <i>REQ</i> PESO DO MATERIAL]

### 7.3.2 Aspectos favoráveis à introdução de interfaces tangíveis

Há vários aspectos citados pelas professoras nas entrevistas que identificamos como pontos facilitadores em um futuro processo de introdução e popularização nas salas de aula brasileiras de artefatos tecnológicos tangíveis como o que queremos propor.

Nesta seção, apresentamos estes pontos positivos, que ajudam a justificar a nossa proposta, além de gerar requisitos para o produto. Tais aspectos estão divididos nas categorias apresentadas na Tabela 7.5 e detalhadas a seguir.

**Tabela 7.5** Categorização dos resultados das entrevistas com professoras, relacionados a aspectos favoráveis às interfaces tangíveis

ASPECTOS FAVORÁVEIS À INTRODUÇÃO DE INTERFACES TANGÍVEIS		
I. Professoras	II. Alunos	III. Materiais concretos
a) Características pessoais b) Planejamento didático c) Ligação dos conceitos à realidade	a) Motivação e envolvimento b) Interesse por inovações c) Espírito de grupo e colaboração d) Prazer e alegria e) Criatividade e superação	a) Concretude b) Ludismo c) Flexibilidade

#### I. Atuação das professoras

Esta categoria diz respeito a aspectos do comportamento e da prática das professoras que entendemos como favoráveis ao uso de interfaces tangíveis como a que queremos propor. Apresentamos os resultados nas seguintes subcategorias:

- a) características pessoais;
- b) planejamento didático.
- c) ligação dos conceitos matemáticos à realidade dos alunos;

##### a) *Características pessoais*

Esta categoria refere-se a características pessoais que as professoras consideram possuir e que entendemos como vantajosas à prática docente utilizando materiais concretos.

As principais dessas características são: criatividade [*REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES*], perseverança, curiosidade e interesse em novidades e materiais [*JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS*], [*JUST ACEITAÇÃO*]. Os trechos a seguir ilustram estas características:

**Professora 5:** “Eu tenho muita criatividade, então pra mim é fácil. Eu invento um monte de coisa.”

**Professora 8:** “Mas eu nunca deixei de levar material. Até às vezes mesmo de desembolsar e tentar comprar alguma coisa e levar (...) Mesmo com as deficiências de materiais, sempre procurei buscar essa questão do concreto (...) Eu não tenho nenhuma recusa não, com material não, nada pra reclamar não, eu acho que quanto mais tiver material de Matemática pra gente usar, é melhor (...) Eu gosto muito de dar aula usando material.”

**Professora 12:** “Então a partir de um jogo que você me apresenta, eu posso não conhecer aquele jogo, você vai lá, me apresenta. Eu acho ele interessante, vou estudar ele, exatamente como ele tá ali, como você me ensinou. Aí a partir dali eu já começo a criar outras coisas, que é que eu vou fazer? E aí eu vou lá, documento tudinho, porque depois eu começo também a criar novos jogos a partir do que você me deu. Então pra mim também, sempre tudo tá muito em movimento, nunca tá muito parado. Então isso facilita, porque aí se eu mexer aquilo, se eu conseguir fazer aquilo, então eu também lanço pra eles (os alunos).”

Os depoimentos mostram que, em geral, as professoras gostam e têm facilidade de criar atividades a partir de diversos materiais e usá-los em sala de aula, podendo chegar a adquirir e levar materiais por conta própria por falta de recursos nas escolas.

b) *Planejamento didático*

Esta categoria refere-se ao modo como as professoras planejam as atividades didáticas, inclusive com os materiais concretos disponíveis.

Apesar de destacarem a importância de terem um plano de aula para não se perderem, as professoras pontuam a questão da flexibilidade deste planejamento, que deve se adaptar, ao longo da aula, às necessidades dos alunos. As professoras tanto podem incluir os materiais concretos no planejamento a priori [REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS], como podem decidir utilizá-los no decorrer das atividades, caso eles estejam disponíveis [JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA], [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]. As passagens a seguir tratam da necessidade de planejamentos flexíveis e da utilidade de ter recursos disponíveis em sala de aula:

**Professora 4:** “É, tipo assim, da necessidade. Qual a necessidade que eu estou agora? Muitas vezes essas atividades surgem sem planejamento. O aluno tá... então deixa eu tentar fazer alguma coisa diferente pra conseguir (...). Pra mim não tem dificuldade não (em criar situações de aprendizagem). Muito pelo contrário, se eu tou dando uma aula e vejo que preciso de alguma coisa naquela hora, eu invento na hora, faço na hora, sem problema nenhum. É o que eu digo, a aula é muito da necessidade do teu aluno na hora.”

**Professora 6:** “A dificuldade é você ter a criatividade de criar um material concreto pra se trabalhar, mas a partir do momento que você tem esse material, é bem mais fácil você planejar a aula.”

**Professora 8:** “Bom, todo planejamento a gente sabe que ele é totalmente flexível. A gente planeja uma coisa, tem em mente uma coisa, mas vai muito da realidade da turma.”

**Professora 10:** “Eu acho que é mais fácil (criar as situações usando materiais concretos). Facilita muito.”

Os depoimentos mostram que as professoras lidam com mudanças constantes em seu planejamento, e lançam mão dos recursos disponíveis em sala de acordo com as necessidades dos alunos. Assim, percebemos que quanto mais recursos estiverem acessíveis durante as aulas, maiores as possibilidades para as professoras explorarem os conteúdos.

c) *Ligação dos conceitos matemáticos à realidade dos alunos*

Esta categoria refere-se à importância dada às professoras em relacionar os conceitos formais da escola ao cotidiano dos alunos. As professoras demonstram uma grande preocupação em ligar a Matemática da sala de aula à vida dos alunos [REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA], objetos que os rodeiam, regras que eles seguem e assim por diante. Dessa forma, faz mais sentido para os alunos estudar Matemática, compreender a sua importância e utilidade. Os trechos mostrados a seguir são alguns exemplos do direcionamento dado às aulas de Matemática pelas professoras:

**Professora 1:** “Então a gente vai ter que ir pra o prático, aí facilita porque é o que eles tão diariamente trabalhando aí, negociando com os pais.”

**Professora 5:** “Eu gosto muito de trabalhar a presença da Matemática no cotidiano. No dia-a-dia deles, em tudo, a gente analisa a sala de aula, tudo é Matemática. Vê os azulejos, o formato, tudo eu procuro trazer pra realidade deles (...) Então eu sempre gosto de trazer muito o concreto, e comparar com o cotidiano. Eu acho que é uma coisa que é fundamental, pra eles verem a importância do estudo da Matemática, não estudar a Matemática por si só, entendeu? Eu sempre faço as pontes.”

**Professora 9:** “Números... aí depois eu entrei nos números. Aí eles falaram telefone, a idade deles, o número da casa, uma boca, dois olhos, vários cabelos que não dá nem pra contar, essas coisas assim.”

**Professora 10:** “(...) Porque eles fazem a chamada ali no quadro, eles tão contando os dias, tão contando o tempo, então assim, a Matemática tá muito no dia-a-dia da gente. A gente tem 20 minutos de recreio, então desce que horas, volta que horas? 10 minutos pra lanche, vai ser de que horas até que horas?”

Os depoimentos mostram que as professoras buscam integrar a teoria da sala de aula à prática da vida cotidiana, e neste processo os materiais concretos têm grande importância, por estarem justamente ligados à nossa prática diária.

## II. Reação dos alunos

Neste tópico, mostramos como os alunos costumam reagir ao uso de materiais concretos nas atividades escolares. Apresentamos os resultados divididos nas seguintes subcategorias:

- a) motivação e envolvimento;
- b) interesse por inovações;
- c) espírito de grupo e colaboração;
- d) prazer e alegria;
- e) criatividade e superação.

### a) *Motivação e envolvimento*

Esta categoria refere-se ao impacto que o uso de materiais concretos tem na motivação dos alunos, e como este uso influi no envolvimento dos alunos nas atividades.

De acordo com o testemunho das professoras, as crianças ficam muito motivadas quando materiais concretos lhes são apresentados [JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS], [JUST ACEITAÇÃO]. A motivação leva a um grande interesse e envolvimento [JUST ENGAJAMENTO]<sup>22</sup> nas atividades, o que facilita a aquisição dos conteúdos didáticos. Podemos ver alguns desses testemunhos a seguir:

<sup>22</sup>[JUST ENGAJAMENTO]: indicações de que as atividades envolvendo materiais concretos provocam um grande engajamento dos alunos.

**Professora 1:** “De juntar as pedrinhas, de ter aquele trabalho ‘olha professora, hoje eu trouxe a caixinha de fósforos usados, que a senhora trouxe aí mas não deu pra toda a turma’, então é... meu Deus do céu, ele se preocupou com isso, de procurar, de juntar, pra trazer pra mim!”

**Professora 5:** “Eles se sentem mais motivados em estudar.”

**Professora 10:** “Tem sempre um envolvimento muito grande deles. Sempre, sempre. O envolvimento é muito grande (...) E até agora sempre as turmas que eu peguei sempre reagiram muito bem, se envolvem demais (...) Eles querem fazer, eles querem vivenciar aquilo. Por isso que é muito positivo.”

Os depoimentos mostram que os alunos sentem-se mais motivados a participar das atividades envolvendo materiais concretos, como vimos no Capítulo 2 (Seção 8.6) [Nemirovsky & Borba, 2003].

O maior interesse dos alunos influi positivamente na aprendizagem.

b) *Interesse por inovações*

Esta categoria refere-se ao interesse que os alunos demonstram por novos materiais e outras inovações nas escolas.

Com a grande exposição às inovações tecnológicas e ao ritmo acelerado de mudanças no mundo, as crianças cobram das professoras uma maior variedade de materiais e atividades [JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS], [JUST ACEITAÇÃO]. As passagens a seguir mostram a cobrança e interesse dos alunos:

**Professora 3:** “Porque eles mesmos cobram de você, você não pode mais só ir pro quadro, só falar, falar, falar, que os alunos de hoje eles não querem mais isso não...”

**Professora 8:** “Quando tem aula de Matemática que não bota um jogo, que não traz alguma coisa eles já reclamam.”

**Professora 11:** “Raramente tem uma criança que realmente prefira só estar trabalhando com esse material básico de escola, que é livro didático, e quadro e caderno. Mas é muito difícil, normalmente eles preferem trabalhar com outras coisas.”

Os depoimentos mostram como os alunos reivindicam a diversidade em sala de aula, rejeitando o ensino puramente tradicional.

c) *Espírito de grupo e colaboração*

Esta categoria refere-se aos aspectos positivos decorrentes do trabalho em grupo com materiais concretos.

Na maioria das vezes, o uso de materiais concretos é feito de maneira colaborativa [REQ USO COLABORATIVO], ou seja, os alunos trabalham em pequenos grupos, inclusive ajudando aos que têm mais dificuldade [REQ CERTA INDEPENDÊNCIA

DO TUTOR]. As professoras consideram como positivos os resultados desta interação, como vemos nos trechos a seguir:

**Professora 1:** “(eles aprenderam a) saber trabalhar, saber dividir, saber aceitar (...) ‘Professora, qual o grupo que eu vou ficar hoje? Qual o grupo que vou ajudar hoje?’ Os outros que já sabiam, que dominavam direitinho a leitura, eles queriam participar, ajudando os outros que não sabiam (...) Faziam em grupo e aqueles que dominavam mais eu colocava pra monitor de equipe: ‘vá ajudando aí, ajudando, qualquer coisa venha trazer pra mim pra que eu oriente melhor’. Mas aí facilitava muito essa situação de colocar aqueles que dominavam mais por equipe.”

**Professora 7:** “Eles gostam muito de trabalhar em grupo.”

**Professora 12:** “Eu coloco um que já tem o domínio e um que ainda não tem. Aí pra ele, ele tá inseguro, pode ficar receoso de dizer que não tá sabendo na hora, e com um amigo, o amigo é a equipe, que tem que trabalhar, ele começa a prestar atenção no amigo, e aí já é um facilitador.”

Os depoimentos mostram que os alunos apreciam trabalhar em equipes e colaborar uns com os outros, além de aprenderem valores como compartilhamento através desta interação. A dinâmica da sala também é facilitada pelo trabalho colaborativo.

d) *Prazer e alegria*

Esta categoria refere-se à satisfação que os materiais concretos provocam nos alunos. As atividades com os materiais costumam ser prazerosas para as crianças, trazendo alegria e animação [JUST ACEITAÇÃO], [JUST ENGAJAMENTO], como vemos nos relatos das professoras:

**Professora 5:** “Quando é dia de laboratório (de Matemática, onde ficam os materiais) eles saem gritando: ‘Laboratório! Laboratório!’. É muito engraçado!”

**Professora 8:** “E até um aluno disse ‘é muito bom a gente aprender matemática assim!’ Eles se animam muito.”

**Professora 9:** “Esse dia mesmo (...) foi o maior barato, virou uma festa.”

**Professora 12:** “Então você vê que é uma coisa que todo mundo gosta.”

Os depoimentos mostram o prazer dos alunos durante as atividades com materiais concretos, como vimos no Capítulo 2 (Seção 8.6). Os materiais provêm experiências que envolvem emocionalmente as crianças [Eisenberg, 2003], [Zuckerman et al., 2005]. Esta alegria aumenta o interesse e disposição dos alunos, refletindo positivamente no processo de aprendizagem.

e) *Criatividade e superação*

Esta categoria refere-se à forma como os materiais estimulam a criatividade das crianças, levando-as a produzir mais em sala de aula.

Pelos depoimentos das professoras, alguns deles transcritos a seguir, percebemos que os materiais costumam estimular o raciocínio [REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO] dos alunos, gerando resultados positivos inesperados [JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS].

**Professora 3:** “Às vezes até você se planeja e às vezes até você se surpreende com seu trabalho, porque você não esperava tanto e acontece até muito mais.”

**Professora 5:** “Muitas vezes os alunos me surpreendem porque eles vão além (...) Então eles vão até além do esperado, do planejado.”

**Professora 7:** “Aí eu acho que sai até melhor do que eu planejava, porque eles saem dizendo coisas surpreendentes.”

Percebemos que as professoras costumam ficar muito satisfeitas com a produção dos alunos em atividades usando materiais concretos. Como vimos na Seção 2.2 do Capítulo 2, os materiais trazem uma maior liberdade de ação [Bonafé, 2006], permitindo que os alunos construam suas próprias conclusões [Fagundes, 1977].

### III. Aspectos positivos dos materiais concretos

Nesta seção, abordamos as principais vantagens trazidas pelos materiais concretos ao processo de ensino-aprendizagem, de acordo com a opinião das professoras. Dos depoimentos apresentados nesta seção, derivamos os requisitos necessários para que a nossa solução agregue tecnologia aos manipulativos sem eliminar seus aspectos positivos, e encontramos justificativas para alguns aspectos já incluídos na nossa proposta. Na Tabela 7.6, apresentamos uma relação dos materiais usados em sala de aula mais citados pelas professoras. Destacamos em negrito os materiais usados para o ensino de frações.

**Tabela 7.6** materiais concretos mais citados pelas professoras. Em negrito, os materiais usados para ensino de frações

Sucata	Alimentos	Jogos	Outros
caixinhas	<b>chocolate</b>	<b>dominós matemáticos</b>	Material Dourado
garrafas PET	<b>pizza</b>	dominós comuns	<b>escala Cuisinaire</b>
tampinhas	<b>feijões</b>	memória	<b>material emborrachado</b>
embalagens	<b>bombons</b>	damas	sólidos geométricos
latas	<b>frutas</b>	xadrez	abecedário
palitos	<b>bolo</b>	baralho	ábaco
canudos		quebra-cabeças	dinheiro de brinquedo
cordão		tangram	fita métrica
pedrinhas		bingo	balança
<b>papelão</b>			globo terrestre
			massa de modelar
			relógio

Apresentamos os aspectos positivos de tais materiais divididos nas seguintes subcategorias:

- a) concretude;
- b) ludismo;
- c) flexibilidade.

a) *Concretude*

Esta categoria refere-se à necessidade do uso de materiais concretos nas primeiras séries escolares para que as crianças compreendam certos conceitos formais. As professoras consideram muito importante o uso do concreto, em especial nas aulas de Matemática [JUST TANGIBILIDADE]<sup>23</sup>, [REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS], [JUST ACEITAÇÃO]. Os trechos a seguir mostram como a concretude é considerada fundamental para a melhor compreensão dos alunos:

**Professora 3:** “É porque se você só colocar no quadro, fica muito distante e eles têm uma grande dificuldade. Aí fica mais fácil quando ele pega, com tampinhas mesmo, com o Material Dourado.”

**Professora 5:** “Eles tão numa fase que eles entendem mais a Matemática quando trabalham com o concreto (...) Eles aprendem mais rápido quando se trabalha com o concreto.”

**Professora 6:** “A gente vê que... é o concreto né? O concreto é muito melhor.”

**Professora 8:** “Mas é isso mesmo que a gente tem que fazer, a gente tem que puxar pro mais concreto possível, porque senão eles não conseguem (...) Mas eu acho que cada vez que a gente usa esse concreto, a forma de atingir o objetivo é melhor, com certeza.”

**Professora 10:** “A mesma coisa uma receita, você pode ler a receita como for, mas você só sabe quando você faz aquela receita. Você sabe onde você sentiu dificuldade, onde não sentiu.”

**Professora 12:** “E até por conta das crianças, algumas aqui que a gente trabalha, elas têm a necessidade mesmo de pegar muito, de manusear muito.”

Nestes depoimentos, as professoras relatam uma maior facilidade de aprendizagem quando os materiais concretos são usados em sala de aula, permitindo a manipulação de objetos físicos.

b) *Ludismo*

Esta categoria refere-se ao aspecto lúdico dos materiais concretos, que agrada e engaja as crianças nas atividades [JUST ACEITAÇÃO]. Elas vêem a interação com o material como uma brincadeira e aprendem muitas vezes sem perceber [JUST ENGAJAMENTO], o que elimina uma possível resistência ao estudo. Nos trechos a seguir as professoras confirmam a importância do lúdico:

<sup>23</sup>[JUST TANGIBILIDADE]: indicação de que o concreto é considerado fundamental para crianças nas primeiras séries escolares

**Professora 8:** “Essa questão, ‘eu tou brincando’, eles não sabem que ali no fundo da verdade eles tão aprendendo muita coisa... a mensagem subliminar que está ali por trás (...) E como envolve! Que a criança ela gosta dessa diversão. Principalmente quando ela tá brincando e não tá nem imaginando que ela tá aprendendo, né!”

**Professora 12:** “O lúdico na sala ele ajuda muito (...) Eu acho que o lúdico sempre tem que estar presente, eu acho que é fundamental, até por conta da faixa etária que a gente trabalha.”

Percebemos como o aspecto lúdico dos materiais aumenta o envolvimento dos alunos, contribuindo para a aprendizagem.

Porém, as professoras precisam estar atentas para que as atividades não percam o aspecto didático e tornem-se apenas diversão [Moyer, 2001].

c) *Flexibilidade*

Esta categoria refere-se às possibilidades de os materiais se adaptarem a diversas atividades.

Geralmente, um material se presta a vários usos distintos, dependendo da criatividade do professor e dos alunos [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]. Esta diversidade de modos de usar é considerada muito positiva, sendo um estímulo ao raciocínio [REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO] e criatividade dos alunos, tornando-os também mais engajados [JUST ENGAJAMENTO], como vemos nos trechos a seguir:

**Professora 3:** “Tem várias brincadeiras que você pode criar com o material concreto (...) Então o Material Dourado não serve só pra você ensinar as 4 operações, tem outras coisas, tem as formas geométricas.”

**Professora 12:** “E eu acho que aí eles adquirem o conhecimento com muito mais vontade, muito mais prazer do que no meu tempo que era tudo muito pronto, você não tem nem o que pensar, já vem pensado, você faz, executa (...) A gente inventa a regra, e aí todo mundo de acordo com aquela regra vai jogar. Então eu acho que fica muito mais rico também. A partir do momento que você participa daquilo, que você não recebe pronto. E aí a gente divide os grupos, e eu coloco lá no grupo o material que foi escolhido, ‘se juntem, e aí vocês vão explorar. Daí, vocês criem alguma coisa’. Aí deixo livre, um tempo livre. Aí eu vou lá pra saber, ‘o que é que vocês conseguiram?’. Às vezes eles conseguem coisas que a gente nem imagina.”

Os depoimentos mostram que a flexibilidade dos materiais permite que os próprios alunos criem atividades e não tenham apenas que seguir regras prontas. Da mesma forma, as professoras podem focar diferentes conteúdos usando um mesmo material [Mrech, 1997].

### Compilação dos resultados

A análise dos dados enquadrados nas categorias relativas a aspectos favoráveis à introdução de interfaces tangíveis reforçou várias justificativas e requisitos elicitados nas etapas anteriores desta pesquisa e gerou novos resultados. Na Tabela 7.7, listamos todos os resultados obtidos nesta etapa.

**Tabela 7.7** Justificativas e Requisitos obtidos a partir das entrevistas com professoras, relacionados a aspectos favoráveis às interfaces tangíveis

<b>RESULTADOS DAS ENTREVISTAS (II)</b> (Aspectos favoráveis à introdução de interfaces tangíveis)	
<b>Justificativas Reforçadas</b>	<b>Requisitos Reforçados</b>
[ <i>JUST</i> CRIAÇÃO DE MATERIAIS] [ <i>JUST</i> ACEITAÇÃO] [ <i>JUST</i> INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA]	[ <i>REQ</i> ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO] [ <i>REQ</i> USO COLABORATIVO] [ <i>REQ</i> FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES] [ <i>REQ</i> ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS] [ <i>REQ</i> CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR] [ <i>REQ</i> LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]
<b>Novas Justificativas</b>	<b>Novos Requisitos</b>
[ <i>JUST</i> ENGAJAMENTO] [ <i>JUST</i> TANGIBILIDADE]	

## 7.4 Justificativas e Requisitos

Ao longo do texto da Seção 7.2 e Seção 7.3, indicamos os pontos de que foram extraídos dois tipos de resultados da nossa pesquisa: justificativas (indicadas pelo rótulo [*JUST*]) e requisitos (indicados pelo rótulo [*REQ*]).

As justificativas surgem em passagens que confirmam aspectos já incluídos na nossa proposta para desenvolvimento de uma interface tangível para Educação. Em outras palavras, encontramos nos dados indícios de que a proposta de criar uma interface tangível para auxiliar a aprendizagem de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental é justificável e de que tal produto seria útil e bem-aceito na comunidade escolar.

Os requisitos surgem em passagens que explicitam necessidades que precisam ser supridas por um eventual produto a ser inserido naquele contexto. Ou seja, a partir das observações e entrevistas, identificamos aspectos que devem estar presentes em nosso produto para contribuir de forma eficiente com o processo de ensino-aprendizagem em salas de aula brasileiras.

Nesta seção, descrevemos as justificativas e os requisitos identificados na Seção 7.2 e Seção 7.3.

### I. Justificativas

Nós agrupamos as justificativas da seguinte forma:

- a) **Quanto à criação de interfaces tangíveis:** aspectos que justificam a proposta de criar interfaces tangíveis para a sala de aula;
- b) **Quanto à receptividade do futuro produto:** aspectos que indicam uma boa receptividade de um futuro produto como o que queremos propor;
- c) **Quanto ao domínio de conhecimento escolhido:** aspectos que justificam o domínio de conhecimento escolhido.

Apresentamos a seguir as definições das justificativas pertencentes a cada uma destas categorias.

#### a) Quanto à criação de interfaces tangíveis

1. [*JUST CRIAÇÃO DE MATERIAIS*]: os trechos do texto associados a esta justificativa demonstram haver espaço e interesse na comunidade escolar no desenvolvimento e na disponibilização de novos materiais concretos a serem usados em sala de aula, como recursos de auxílio à aprendizagem.
2. [*JUST INTRODUÇÃO DO PRODUTO EM SALA DE AULA*]: os trechos do texto associados a esta justificativa mostram que há entraves no acesso a recursos quando estes não estão disponíveis em sala de aula, o que desestimula o uso dos mesmos. Assim, desenvolver produtos que estejam sempre à mão permitiria que eles fossem usados no momento em que surgisse a necessidade.
3. [*JUST TANGIBILIDADE*]: nos trechos do texto associados a esta justificativa, o concreto é citado pelas professoras como fundamental e extremamente proveitoso para a aprendizagem de crianças nas primeiras séries escolares.

#### b) Quanto à receptividade do futuro produto

4. [*JUST ACEITAÇÃO*]: os trechos do texto associados a esta justificativa indicam que professores e alunos reagiriam bem e estariam dispostos a utilizar inovações concretas nas atividades de sala de aula.
5. [*JUST ENGAJAMENTO*]: os trechos associados a esta justificativa evidenciam um grande engajamento dos alunos em atividades envolvendo materiais concretos.

#### c) Quanto ao domínio de conhecimento escolhido

6. [*JUST PRODUTO PARA ENSINO DA MATEMÁTICA*]: nos trechos do texto associados a esta justificativa, as professoras admitem dificuldades para ensinar Matemática, tanto de sua parte quanto em relação às competências dos alunos. Assim, um artefato que ajudasse a atenuar os problemas enfrentados no ensino e aprendizagem da Matemática seria útil.
7. [*JUST PRODUTO PARA ENSINO DAS FRAÇÕES*]: dentro da Matemática, frações são um assunto que desperta ainda mais insegurança e dificuldades nos

alunos e professoras. Nos trechos do texto associados a esta justificativa, percebemos como para muitas pessoas frações são consideradas um conteúdo difícil de se explicar e se compreender. Por isso, acreditamos que nosso foco em frações, neste trabalho, é uma proposta justificável.

## II. Requisitos

Os requisitos extraídos da análise dos dados coletados foram divididos em **requisitos dos usuários** (alunos e professoras) e **requisitos técnicos do produto**. A seguir, definimos os requisitos enquadrados destas duas categorias.

### a) Requisitos dos usuários

1. [REQ *SCAFFOLDING*]: existe um grande desnivelamento nas turmas de escolas públicas e mesmo em escolas particulares dificilmente há turmas perfeitamente homogêneas. Por esta razão, o produto deve fornecer vários níveis de *scaffolding*, ou seja, o nível de ajuda dada ao usuário deve variar de acordo com a necessidade dele. Esta possibilidade de adaptação ao usuário permite lidar com a diversidade de competências dos alunos.
2. [REQ *ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO*]: as professoras mostram-se interessadas em materiais que façam os alunos refletir para construir conhecimento. O produto deve estimular o raciocínio dos alunos, permitindo que eles tirem conclusões próprias, e não simplesmente fornecer respostas prontas.
3. [REQ *LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA*]: as professoras costumam fazer conexões entre a Matemática de sala de aula e o cotidiano dos alunos, para ajudá-los a compreender melhor as abstrações apresentadas por meio dos conceitos e procedimentos formais. Os materiais concretos devem ajudar a fazer tais conexões entre a teoria e a prática.
4. [REQ *ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS*]: produtos a serem usados em sala de aula precisam estar conectados ao conteúdo estudado, ou servirão apenas de diversão para os alunos. Para o produto ser efetivo para a aprendizagem, ele deve permitir que a professora o adapte ao seu planejamento didático, dentro dos conteúdos previstos.
5. [REQ *FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES*]: para ter um uso mais amplo, o ideal é que o produto seja suficientemente flexível para permitir a criação de diversas atividades. Dessa forma, a professora poderá empregá-lo em diferentes situações de aprendizagem, e com diferentes propósitos, estimulando também a criatividade dos alunos.
6. [REQ *CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR*]: na maioria das classes no contexto estudado, devido à quantidade de alunos, é difícil a professora dar uma atenção individual, conseguindo no máximo alternar sua assistência entre pequenos grupos. Por isso, o produto deve permitir que os alunos tenham uma certa independência da professora, conseguindo realizar algumas atividades sem ajuda externa, nos períodos de ausência da mesma.

7. [*REQ* USO COLABORATIVO]: a formação de grupos de trabalho é uma prática comum nas aulas, principalmente quando são usados materiais concretos, não só pela quantidade limitada de exemplares disponíveis, como também pela preferência de professora e alunos. As atividades colaborativas fazem emergir interações sociais válidas e permitem trocas de conhecimentos entre alunos, além de facilitar o trabalho das professoras.
8. [*REQ* DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]: muitas escolas aceitam alunos com deficiências físicas e/ou mentais em suas classes comuns. Para inclui-los nas atividades, é fundamental que o produto possua várias representações do mesmo conceito, utilizando várias mídias, permitindo o acesso por parte de crianças com habilidades diferentes. A diversidade de representações também favorece crianças sem deficiência, mas que tenham mais facilidade de aprendizagem através de certas formas de interação.
9. [*REQ* INTERFACE SIMPLES]: uma interface complexa pode gerar dificuldades de uso que aumentam a carga de trabalho e estresse das professoras, que teriam que auxiliar constantemente os alunos a usar a interface. A dificuldade de interação também poderia influir na disposição dos alunos a usar aquele produto, podendo levar a uma rejeição do mesmo por frustração e impaciência dos alunos. Além disso, a coordenação motora dos alunos nem sempre é bem desenvolvida, portanto o produto deve ser fácil de manusear.

**b) Requisitos técnicos do produto**

10. [*REQ* RESISTÊNCIA]: por ser destinado ao uso freqüente e livre por crianças (que podem ter comportamentos violentos), o produto precisa ser feito de material resistente, que permita um longo período de bom funcionamento e ao mesmo tempo não crie nas crianças um receio de manipulá-lo por conta de uma possível fragilidade do mesmo.
11. [*REQ* FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO]: a dinâmica da sala de aula no Ensino Fundamental não permite que a professora dedique sua atenção e tempo para tratar de problemas de funcionamento do produto e perca os alunos de vista. Tal situação levaria a professora a perder o controle da aula, que pela simples introdução de materiais concretos já se torna mais agitada. Portanto, é fundamental que o produto funcione corretamente e possa auxiliar o trabalho da professora e não prejudicá-lo.
12. [*REQ* BAIXO CUSTO]: muitas escolas, em especial as públicas, não têm grandes montantes de recursos disponíveis. Dificilmente um produto de alto custo poderia ser adotado em tais contextos, ficando restrito às grandes escolas particulares. Um produto de baixo custo, no entanto, teria boas chances de ser adquirido tanto por pequenas escolas particulares quanto pelo governo, para a rede pública.
13. [*REQ* SEGURANÇA DO USUÁRIO]: produtos destinados a crianças já possuem restrições legais que visam a evitar acidentes. No entanto, considerando-se o comportamento muitas vezes agressivo das crianças de escolas públicas, faz-se necessária uma atenção ainda maior quanto às possibilidades de danos físicos que

possam ser causados pelo produto.

14. [REQ NÍVEL DE ÁUDIO]: aulas no Ensino Fundamental, principalmente com materiais concretos, são naturalmente agitadas e barulhentas. Por isso, um produto que possua interação através de áudio deve ter um nível de som ajustável que possa ser ouvido e compreendido mesmo em ambientes barulhentos.
15. [REQ PESO DO MATERIAL]: em muitas salas de aula, a climatização é feita por ventiladores. O produto deve ser, portanto, suficientemente pesado para resistir à força do vento.

Na Tabela 7.8, apresentamos uma síntese dos elementos de contexto que identificamos na pesquisa de campo, associados aos requisitos derivados.

Tabela 7.8: Requisitos derivados e elementos de contexto associados

<b>Requisitos</b>	<b>Elementos do contexto</b>
[REQ SCAFFOLDING]	Desnívelamento nas turmas Diversidade de competências dos alunos
[REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO]	Interesse das professoras em materiais que façam os alunos refletir para construir conhecimento e tirem conclusões próprias
[REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]	Necessidade de se estabelecerem conexões entre a Matemática de sala de aula e o cotidiano dos alunos
[REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS]	Necessidade de adaptação do produto ao planejamento didático, dentro dos conteúdos previstos
[REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]	Interesse em usar o produto em diferentes situações de aprendizagem e com diferentes propósitos
[REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR]	Dificuldade de a professora atender à grande quantidade de alunos
[REQ USO COLABORATIVO]	Prática de formação de grupos Quantidade limitada de exemplares do produto Interações sociais Trocas de conhecimentos entre os alunos
[REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]	Alunos com deficiências físicas e/ou mentais em classes comuns Facilidade de aprendizagem através de diferentes formas de interação
[REQ INTERFACE SIMPLES]	Coordenação motora dos alunos pouco desenvolvida Carga de trabalho e estresse das professoras

**continua na próxima página**

**Tabela 7.8 – continuação da página anterior**

Requisitos	Elementos do contexto
	Frustração e impaciência dos alunos
[REQ RESISTÊNCIA]	Uso freqüente e livre por crianças (que podem ter comportamentos agressivos) Receio dos alunos de manipular o produto por conta de sua fragilidade
[REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO]	Perda do controle da aula para resolver problemas com o produto
[REQ BAIXO CUSTO]	Falta de recursos
[REQ SEGURANÇA DO USUÁRIO]	Restrições para evitar acidentes Comportamento agressivo das crianças
[REQ NÍVEL DE ÁUDIO]	Aulas agitadas e barulhentas
[REQ PESO DO MATERIAL]	Climatização por meio de ventiladores

## 7.5 Resultados dos experimentos com alunos

Realizamos dois experimentos com alunos de Ensino Fundamental, utilizando as fichas de atividades apresentadas no Apêndice C e Apêndice D. Os exercícios propostos nas fichas cobrem várias concepções de frações descritas no Capítulo 4. A análise dos dados dos experimentos nos permitiu identificar várias necessidades dos alunos (futuros usuários de nosso produto) em relação à aprendizagem de conceitos de frações.

Nesta seção, apresentamos as principais dificuldades experimentadas pelos alunos durante a resolução dos exercícios propostos. Nos protocolos associados a estas dificuldades, usamos as seguintes notações:

- *Pesq*: indica as falas da pesquisadora;
- *Lara, Jonas e Talita*: nomes fictícios dos sujeitos do Experimento 1;
- *Robson, Suzana e Elisa*: nomes fictícios dos sujeitos do Experimento 2;
- *Nomes dos sujeitos separados por vírgula*: indicam falas simultâneas dos sujeitos;
- *Trechos entre parênteses*: fornecem elementos de contextualização para melhor compreensão das falas transcritas ou correspondem a descrições de ações dos participantes;
- *Reticências entre parênteses*: indicam pausas no diálogo.

Em cada protocolo, na coluna da esquerda transcrevemos as falas dos participantes e na coluna da direita fazemos nossas observações correspondentes aos trechos transcritos.

### 7.5.1 Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo discreto)”

Os alunos tinham pouca familiaridade com a representação de conjuntos de objetos através de frações (modelo discreto da concepção parte-todo). Assim, eles tiveram dificuldade para compreender que, para resolver questões que envolviam este conceito, precisavam dividir uma coleção qualquer de objetos em subconjuntos de mesma cardinalidade. O maior problema foi o fato do número de objetos em cada subconjunto não ser uma informação explícita neste tipo

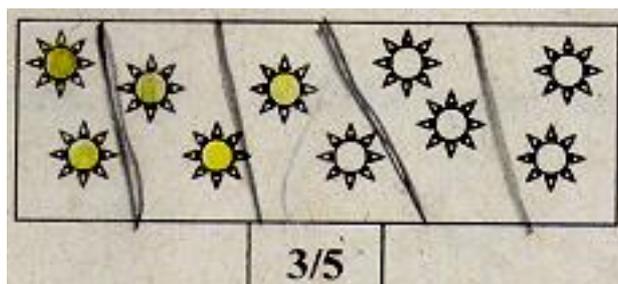
de questão.

A **Questão 1A** do **Experimento I** pede que três quintos de uma coleção de dez objetos sejam pintados. As primeiras sugestões dos alunos foram pintar três ou cinco elementos, o que mostra que eles buscavam o número de elementos a serem coloridos na própria fração do enunciado.

Usamos pedrinhas para auxiliar o raciocínio dos alunos, mas o recurso não se adequou às necessidades deles, que continuaram sem conseguir descobrir como dividir o conjunto total em subconjuntos. O fato de um subconjunto ter, no exemplo desta questão, duas unidades, confundia o raciocínio deles para encontrar três quintos do conjunto total.

Mesmo depois de termos dito que era preciso dividir o conjunto em cinco partes iguais, ainda era difícil para os alunos entenderem a noção de parte no caso discreto. A aluna *Lara* começou dividindo o conjunto em duas partes iguais; porém, isso deixava dois subconjuntos de cinco unidades cada, que não podiam ser subdivididos em dois novamente. Eram necessários, na verdade, cinco subconjuntos de duas unidades.

Após explicarmos que eles deviam formar cinco grupos de duas unidades cada, os alunos fizeram a divisão ainda sem compreender a razão, e *Lara* coloriu cinco unidades, mesmo tendo formado os subconjuntos corretos, como vemos na Figura 7.1.



**Figura 7.1** Tentativa de *Lara* de colorir  $3/5$  da coleção de figuras

No **Protocolo 1**, a seguir, ilustramos as dificuldades enfrentadas com o modelo discreto.

<b>PROTOCOLO 1 - Fração como parte (modelo discreto), Experimento I</b>	
<b>Questão 1A: Colorir <math>3/5</math> de uma coleção de objetos</b>	
<p><i>Pesq:</i> Então, é pra vocês pintarem três quintos das figuras. Como é que a gente pode fazer isso?</p> <p><i>Lara:</i> A gente tem que pintar três ou cinco?</p> <p><i>Pesq:</i> Quantas figuras tem?</p>	<p><i>Lara</i> pensa em pintar três ou cinco figuras</p>
<p><i>Jonas, Lara, Talita:</i> Dez.</p> <p><i>Pesq:</i> Então a gente quer pintar três quintos de dez. Então a gente precisa dividir em quantas partes?</p> <p><i>Lara:</i> Duas.</p> <p><i>Pesq:</i> Duas?</p> <p><i>Lara:</i> Cinco.</p>	<p>Alunos se confundem em relação à quantidade de subconjuntos que devem formar</p>

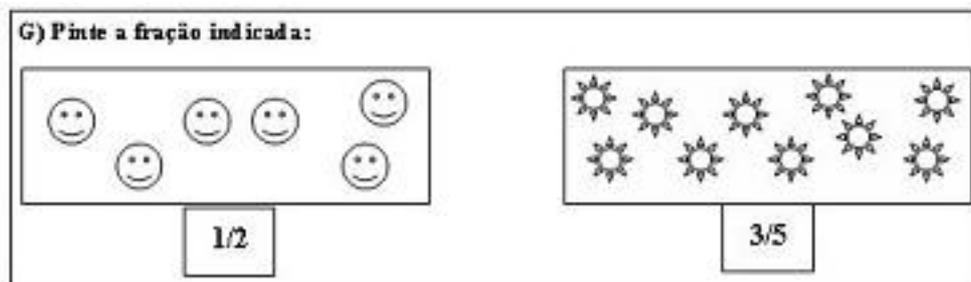
**continua na próxima página**

**Protocolo 1 – continuação da página anterior**

<b>Questão 1A: Colorir 3/5 de uma coleção de objetos</b>	
<p><i>Pesq:</i> Cinco partes! A gente precisa dividir as figuras em cinco partes e só pintar quantas?</p> <p><i>Lara:</i> Três.</p>	
<p><i>Pesq:</i> Exatamente. Então a primeira coisa é que a gente precisa dividir as figuras em cinco partes iguais. (Alunos começam a dividir a figura)</p> <p><i>Pesq:</i> Aí dividiu em quantas?</p> <p><i>Lara:</i> Duas.</p>	Alunos não conseguem dividir as figuras em cinco subconjuntos de mesma cardinalidade
<p><i>Pesq:</i> Duas, não é? Temos que dividir em cinco... Quem já conseguiu dividir em cinco? Aqui (no desenho de Lara) dividiu em duas... cada parte tem quantos? Cinco... ah, você dividiu em duas partes de cinco... mas a gente tem que dividir em cinco pedacinhos...</p>	Alunos continuam confusos em relação aos números 3 e 5. Lara divide em subconjuntos com cinco unidades em vez de cinco subconjuntos Alunos não percebem que os subconjuntos deveriam conter duas unidades cada

No Experimento II, em razão da grande dificuldade dos alunos com o modelo discreto, separamos a questão correspondente ao mesmo das demais questões da concepção parte-todo (modelo contínuo) e acrescentamos um exercício. O modelo discreto passou a ser abordado na **Questão 1G**, após as questões de modelo contínuo. Com isso, evitamos iniciar as atividades com uma questão difícil para os alunos e pudemos explorar um pouco mais o modelo discreto.

Na **Questão 1G** (Figura 7.2), o exercício da esquerda é mais simples e os alunos conseguiram resolvê-lo facilmente. Associando a fração  $1/2$  à metade das seis figuras, eles encontraram o resultado de que três elementos deveriam ser coloridos. No entanto, no caso da direita, surgiram problemas semelhantes aos do Experimento I. No **Protocolo 2**, mostramos o processo de resolução da questão.



**Figura 7.2** Questão 1G, abordando o modelo discreto da concepção parte-todo

<b>PROTOCOLO 2 - Fração como parte (modelo discreto), Experimento II</b>	
<b>Questão 1G: Colorir <math>1/2</math> e <math>3/5</math> de duas coleções de objetos</b>	
<p><i>Pesq:</i> Eu quero pintar só um meio das figurinhas. Quantas eu vou pintar?</p> <p><i>Suzana, Robson:</i> Três.</p> <p><i>Pesq:</i> Agora por que vocês pintaram três? Como vocês chegaram a essa resposta?</p> <p><i>Elisa:</i> Porque tem seis.</p> <p><i>Pesq:</i> Tem seis, então...</p> <p><i>Suzana:</i> Dividiu no meio.</p>	Alunos chegam rapidamente à resposta do primeiro exercício, dividindo a coleção de objetos na metade
<p><i>Pesq:</i> Então agora o do lado, agora eu quero três quintos. (Suzana conta cinco e cinco, passa um traço entre estes dois grupos.) No outro a gente dividiu em...</p> <p><i>Elisa:</i> Duas.</p> <p><i>Pesq:</i> A gente dividiu em dois grupos, colocou três e outro grupo com três. Mas aqui a gente quer três quintos, então a gente tem que dividir em quantos?</p>	Suzana tende a repetir procedimento do primeiro exercício, dividindo em dois subconjuntos, o que é incorreto neste caso
<p><i>Suzana:</i> Em três.</p> <p><i>Pesq:</i> Em três?</p> <p><i>Suzana:</i> Em dois?</p> <p><i>Elisa:</i> Em cinco!</p> <p><i>Pesq:</i> Em cinco, a gente tem que dividir em cinco grupos.</p>	Alunos dão valores aleatórios como resposta demonstrando não estarem compreendendo em quantos subconjuntos devem repartir as figuras
<p>(Elisa conta as figuras)</p> <p><i>Elisa:</i> Tem dez... a gente pega cinco. (Elisa separa cinco figuras)</p>	Elisa divide as figuras em dois grupos de cinco elementos em vez de cinco grupos de dois elementos

### **Necessidades dos alunos**

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo o modelo discreto da concepção de fração como parte, identificamos três necessidades dos mesmos em relação a este conceito, apresentadas na Tabela 7.10.

Questões como as apresentadas nesta seção, envolvendo a repartição de coleções de objetos, não são muito citadas na literatura como fontes de problemas. Nos experimentos realizados por [Da Silva, 1997], os alunos resolveram com facilidade questões deste tipo. Acreditamos que as dificuldades dos alunos no nosso experimento deveram-se ao fato desta representação não ter sido trabalhada em sala de aula pela professora, segundo seu próprio depoimento.

**Tabela 7.10** Necessidades dos alunos em relação ao modelo discreto de fração como parte

[NEC01] Compreender que o denominador da fração indica o número de subconjuntos a serem formados

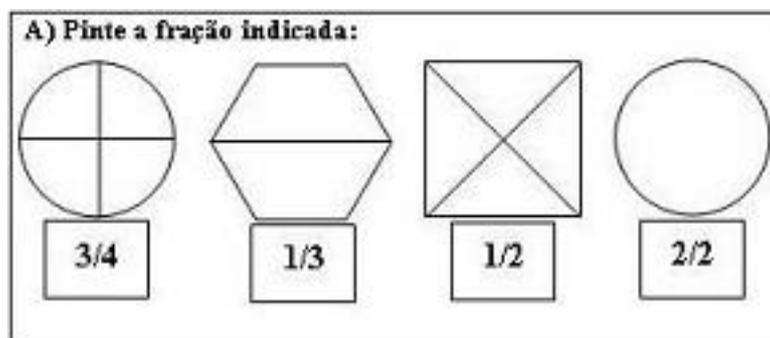
[NEC02] Compreender que a cardinalidade dos subconjuntos é uma informação implícita, derivada da divisão indicada pelo denominador da fração

[NEC03] Compreender que o numerador da fração indica o número de subconjuntos a serem separados

### 7.5.2 Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo contínuo - área)”

A abordagem do modelo contínuo (trabalhando com áreas de figuras) era mais familiar aos alunos que a do modelo discreto. Porém, nós exploramos alguns aspectos, descritos ao longo desta seção, que se revelaram complexos para os alunos.

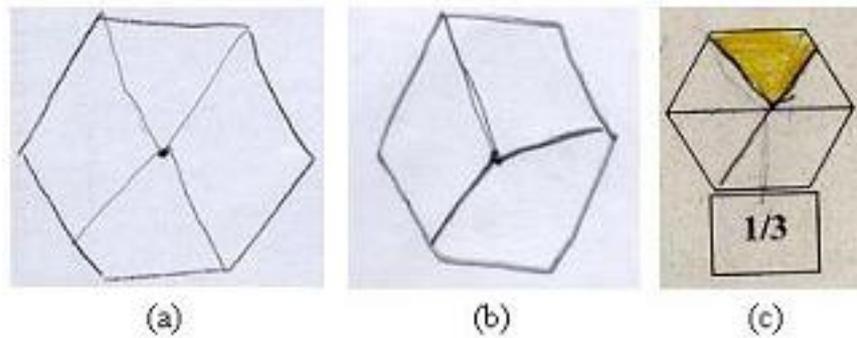
Na **Questão 1A** (Figura 7.3), introduzimos nas figuras geométricas linhas divisórias como fatores complicadores. Ao se depararem com tais divisões, os alunos tiveram dificuldade em abstrair as linhas e criar as divisões apropriadas.



**Figura 7.3** Questão do Experimento I sobre modelo contínuo (área) da concepção parte-todo

Eles também enfrentaram problemas para criar divisões em figuras menos comuns, como por exemplo, dividir um hexágono em três partes. Neste caso, as primeiras divisões feitas pelos alunos consistiram de três partes de tamanhos diferentes. Para ajudá-los, redesenhamos a figura sem a linha divisória dificultadora, mas ainda assim eles inicialmente não conseguiram encontrar a divisão correta, que fica mais fácil de ser feita partindo-se do centro da figura. Mesmo depois de a divisão ter surgido na folha de papel à parte em que estávamos trabalhando, os alunos não conseguiram reproduzi-la em suas fichas, como vemos na Figura 7.4.

No **Protocolo 3**, a seguir, ilustramos a dificuldade dos alunos para dividir o hexágono em três partes iguais.



**Figura 7.4** Tentativas de dividir um hexágono em três partes iguais, feitas por *Jonas* (a) e *Lara* (b), em papel à parte. Em (c), resposta final de *Jonas*

**PROTOCOLO 3 - Fração como parte (modelo contínuo - área), Experimento I**

**Questão 1A: Encontrar  $1/3$  de um hexágono**

<p><i>Pesq:</i> Tem essa figura e vocês têm que pintar um terço dela. Mas ela tá dividida em três?  <i>Jonas, Lara, Talita:</i> Não.  <i>Pesq:</i> Não... ela tá dividida em dois. Então essa divisão serve pra gente pintar?  <i>Jonas, Lara, Talita:</i> Não.  <i>Pesq:</i> Tem que fazer outra divisão, né? Como será que a gente pode pintar somente um terço da figura? Se essa divisão não prestar, pode fazer outra divisão na figura. A gente quer dividir ela em quantos?  <i>Jonas, Lara, Talita:</i> Em três.</p>	<p>Alunos não conseguem visualizar a divisão do hexágono em três partes</p>
<p><i>Pesq:</i> Então, se a gente esquecer que essa reta está aqui e dividir a figura em três? Como é que a gente faz? (<i>Lara</i> mostra uma divisão em três, porém em partes desiguais.) Aí ficou em quantas?  <i>Lara:</i> Em três.  <i>Pesq:</i> Em três, mas são três iguais?  <i>Lara:</i> Não.</p>	<p><i>Lara</i> faz uma divisão em três partes diferentes</p>

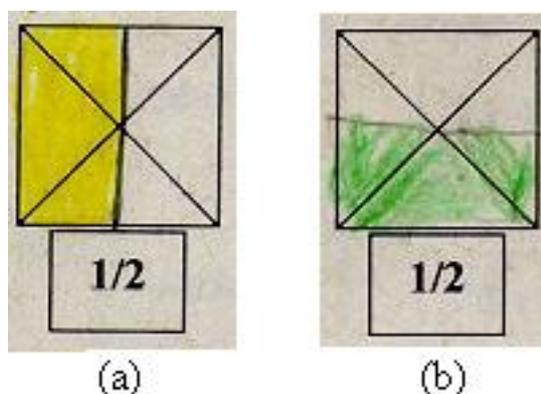
continua na próxima página

**Protocolo 3 – continuação da página anterior****Questão 1A: Encontrar 1/3 de um hexágono**

<p><i>Pesq:</i> E se a gente desenhá-la aqui de novo, mas sem essa linha que está atrapalhando aí? (Pesquisadora desenha a figura em outro papel). Ela é assim, não é? A figura? Como é que a gente pode dividi-la em três? A gente pode partir, digamos, do meio. Então, vamos fazer um pontinho aqui no meio (Pesquisadora marca com um ponto o centro da figura). E agora precisamos fazer traços para ela ficar dividida em três partes iguais. Podem tentar, aqui no papel, riscar à vontade.</p> <p><i>Lara:</i> Posso fazer aqui? (Lara pega papel)</p> <p><i>Pesq:</i> Pode! Se quiserem mais papel, tem aqui. (...) Como é que dá pra dividi-la em três?</p>	<p>Pesquisadora dá dicas para ajudar os alunos a dividir o hexágono e estimula as tentativas dos alunos no papel</p>
<p><i>Jonas:</i> Eu acho que eu já sei.</p> <p><i>Pesq:</i> Tenta! (...) Quantas partes tem aí?</p> <p><i>Jonas:</i> Quatro</p>	<p>Jonas divide o hexágono em quatro partes</p>

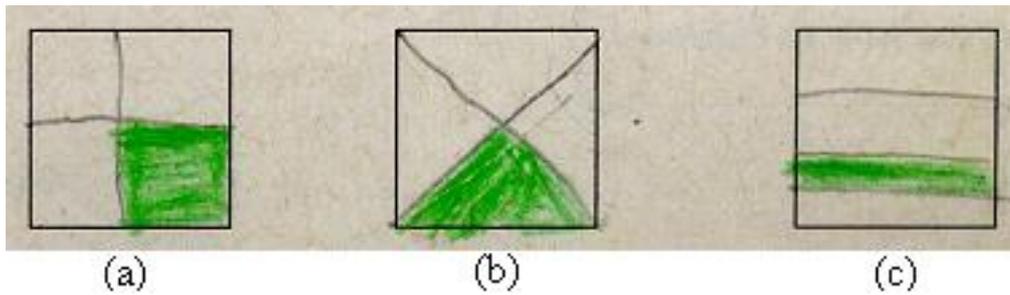
Percebemos que, mesmo com as nossas dicas, foi difícil para os alunos encontrar um modo de dividir a figura adequadamente, usando apenas lápis e papel.

Na figura seguinte do exercício (um quadrado), as linhas divisórias que introduzimos poderiam ter sido aproveitadas pelos alunos para pintar um meio da figura, mas como elas mostravam uma divisão pouco habitual, os alunos preferiram fazer sua própria divisão (Figura 7.5), não reconhecendo que o quadrado já estava dividido na metade.



**Figura 7.5** Divisões feitas por Lara (a) e Talita (b) para colorir um meio de um quadrado

A dificuldade para imaginar outras divisões além das mais comuns repetiu-se na questão seguinte (**Questão 1B**), na qual solicitamos aos alunos que encontrassem três formas distintas de se colorir um quarto de um quadrado. Os alunos rapidamente realizaram as duas divisões mais habituais (Figura 7.6, (a) e (b)), mas precisaram de ajuda para encontrar uma terceira maneira de dividir (como, por exemplo, a divisão mostrada na Figura 7.6, (c)).



**Figura 7.6** As três formas de colorir um quarto de um quadrado feitas por *Talita*

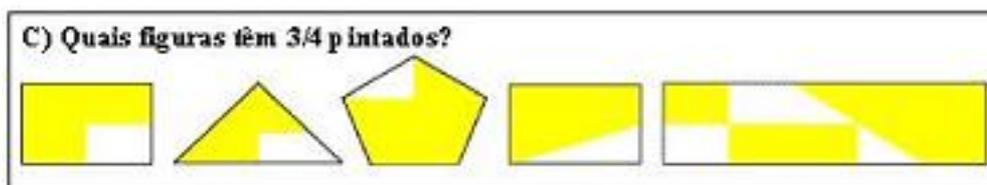
No **Protocolo 4**, a seguir, ilustramos a dificuldade dos alunos em imaginar novas divisões para o quadrado.

<b>PROTOCOLO 4 - Fração como parte (modelo contínuo - área), Experimento I</b>	
<b>Questão 1B: Encontrar <math>1/4</math> de um quadrado, de três formas distintas</b>	
<p><i>Pesq:</i> O primeiro quadrado, dividam em quatro, de algum jeito. Quatro partes iguais. Certo... E aí pinta o que?</p> <p><i>Jonas:</i> Uma.</p> <p><i>Pesq:</i> Uma só... e aí, será que tem outro jeito de dividir? (Alunos pensam, tentam riscar, apagam.) Tou vendo que todo mundo já conseguiu dois jeitos. E o terceiro? Será que tem outro jeito de dividir? (Lara mostra uma terceira divisão) Elas são iguais?</p> <p><i>Lara:</i> Não. (Lara faz outra divisão, mas é igual a uma das que ela já tinha feito e ela mesma percebe.)</p>	<p>Apenas com papel e lápis, alunos não conseguem imaginar uma terceira divisão para o quadrado, diferente das mais comuns</p>

A **Questão 1C** (Figura 7.7) também estimula o raciocínio sobre maneiras pouco habituais para se encontrar frações de áreas de figuras. Aqui, porém, as figuras já possuem partes coloridas e os alunos precisam descobrir em que casos há três quartos pintados.

Os alunos conseguiram reconhecer facilmente que a primeira figura tem três quartos pintados, pois através de uma divisão comum do retângulo em quatro, eles perceberam que três partes estão coloridas. Todas as outras figuras foram imediatamente rejeitadas pelos alunos, pois eles buscavam sempre identificar a relação entre partes pintadas e não pintadas imaginando as divisões comuns das figuras. Os alunos não conseguiram raciocinar sobre as frações pintadas devido ao fato de a coloração não mostrar divisões em partes iguais, para que eles pudessem contar o número de partes pintadas.

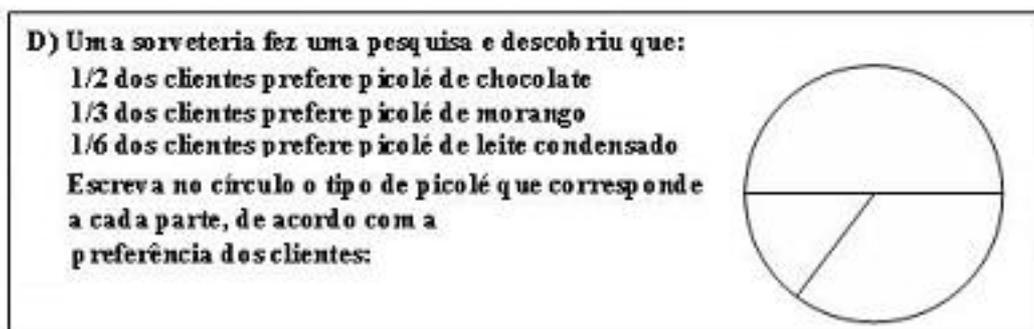
No **Protocolo 5**, a seguir, ilustramos a dificuldade dos alunos em conceber tais formas alternativas de representar três quartos das figuras.



**Figura 7.7** Questão 1C, que ilustra diversas maneiras de se colorir frações de áreas

<b>PROTOCOLO 5 - Fração como parte (modelo contínuo - área), Experimento I</b>	
<b>Questão 1C: Identificar quais figuras têm <math>3/4</math> pintados</b>	
<p><i>Pesq:</i> Essa primeira é um retângulo. Vocês acham que ela está com três quartos pintados?</p> <p><i>Jonas, Lara:</i> Tá.</p>	
<p><i>Pesq:</i> E a outra, de junto? Esse triângulo?</p> <p><i>Jonas, Lara:</i> Não.</p> <p><i>Pesq:</i> E o outro?</p> <p><i>Jonas, Lara:</i> Também não.</p> <p><i>Pesq:</i> Também não? Tem mais de três quartos ou tem menos?</p>	<p>Apenas com base na coloração das figuras, os alunos não conseguem imaginar divisões diferentes das habituais</p>
<p><i>Lara:</i> Tá errado.</p> <p><i>Pesq:</i> A divisão tá errada?</p> <p><i>Lara:</i> São partes desiguais.</p> <p><i>Pesq:</i> Hum... não tá dividido em partes iguais... E esse outro de junto?</p> <p><i>Jonas, Lara:</i> Também não.</p> <p><i>Pesq:</i> Também não? Qual é o problema dele?</p> <p><i>Lara:</i> Partes iguais também.</p>	<p>Alunos buscam divisões em partes iguais para identificar três quartos</p>

A **Questão 1D** (Figura 7.8) também trabalha a concepção parte-todo, porém insere uma situação-problema ligada a uma representação gráfica. Para resolver a questão, era esperado que os alunos comparassem as frações apresentadas e usassem a lógica e intuição para associar as frações às seções do círculo.



**Figura 7.8** Questão 1D, que explora a concepção de parte-todo no contexto de uma situação-problema

No **Protocolo 6**, a seguir, mostramos as dificuldades dos alunos para associar as frações às áreas do círculo.

<b>PROTOCOLO 6 - Fração como parte (modelo contínuo - área), Experimento I</b>	
<b>Questão 1D: Relacionar seções de um círculo a frações de situação-problema</b>	
<i>Pesq:</i> Qual a parte que vocês acham que são os que gostam de picolé de chocolate? É um meio... (Talita aponta para a menor parte) O pequenininho? (Lara aponta para a maior parte) O grande?	Alunos não conseguem associar as seções do círculo às frações
<i>Pesq:</i> (Lara tenta dividir o círculo ao meio na vertical.) Tu queres dividir assim? (Pesquisadora desenha no ar uma linha vertical). Se eu dividir assim (Pesquisadora desenha no ar uma linha horizontal) ou dividir assim (Pesquisadora desenha no ar uma linha vertical), dá no mesmo? (Lara confirma com a cabeça e mostra que a parte grande é um meio apontando no desenho.)	Lara quer dividir o círculo ao meio na vertical, pois não reconhece que já existe no desenho uma divisão horizontal que divide o círculo na metade
<i>Pesq:</i> Então vocês acham que um meio é essa parte de cima? E Jonas? Um meio... o que é que tu achas? É a parte maior, é a média ou a pequena? <i>Jonas:</i> A pequena. <i>Pesq:</i> A pequena? Um meio... lembra quando a gente dividiu aqui o quadrado em um meio? (Pesquisadora pega quadrado em papel e dobra na metade.) A gente dividiu ele na...? Na metade, não é isso? Se a gente pegar um círculo (Pesquisadora pega um círculo de papel), como é que eu posso dividi-lo na metade? (Jonas pega o círculo e dobra ao meio). Certo, então isso aqui é um...? <i>Jonas, Lara:</i> Meio.	Jonas precisa de uma representação à parte, usando dobraduras, para aceitar que um meio é a parte maior do círculo

**continua na próxima página**

**Protocolo 6 – continuação da página anterior****Questão 1D: Relacionar seções de um círculo a frações de situação-problema**

<p><i>Pesq:</i> Um meio do círculo. E aí na figura onde é que está um meio do círculo? (Alunos apontam para a seção correta do círculo.)</p>	
<p><i>Pesq:</i> Agora qual será a parte dos que gostam de morango? Que é um terço? A gente teria que dividir o círculo em quantas partes pra descobrir um terço?  <i>Jonas, Lara, Talita:</i> Três.  <i>Pesq:</i> Então...fica meio difícil de dobrar e acertar logo de primeira, mas como é que a gente poderia dividir ele em três? A gente pode fazer um pontinho no meio... como é que dá pra dividir em três? Tem outros ali pra testar, olha (Pesquisadora oferece vários círculos em papel para os alunos.). Alguém conseguiu dividir em três? (Alunos tentam. Jonas mostra uma divisão.)  <i>Pesq:</i> São todos iguais?  <i>Jonas:</i> Não.  <i>Pesq:</i> Tenta de novo, vira ele (o círculo em papel) do outro lado.  <i>Lara:</i> Tem um jeito?  <i>Pesq:</i> Tem. (Jonas mostra outra tentativa.) Tem quantas partes aí?  <i>Lara:</i> Quatro.  <i>Pesq:</i> Quatro. (Talita mostra uma tentativa.) Aqui ela até que dividiu em três, mas qual é o problema?  <i>Jonas, Lara:</i> Não são iguais.</p>	<p>Mesmo usando desenho, dobraduras e formas geométricas recortadas em papel, alunos não conseguem dividir o círculo em três partes iguais</p>

Percebemos que os alunos não tinham noção de ordenação de frações com denominadores diferentes. A grandeza dos denominadores levou os alunos a acharem que um sexto é maior que um terço e um meio. Jonas pensava que um meio era a menor fração e conseqüentemente a menor parte do círculo. Os alunos não associaram facilmente um meio à metade, mostrando que têm dificuldade em interpretar a fração como número. Usamos círculos recortados em papel e fizemos divisões em duas e três partes cada uma por vez, e assim eles descobriram a resposta pela comparação do tamanho das áreas.

Nesta questão, mais uma vez, apareceu a dificuldade de se dividir formas geométricas em partes iguais - um círculo em três partes, por exemplo. Tentamos usar dobraduras, mas elas eram difíceis de serem feitas neste caso, então usamos apenas desenho. Na Figura 7.9, vemos os resultados das tentativas de dividir círculos em três partes iguais.

A questão acabou perdendo o foco da comparação entre frações, pois os alunos tiveram muita dificuldade para relacionar as partes do círculo com os números. Isso foi feito de forma independente, em vez de enxergar uma relação entre as frações. Ou seja, foi usada comparação de áreas (as áreas desenhadas em um papel à parte com as áreas da figura na ficha) em vez de pensar em qual a maior fração para associar à maior área e assim por diante.



**Figura 7.9** Tentativas dos alunos de dividir círculos em três partes iguais

### Necessidades dos alunos

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo a abordagem de área do modelo contínuo da concepção de fração como parte, identificamos três necessidades dos mesmos em relação a este conceito, apresentadas na Tabela 7.13.

**Tabela 7.13** Necessidades dos alunos em relação à abordagem de área do modelo contínuo de fração como parte

---

[NEC04]	Realizar divisões de figuras que exigem um raciocínio espacial mais desenvolvido (como dividir um hexágono ou um círculo em três partes iguais)
[NEC05]	Explorar e reconhecer diversas formas, além das habituais, para determinar frações de áreas de figuras
[NEC06]	Visualizar a correspondência entre frações e diferentes tamanhos de seções da área de uma figura

---

As necessidades que identificamos confirmam pesquisas anteriores [Da Silva, 1997], que também constataram dificuldades dos alunos para lidar com a partição de figuras geométricas ao estudar frações (ver Capítulo 4, Seção 4.3).

### 7.5.3 Dificuldades com a concepção “fração como parte (modelo contínuo - volume e linear)”

As **Questões 1E** e **1F** também trabalham o modelo contínuo da concepção de fração como parte, porém explorando as abordagens de volume e linear, respectivamente.

Na **Questão 1E**, em que os alunos deviam separar um terço do conteúdo (areia) de uma garrafa, eles não apresentaram dificuldades para dividir a areia igualmente em três copos, mas hesitaram quando foram solicitados a nos entregar um terço da areia.

No **Protocolo 7**, a seguir, mostramos a insegurança dos alunos para conceber a quantidade de areia de cada copo como um terço da quantidade total de areia que havia na garrafa.

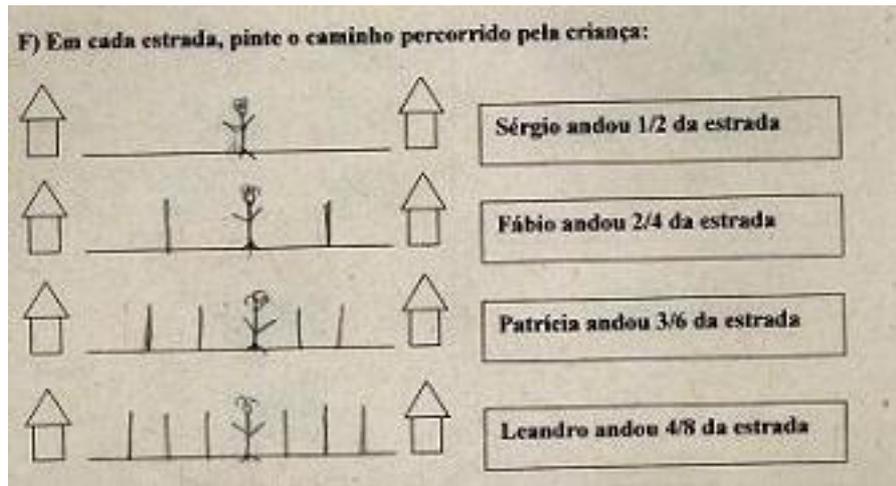
<b>PROTÓCOLO 7 - Fração como parte (modelo contínuo - volume), Experimento I</b>	
<b>Questão 1E: Separar 1/3 do conteúdo de uma garrafa</b>	
<p><i>Pesq:</i> (Alunos já dividiram a areia nos três copos) <i>Vocês têm que me dar um terço desta areia. E aí, o que é um terço? Me dêem um terço.</i> (Alunos hesitam.) <i>O que foi que vocês fizeram aí?</i></p> <p><i>Lara:</i> <i>Dividiu em três.</i></p> <p><i>Pesq:</i> <i>Dividiu a areia em...?</i></p> <p><i>Jonas, Lara, Talita:</i> <i>Três partes.</i></p> <p><i>Pesq:</i> <i>Em três partes. Então agora eu quero um terço.</i> (Lara pega um copo, compara com os outros, hesita, coloca de volta. Jonas pega um copo e entrega à pesquisadora.) <i>Certo, eu tenho aqui um copo. Se eu pegar esse outro copo também é um terço?</i></p> <p><i>Jonas, Lara:</i> <i>Não.</i></p> <p><i>Pesq:</i> <i>Não? Por quê?</i></p> <p><i>Lara:</i> <i>É.</i></p>	<p>Apesar de dividirem a areia corretamente, os alunos não conseguem associar que cada copo contém um terço da areia que havia na garrafa</p>

A **Questão 1F** (Figura 7.10) trabalha frações equivalentes, usando como apoio uma representação gráfica linear. Nesta questão os alunos devem identificar as posições de crianças que andaram frações de um caminho, representado por uma reta.

Os alunos facilmente identificaram a posição de cada criança nos caminhos mostrados na ficha, e desenharam os personagens do exercício em posições quase perfeitamente alinhadas (no sentido vertical), como deveria ser (Figura 7.10). Porém, ao resolver o exercício, os alunos não fizeram a correspondência entre as frações, tratando cada caso independentemente dos demais. Assim, quando perguntados “*quem andou mais?*”, eles responderam imediatamente que Leandro andou mais (a fração  $4/8$ , composta por dois números maiores que os outros, leva os alunos a pensar que representa uma grandeza maior). Ou seja, o desenho não foi suficiente para convencê-los de que as frações são equivalentes.

Tentamos reforçar este conceito usando pedrinhas para mostrar que um meio e dois quartos representavam a mesma quantidade de elementos, mas como eles não estavam familiarizados com a abordagem discreta, o material não ajudou.

No **Protocolo 8**, a seguir, mostramos as dúvidas dos alunos quanto à sua resposta, causadas pela deficiência no conceito de frações equivalentes.



**Figura 7.10** Resposta de *Lara* para a Questão 1F, com as crianças alinhadas em uma mesma posição vertical

<b>PROTOCOLO 8 - Fração como parte (modelo contínuo - linear), Experimento I</b>	
<b>Questão 1E: Identificar posições correspondentes a frações em uma reta</b>	
<p><i>Pesq:</i> Então, quem vocês acham que andou mais?</p> <p><i>Jonas, Talita:</i> Leandro!</p> <p><i>Pesq:</i> Leandro, que andou quatro oitavos? Mas pelo desenho de vocês, não está todo mundo no mesmo lugar não? (Alunos observam e hesitam.) É, né? Tá todo mundo no mesmo canto! Então isso quer dizer o que?</p> <p><i>Lara:</i> Tá errado.</p> <p><i>Pesq:</i> Não, tá certo.</p> <p><i>Lara:</i> Que tão todos no mesmo lugar.</p>	<p>Alunos não entendem que as frações são equivalentes, apesar de terem desenhado corretamente os personagens do exercício na mesma posição</p>

### **Necessidades dos alunos**

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo as abordagens de volume e linear do modelo contínuo da concepção de fração como parte, identificamos duas necessidades dos mesmos em relação a estes conceitos, apresentadas na Tabela 7.14.

Percebemos que os alunos mostram insegurança em relação à conservação de volume, que é um conceito necessário para se compreender a invariância de um volume mediante sua fragmentação [Lima, 2001].

**Tabela 7.14** Necessidades dos alunos em relação às abordagens de volume e linear do modelo contínuo de fração como parte

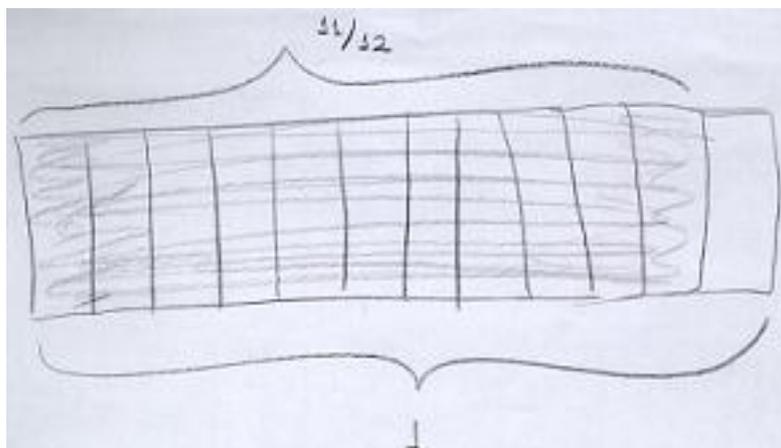
[NEC07] Conceber partes de um volume como frações do volume total original

[NEC08] Localizar frações equivalentes em uma reta

#### 7.5.4 Dificuldades com a concepção “fração como número”

Na segunda parte dos experimentos, foi trabalhada a concepção de fração como número. A **Questão 2A** pede que os alunos estimem o valor da soma  $11/12 + 17/18$ , escolhendo dentre cinco alternativas. Nesta questão, não estamos preocupados em testar se os alunos dominam os algoritmos envolvendo soma de frações, mas sim se eles conseguem compreender grandezas como  $11/12$  e  $17/18$ .

Nos experimentos, os alunos não souberam responder a esta questão e precisaram de muita ajuda até chegar à solução. Usamos desenhos (retângulos divididos em faixas, como mostrado na Figura 7.11) para visualizar que  $11/12$  e  $17/18$  eram ambos muito próximos do inteiro. No entanto, os alunos não parecem ter a noção de que frações como  $3/3$  são iguais a um inteiro e que  $11/12$  é uma fração menor que um inteiro.



**Figura 7.11** Nosso desenho para fazer os alunos visualizarem a grandeza  $11/12$

No **Protocolo 9**, a seguir, mostramos a dificuldade dos alunos em conceber as grandezas representadas pelas frações.

<b>PROTOCOLO 9 - Fração como número, Experimento I</b>	
<b>Questão 2A: Descobrir o valor aproximado da soma de <math>11/12</math> com <math>17/18</math></b>	
<p><b>Pesq:</b> Vocês acham que <math>11/12</math> é perto de 1, ou é bem pequenininho?</p> <p><b>Jonas:</b> É pequenininho.</p> <p><b>Pesq:</b> É pequenininho? Onze dozeavos? Vamos ver aqui (Pesquisadora pega folha de papel em branco), pra fazer onze dozeavos, a gente tem que dividir em quantas partes? Se eu tiver assim... vou fazer um retângulo (Pesquisadora desenha retângulo). E eu quero pegar onze sobre doze.</p> <p><b>Lara:</b> Divide em doze e pinta onze.</p> <p><b>Pesq:</b> (Pesquisadora divide o retângulo em doze partes.) Eu tenho doze partes e eu quero...?</p> <p><b>Lara:</b> Pintar onze.</p> <p><b>Pesq:</b> (Pesquisadora pinta onze partes.) Só vai sobrar uma, né? Quer dizer que isso aqui tudo é um inteiro, tá certo? Eu dividi o inteiro em...?</p> <p><b>Lara:</b> Doze.</p> <p><b>Pesq:</b> Doze partes. E peguei onze. Então isso aqui é 11 sobre 12. Esse 11 sobre 12, ele é perto do inteiro? Ou ele é uma parte pequenininha?</p> <p><b>Jonas:</b> Perto.</p>	<p>Alunos precisam de ajuda para conceber as grandezas representadas pelas frações</p>

Seguindo uma linha semelhante, a **Questão 2B** pede que os alunos encontrem uma fração entre  $1/2$  e  $3/4$ .

Mais uma vez, os alunos precisaram de muita ajuda. Desenhamos uma reta numerada e posicionamos as duas frações dadas pelo exercício. Os alunos foram dando sugestões de frações que estariam entre os dois valores, mas suas respostas não pareciam muito conscientes.

No **Protocolo 10**, a seguir, vemos mais uma vez a deficiência na noção de fração como número.

<b>PROTOCOLO 10 - Fração como número, Experimento I</b>	
<b>Questão 2B: Encontrar uma fração entre 1/2 e 3/4</b>	
<p><i>Pesq:</i> Agora será que a gente encontra uma fração que esteja aqui (Pesquisadora aponta para a linha desenhada), entre um meio e três quartos?</p> <p><i>Lara:</i> Um sobre dois?</p> <p><i>Pesq:</i> Um sobre dois é essa (Pesquisadora aponta pra fração 1/2. Jonas aponta para o traço que representa 1/4). Eu quero uma que esteja aqui, nesse espacinho (Pesquisadora aponta para o espaço entre as frações, na linha desenhada). Qual seria uma fração que estaria aqui?</p> <p><i>Lara:</i> Dois sobre dois.</p> <p><i>Pesq:</i> Dois sobre dois... Se eu quero dois sobre dois, eu dividi aqui em dois, o próximo é aqui (Pesquisadora aponta para o final da linha). Então dois sobre dois ele já está aqui, olha.</p>	<p>Alunos não têm a noção das grandezas representadas pelas frações</p> <p>Alunos dão valores aleatórios como resposta, sem refletir sobre os valores das frações</p>

### **Necessidades dos alunos**

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo a concepção de fração como número, identificamos duas necessidades dos mesmos em relação a este conceito, apresentadas na Tabela 7.15.

**Tabela 7.15** Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como número

[NEC09] Compreender que o valor da fração não é determinado pelo numerador ou denominador separadamente, mas que juntos eles formam um valor único
[NEC10] Conceber as grandezas representadas pelas frações

As necessidades identificadas confirmam as afirmações de [Davydov & Tsvetkovich, 1991] e [Hart, 1981] sobre as dificuldades das crianças em desvincular as frações dos números naturais e conseguir interpretá-las como um número (ver Capítulo 4, Seção 4.3).

### **7.5.5 Dificuldades com a concepção “fração como operador”**

A terceira parte dos experimentos trata da concepção de fração como operador. Na **Questão 3A** (Figura 7.12), uma máquina só deixa sair um terço de tudo que entra. Os alunos devem, portanto, calcular um terço das quantidades apresentadas.

Devido à familiaridade com dinheiro, os alunos preferiram adotar o raciocínio de que deveriam dividir a quantia apresentada entre três pessoas, e assim resolveram a questão mais facilmente do que pensando em encontrar um terço do valor. Enquanto insistíamos na pergunta “quanto é um terço de 600 reais?”, as crianças deram respostas erradas. Quando perguntamos



Figura 7.12 Questão 3A, em que os alunos devem calcular  $\frac{1}{3}$  dos valores de entrada

“se eu for dividir 600 reais para vocês três, cada um ganha quanto?”, as três crianças responderam corretamente. Ou seja, falta aos alunos a noção de que para encontrar um terço de 600 devemos dividir 600 por três.

No **Protocolo 11**, a seguir, mostramos a dificuldade dos alunos com a instrução para encontrar um terço de um valor.

#### PROTOCOLO 11 - Fração como operador, Experimento I

##### Questão 3A: Encontrar $\frac{1}{3}$ dos valores de entrada

<p><i>Pesq:</i> Aqui sai somente um terço dos 600 reais.  <i>Lara:</i> Tira um.  <i>Pesq:</i> Tira um o que?  <i>Lara:</i> 100 reais.  <i>Pesq:</i> 100 reais é um terço de 600? Como é que a gente acha um terço?  <i>Jonas:</i> Tirando três?  <i>Pesq:</i> Três o que?  <i>Jonas:</i> 300 reais.  <i>Pesq:</i> 300 dá um terço de 600? Ou é a metade?</p>	<p>Alunos não chegam à conclusão de que para achar um terço de uma quantidade numérica, é preciso dividi-la por três</p>
<p><i>Jonas, Lara:</i> A metade.  <i>Pesq:</i> Quanto é um terço de 600 reais? (...) Se eu tenho 600 reais e eu vou dar pra vocês três, cada um vai ganhar quanto?  <i>Jonas:</i> 200.  <i>Pesq:</i> 200, muito bem. Então 200 é um terço de 600. Aí na saída, o que é que vocês vão desenhar?  <i>Jonas:</i> 200 reais.</p>	<p>Alunos não resolvem a questão dentro da concepção de operador, mas seguindo um raciocínio mais familiar (negociações com dinheiro)</p>

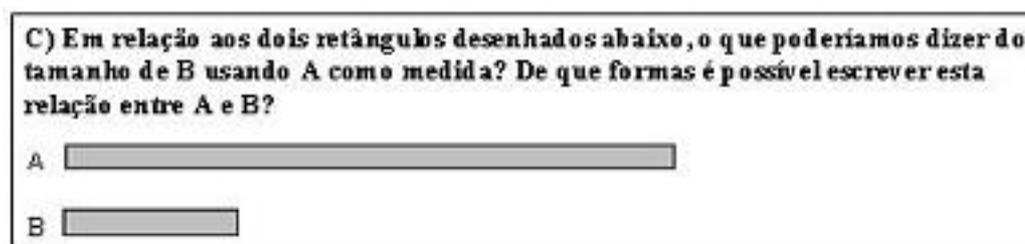
A **Questão 3B** também explorou a concepção de operador, porém os alunos tiveram mais dificuldades. A questão pedia que os alunos encontrassem o valor em minutos de três quartos de uma hora. Os alunos não seguiram o raciocínio de encontrar três quartos de 60 minutos.

Usamos um relógio analógico como recurso auxiliar, mas não foi eficiente, pois as crianças não eram suficientemente familiarizadas com o relógio para visualizar a hora como um círculo inteiro representando 60 minutos, e fracioná-la. Os alunos deram algumas respostas ligadas à fração  $3/4$ , como três horas e quarenta minutos, ou quatro horas. Foi necessário ir explicando passo a passo para que eles chegassem à resposta.

No **Protocolo 12**, a seguir, percebemos a dificuldade dos alunos na questão.

<b>PROTOCOLO 12 - Fração como operador, Experimento I</b>	
<b>Questão 3B: Encontrar <math>3/4</math> de uma hora</b>	
<p><i>Pesq:</i> Quantos minutos eu demorei, se foram três quartos de uma hora?</p> <p><i>Jonas:</i> Três horas e quarenta minutos?</p> <p><i>Pesq:</i> Foram três quartos de uma hora. Olha, aqui tem um relóginho, vamos pensar. (Pesquisadora pega relógio analógico.) Uma hora é quando dá o que aqui?</p>	Alunos não conseguem operar para encontrar três quartos de uma hora e acham que a resposta deve estar ligada aos números 3 e 4, que compõem a fração
<p><i>Lara:</i> 60 minutos.</p> <p><i>Pesq:</i> 60 minutos, é uma volta inteira, né? Aqui, os tracinhos, cada um é um minuto, então tem 60 minutos. Como é que eu vejo três quartos de hora? Quantos minutos são?</p> <p><i>Lara:</i> Quatro horas.</p>	Alunos não têm familiaridade com o relógio analógico

A **Questão 3C** ainda trata da concepção operador, mas usando uma representação gráfica, como mostrado na Figura 7.13.



**Figura 7.13** Questão 3C, em que os alunos devem relacionar os tamanhos de dois retângulos

Para esta questão, usamos como recurso auxiliar as barras Cuisinaire. As crianças gostaram de mexer com o material. Fizemos algumas tentativas de comparação com barras de diferentes tamanhos. O material ajudou a visualizar a relação entre os retângulos do exercício e chegar à resposta: os alunos usaram as barrinhas como medida para encontrar a relação entre A e B.

A maior dificuldade dos alunos nesta questão foi expressar esta relação. Mesmo utilizando as barrinhas Cuisinaire, os alunos se confundiam para expressar o tamanho de uma barra em relação a outra. No **Protocolo 13**, a seguir, ilustramos as dificuldades dos alunos para expressar relações com frações.

<b>PROTOCOLO 13 - Fração como operador, Experimento I</b>	
<b>Questão 3C: Expressar tamanho de um retângulo em relação a outro</b>	
<p><i>Pesq: Será que B é metade? Vamos fazer um exercício aqui. (Pesquisadora pega barras Cuisinaire.) (...)</i></p> <p><i>Lara: Dá três.</i></p> <p><i>Pesq: Será que dá três? Vamos ver, tem algum que dê três aqui da laranja? (Alunos manipulam as barrinhas) Tá quase, né? Podem testar aí, eu nem sei se tem, viu? (Lara tenta as barras roxas, não dá certo.) Vê o verde e o azul (Jonas e Lara posicionam três verdes sobre o azul). Deu certo, né? Então, esse verdinho, ele é quanto do azul?</i></p>	<p>Pesquisadora estimula uso do material</p> <p>Alunos exploram material</p>
<p><i>Jonas, Lara, Talita: Três.</i></p> <p><i>Pesq: Três? Ele é quanto DO azul? O azul são três dele, mas o verde é... quanto do azul?</i></p> <p><i>Jonas: Um.</i></p> <p><i>Pesq: Um o que?</i></p> <p><i>Lara: Um terço.</i></p> <p><i>Pesq: Exatamente. E aqui, A e B? Será que B é um meio, um terço, um quarto... como é que a gente consegue descobrir isso? (Talita procura uma barrinha do tamanho de B e coloca uma verde embaixo do desenho de B.) Tá quase, né? Dá pra fazer uma aproximação aqui com as barras, como é que a gente faria? (Lara coloca 3 barras verdes sob A. Talita e Jonas usam apenas uma barra verde como medida e vão marcando as divisões em A.) E aí?</i></p> <p><i>Jonas: Três.</i></p> <p><i>Pesq: Três, né? Quer dizer que B é quanto de A?</i></p> <p><i>Jonas: Três terços.</i></p> <p><i>Pesq: Cabem três B em A. Então B é quanto de A? É que fração de A?</i></p> <p><i>Lara: Um sobre três.</i></p>	<p>Alunos têm dificuldade para expressar as relações entre A e B em forma de fração</p> <p>Alunos chegam à resposta com a ajuda do material</p>

Na **Questão 3D** (Figura 7.14) temos ainda o uso de fração como operador, desta vez no contexto de receitas culinárias. Como no caso da máquina de dinheiro, o contexto ajudou muito os alunos a acharem as respostas.

Os alunos resolveram a questão por cálculos mentais, sem maiores dificuldades, seguindo o raciocínio de que era preciso achar a metade de cada quantidade. Como era esperado, a parte mais difícil foi encontrar metade de meia dúzia de ovos, mas com alguma ajuda os alunos chegaram ao resultado correto, como mostrado no **Protocolo 14**.

D) Para fazer um bolo, quero usar apenas meia receita. Quanto devo usar de cada ingrediente?	
1 receita	1/2 receita
500 gramas de farinha	
1 xícara de leite	
300 gramas de açúcar	
1/2 dúzia de ovos	

**Figura 7.14** Questão 3D, em que os alunos devem encontrar as medidas para metade de uma receita

PROTOCOLO 14 - Fração como operador, Experimento I	
Questão 3D: Encontrar as medidas de meia receita culinária	
<p><i>Pesq:</i> E agora, meia dúzia de ovos. A receita inteira pede meia dúzia, mas eu só quero meia receita.</p> <p><i>Jonas, Talita:</i> Seis.</p> <p><i>Pesq:</i> Seis ovos é quanto de uma dúzia? Uma dúzia são quantos?</p> <p><i>Jonas:</i> Doze.</p> <p><i>Pesq:</i> Meia dúzia?</p> <p><i>Talita:</i> Seis.</p> <p><i>Pesq:</i> Doze é uma dúzia, meia dúzia são seis, mas meia dúzia é a receita inteira, eu só quero meia receita.</p> <p><i>Lara:</i> Três.</p>	<p>A única dificuldade enfrentada nesta questão foi para encontrar metade de meia dúzia, mas com um pouco de ajuda os alunos resolveram mentalmente</p>

### Necessidades dos alunos

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo a concepção de fração como operador, identificamos duas necessidades dos mesmos em relação a este conceito, apresentadas na Tabela 7.17.

Estes resultados confirmam os dados de [Da Silva, 1997], que também detectou as dificuldades dos alunos para relacionar medidas usando frações (ver Capítulo 4, Seção 4.3).

**Tabela 7.17** Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como operador

[NEC11] Expressar relações fracionárias entre grandezas (como ‘o retângulo B mede um terço do retângulo A’)

[NEC12] Encontrar uma fração de uma grandeza

### 7.5.6 Dificuldades com a concepção “fração como razão”

A quarta e última parte dos experimentos abordou a concepção de fração como razão. Na **Questão 4A** (Figura 7.15), os alunos devem pensar nas relações entre as quantidades de bolas pretas e cinza em cada recipiente e ordená-los de acordo com estas razões.

A) Dados os recipientes com bolas representados nas figuras abaixo, responda as questões: Qual a chance de se retirar uma bola cinza no recipiente 3? Como ordenar os recipientes da menor para a maior chance de se conseguir uma bola cinza? É possível calcular em quanto aumentamos nossas chances de retirar uma bola cinza, ao comparar os recipientes 2 e 5?

	<b>Recipiente 1</b> 9 bolas pretas		<b>Recipiente 2</b> 6 bolas pretas 2 bolas cinza		<b>Recipiente 3</b> 10 bolas pretas 5 bolas cinza
	<b>Recipiente 4</b> 6 bolas pretas 6 bolas cinza		<b>Recipiente 5</b> 4 bolas pretas 12 bolas cinza		<b>Recipiente 6</b> 8 bolas cinza

**Figura 7.15** Questão 4A, que aborda razões entre quantidades

Os alunos tiveram muita dificuldade para perceber as relações entre a quantidade de bolas de uma cor e o total de bolas. Para ordenar os recipientes, os alunos usaram o critério do recipiente que tinha o maior número absoluto de bolas cinza em vez daquele que tinha uma razão maior entre bolas cinza e pretas. No **Protocolo 15**, a seguir, mostramos a tendência dos alunos a se guiarem pelo número absoluto de bolas de uma determinada cor.

#### PROTÓCOLO 15 - Fração como razão, Experimento I

##### Questão 4A: Ordenar recipientes de acordo com as razões entre os seus elementos

*Pesq:* Se vocês fossem pegar todos esses recipientes e dizer qual é o que eu tenho a maior chance de tirar uma bola cinza, qual será o que eu tenho a maior chance?

*Jonas:* O 5.

*Pesq:* O 5? O que vocês acham? E esse recipiente 6 aí?

Alunos escolhem recipiente com maior número absoluto de bolas cinza como aquele em que existe a maior chance de se tirar uma bola cinza

**continua na próxima página**

**Protocolo 15 – continuação da página anterior****Questão 4A: Ordenar recipientes de acordo com as razões entre os seus elementos**

<p><i>Lara: Tem oito bolas cinza.</i></p> <p><i>Pesq: Tem oito bolas cinza. Qual é minha chance de tirar uma bola cinza do recipiente 6?</i></p> <p><i>Jonas, Lara: Oito.</i></p> <p><i>Pesq: Tem alguma chance de eu tirar uma bola que não seja cinza?</i></p> <p><i>Jonas, Lara, Talita: Não.</i></p> <p><i>Pesq: Não, porque todas são cinza! Então é 100% certo que se eu puxar uma bolinha desse recipiente ela vai ser... ?</i></p> <p><i>Jonas, Lara: Cinza.</i></p> <p><i>Pesq: Então qual é o recipiente em que eu tenho a maior chance de tirar uma bola cinza?</i></p> <p><i>Lara: É o 6.</i></p>	
<p><i>Pesq: E entre o 2 e o 3, qual será o que eu tenho a maior chance?</i></p> <p><i>Lara: O 3.</i></p> <p><i>Pesq: O 3...porque eu tenho cinco em quinze...você acham que é o 3? Cinco chances em quinze é melhor que duas chances em oito?</i></p> <p><i>Lara: É porque tem mais bolas pretas...e cinco bolas cinza...e aqui tem duas bolas cinza e seis bolas pretas..</i></p>	<p>Alunos não conseguem comparar as razões 5/15 e 2/8</p> <p>Alunos visualizam as quantidades de bolas independentemente umas das outras e não estabelecem uma relação</p>

**Necessidades dos alunos**

A partir das principais dificuldades apresentadas pelos alunos nas questões envolvendo a concepção de fração como razão, identificamos duas necessidades dos mesmos em relação a este conceito, apresentadas na Tabela 7.19.

**Tabela 7.19** Necessidades dos alunos em relação à concepção de fração como razão

[NEC13] Estabelecer relações entre quantidades e expressá-las como razões
[NEC14] Comparar razões

Com esta questão do nosso experimento, confirmamos dados da literatura que mostram que os alunos muitas vezes escolhem o numerador ou o denominador da fração para determinar a grandeza da mesma [Hart, 1981] *apud* [Da Silva, 1997].

**7.5.7 Compilação dos resultados**

Em resumo, as principais dificuldades identificadas nos experimentos foram:

- **Fração como parte - modelo discreto:** tendo pouca familiaridade com esta representação, as crianças apresentaram muitas dificuldades para compreender como dividir uma

coleção de objetos em subconjuntos de mesma cardinalidade. O maior problema foi o fato de o número de objetos em cada subconjunto não ser uma informação explícita neste tipo de questão;

- **Fração como parte - modelo contínuo (abordagem de área):** os alunos compreendiam o modelo contínuo, mas surgiram dificuldades para lidar com divisões diferentes das habituais e figuras menos comuns, como hexágonos. Imaginar formas diferentes de dividir e conseguir dividir certas figuras em partes iguais foram problemas recorrentes ao longo dos exercícios;
- **Fração como número:** em várias questões da ficha de atividades, ficou clara a deficiência dos alunos em conceber a fração como um número, e não como uma junção de dois números independentes. Tal deficiência surgiu em questões que envolviam ordenação, comparação e equivalência de frações. A própria leitura da fração como “*um sobre dois*”, “*dois sobre três*” e assim por diante, indica uma interpretação dos alunos da fração como dois números separados;
- **Fração como operador:** os alunos mostraram-se perdidos quando solicitados a realizar operações para encontrar uma fração de uma grandeza numérica.
- **Interação entre os alunos:** percebemos que houve pouca colaboração entre os alunos, apesar de termos estimulado o debate e a cooperação entre eles. As crianças pareciam ter medo de dar uma opinião errada e sempre se dirigiam a nós para saber se estavam certas. As alunas Talita e Elisa, de desempenho mais fraco em sala de aula, participaram menos das atividades. No entanto, quando uma atividade específica precisava ser feita por uma pessoa, como a leitura de um enunciado ou a divisão da areia nos copos (**Questão 1E**), eles se revezavam e davam a vez a todos.

Na Tabela 7.20, mostramos todas as necessidades identificadas na pesquisa, correspondentes às dificuldades sumarizadas acima.

Tabela 7.20: Necessidades dos alunos

Concepção de fração	Necessidades dos alunos
Fração como parte (modelo discreto)	[NEC01] Compreender que o denominador da fração indica o número de subconjuntos a serem formados [NEC02] Compreender que a cardinalidade dos subconjuntos é uma informação implícita, derivada da divisão indicada pelo denominador da fração [NEC03] Compreender que o numerador da fração indica o número de subconjuntos a serem separados
Fração como parte (modelo contínuo - área)	[NEC04] Realizar divisões de figuras que exigem um raciocínio espacial mais desenvolvido (como dividir um hexágono ou um círculo em três partes iguais)

**continua na próxima página**

**Necessidades dos alunos – continuação da página anterior**

<b>Concepção de fração</b>	<b>Necessidades dos alunos</b>
	[NEC05] Explorar e reconhecer diversas formas, além das habituais, para determinar frações de áreas de figuras [NEC06] Visualizar a correspondência entre frações e diferentes tamanhos de seções da área de uma figura
Fração como parte (modelo contínuo - volume e linear)	[NEC07] Conceber partes de um volume como frações do volume total original [NEC08] Localizar frações equivalentes em uma reta
Fração como número	[NEC09] Compreender que o valor da fração não é determinado pelo numerador ou pelo denominador separadamente, mas que juntos eles formam um valor único [NEC10] Conceber as grandezas representadas pelas frações
Fração como operador	[NEC11] Expressar relações fracionárias entre grandezas (como ‘o retângulo B mede um terço do retângulo A’) [NEC12] Encontrar uma fração de uma grandeza
Fração como razão	[NEC13] Estabelecer relações entre quantidades e expressá-las como razões [NEC14] Comparar razões

**7.5.8 Proposta inicial**

A partir da análise dos dados do Experimento I, elaboramos uma proposta inicial de um produto para atender a algumas das necessidades identificadas.

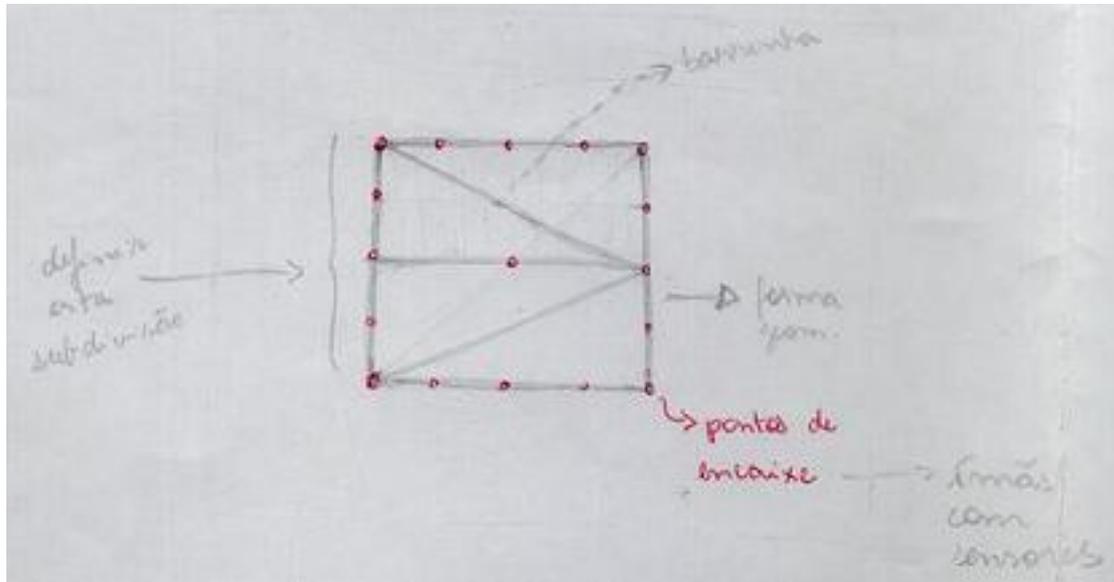
Esta primeira proposta surgiu das dificuldades enfrentadas pelos alunos para lidar com divisões de figuras geométricas, que representam uma etapa no trabalho com frações, dentro do modelo contínuo da concepção parte-todo. Tais dificuldades foram identificadas nas questões 1A, 1B, 1C e 1D, durante o Experimento I (ver Seção 7.5.2). O objetivo do material é facilitar o processo de divisão das figuras em seções iguais e estimular a exploração e descoberta de maneiras pouco comuns de se fazer esta divisão.

A interface tangível que propomos consiste de um conjunto formado de dois tipos de componentes:

- formas geométricas planas regulares (círculos, quadrados, retângulos, triângulos, pentágonos, hexágonos...), dotadas de pontos de encaixe espalhados ao longo de seu contorno;
- varetas retráteis a serem posicionadas sobre as formas geométricas, encaixando-se nelas e dividindo-as em subáreas.

As formas geométricas seriam dotadas de sensores de maneira que, a cada vareta encaixada, as subáreas formadas seriam iluminadas por cores iguais (para subáreas de mesmo tamanho)

ou diferentes (para subáreas de tamanhos diferentes), guiando o aluno. Na Figura 7.16, vemos um rascunho inicial desta primeira proposta, com um quadrado com seus pontos de encaixe e três varetas posicionadas.



**Figura 7.16** Rascunho inicial da primeira proposta de interface

Para particionar figuras através de desenhos, os alunos precisam fazer mentalmente um planejamento anterior das divisões que irão realizar, o que torna o raciocínio mais difícil. A nossa intenção é que o aluno possa manipular as formas e as varetas com liberdade e flexibilidade, explorando diversos tipos de divisões mais facilmente do que ele seria capaz usando apenas lápis e papel.

Esta proposta atenderia às necessidades [NEC04] e [NEC05] (ver Tabela 7.20), correspondentes à abordagem de área do modelo contínuo da concepção parte-todo.

Preparamos um protótipo de baixa fidelidade desta interface que foi testado no Experimento II com os alunos. Os resultados destes testes são apresentados na Seção 7.5.9.

### 7.5.9 Testes com protótipo

No Experimento II, testamos o impacto da solução apresentada na Seção 7.5.8. Para isso, criamos um protótipo de baixa fidelidade (ver Capítulo 6, Seção 6.8), composto por varetas e figuras geométricas em papel. Ao longo do experimento, o material foi apresentado e usado pelos alunos. Nesta seção, apresentamos os resultados deste processo.

Sugerimos aos alunos utilizar o material criado como auxílio para dividir um hexágono em três partes iguais, na resolução da **Questão 1A** da ficha de atividades. O material foi bem recebido pelos alunos, que se apropriaram dele rápida e facilmente. Usando as varetas, os alunos tiveram mais liberdade para testar várias divisões do hexágono até chegar à resposta correta. No **Protocolo 16**, a seguir, descrevemos o uso do material nesta questão, ilustrado

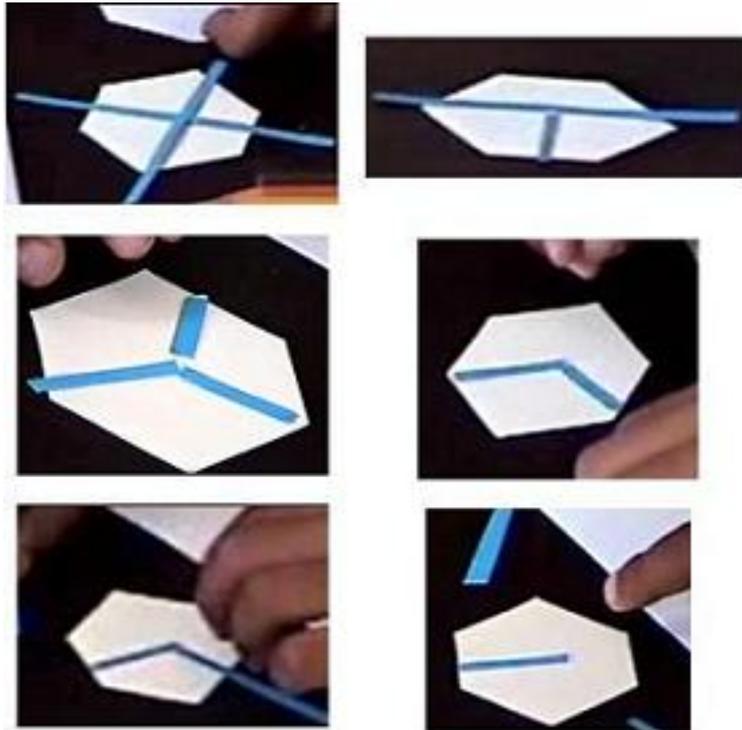
também na Figura 7.17.

<b>PROTOCOLO 16 - Fração como parte - modelo contínuo (área), Experimento II</b>	
<b>Questão 1A: Encontrar 1/3 de um hexágono</b>	
<p><i>Pesq:</i> Tem uma figura aqui, é a mesma forma, ela tem seis lados. (Pesquisadora mostra hexágono recortado em papel e oferece um a cada aluno). A gente pode riscar, pra tentar dividir em três e ver se fica igual, ou a gente pode usar umas varetinhas, pra tentar dividir</p>	<p>Pesquisadora apresenta varetas e hexágonos em papel aos alunos</p>
<p><i>Pesq:</i> (Pesquisadora usa varetinhas em papel e posiciona em cima da figura, começando a testar divisões) Assim eu dividi em...  <i>Suzana:</i> Quatro.  <i>Pesq:</i> Em quatro, não serve. A gente pode rasgar essas varetinhas, pra caber... a gente pode começar pelo centro da figura, olha (Pesquisadora vai demonstrando várias formas de usar as varetas. Alunos ficam atentos e ansiosos para mexer. Suzana pega uma forma e varetas antes de a pesquisadora acabar a explicação e começa a tentar também.) Vamos ver aqui, Suzana dividiu em três, mas será que é assim que a gente vai conseguir pegar um terço? Qual o problema aqui entre essa parte, essa e essa? (Pesquisadora aponta para as três partes da figura de Suzana)  <i>Suzana:</i> Essa é maior.</p>	<p>Pesquisadora demonstra uso do material, mostrando exemplos de divisões</p> <p>Pesquisadora rasga varetas para adaptá-las às figuras, mostrando às crianças que elas têm liberdade para manipular o material a gosto. Alunos começam a usar o material para chegar à resposta.</p>
<p><i>Pesq:</i> Então, ela já tá indo num caminho, ela dividiu em três, mas essa parte é maior então não serviu essa divisão. Se vocês preferirem também riscar, podem riscar aqui no papel, podem usar o que vocês quiserem. (Alunos continuam manipulando as varetinhas e as figuras. Suzana posiciona uma vareta do centro a um vértice). Isso é um bom primeiro passo, uma divisão indo de uma ponta pro centro. E agora? Como é que a gente poderia colocar outra barrinha? Como é que ela ia ficar? (Pesquisadora varia posição de outra barrinha na figura de Suzana.) Assim, assim, assim? (Robson posiciona corretamente duas barras) Aqui tá dividido em duas partes, então só falta colocar mais uma barrinha! (Elisa faz divisão em três, com partes desiguais.) Aí tá dividido em três. Mas aquela parte de lá tá menorzinha, né? Tem que mexer com as barrinhas pra deixar as três iguais. Opa, acho que temos duas divisões em três aí. (Robson e Elisa posicionaram as três barrinhas de forma quase correta). Será que estão iguais (as partes)?  <i>Suzana:</i> Não.</p>	<p>Pesquisadora dá opção às crianças de desenhar, mas elas preferem continuar com as varetas. Alunos e Pesquisadora manipulam as varetas até chegar à divisão correta</p>

continua na próxima página

**Protocolo 16 – continuação da página anterior****Questão 1A: Encontrar 1/3 de um hexágono**

*Pesq: Não? Se eu trazer essa barrinha um pouquinho mais pra cá (Pesquisadora ajeita uma barrinha de Robson) E o de Elisa está quase igual, é só puxar um pouquinho a barrinha, e temos a divisão em três!*



**Figura 7.17** Alunos usam o protótipo para tentar dividir o hexágono em três partes iguais

Percebemos que os alunos exploraram mais as possibilidades de divisões do hexágono no Experimento II, quando tiveram acesso ao material, do que no Experimento I, quando usaram apenas lápis e papel. A forma de interação por intermédio das varetas estimulou os alunos a testarem possibilidades que não surgiram no Experimento I. O material também facilitou o trabalho colaborativo, com o grupo todo interagindo para chegar à solução, mesmo manipulando individualmente o material.

Na **Questão 1B**, sugerimos o uso do protótipo para auxiliar os alunos a encontrar uma terceira forma de dividir um quadrado em quatro partes iguais, além das duas formas mais comuns às quais os alunos já estão habituados. No **Protocolo 17** e na Figura 7.18, ilustramos o uso do material nesta questão.

<b>PROTOCOLO 17 - Fração como parte - modelo contínuo (área), Experimento II</b>	
<b>Questão 1B: Encontrar <math>1/4</math> de um quadrado, de três formas distintas</b>	
<i>Pesq:</i> (Todos os alunos chegam às duas divisões mais comuns, falta a terceira. <i>Elisa</i> tenta riscar, <i>Robson</i> só pensa. A pesquisadora posiciona uma barrinha no quadrado pra induzir outra divisão.)	Alunos têm dificuldade para imaginar uma terceira divisão
<i>Pesq:</i> <i>Se eu botar uma barrinha aqui? Como é que a gente poderia colocar outras barrinhas pra dividir ele em quatro?</i> ( <i>Elisa</i> posiciona uma barrinha) <i>Aqui tá em três...</i> ( <i>Suzana</i> apresenta um desenho, mas está dividido em três. Ela acrescenta uma divisão, mas as partes não estão iguais. <i>Elisa</i> desenha a divisão que estávamos tentando induzir.) <i>Muito bem, olha lá!</i> (Pesquisadora reproduz com as barrinhas) <i>Assim, ficaram quantas partes?</i> <i>Suzana, Robson, Elisa:</i> <i>Quatro.</i> <i>Pesq:</i> <i>São iguais?</i> <i>Suzana, Robson, Elisa:</i> <i>São.</i>	Pesquisadora usa as varetas para ajudar os alunos. Alunos mexem com as varetas e desenharam no papel também
<i>Suzana:</i> <i>Eu posso fazer deitado ou em pé, de qualquer jeito?</i> <i>Pesq:</i> <i>Pode fazer deitado ou em pé?</i> <i>Suzana:</i> <i>Sei lá...</i> <i>Pesq:</i> <i>É a mesma coisa, não é?</i> (Pesquisadora gira o quadrado com as barrinhas, mostrando que tanto faz.)	Pesquisadora usa material para responder à dúvida de <i>Suzana</i> sobre possíveis diferenças entre divisões verticais ou horizontais do quadrado. O material mostrou-se flexível para responder à dúvida da aluna
<i>Suzana:</i> <i>Gostei dessas barrinhas!</i>	<i>Suzana</i> expressa satisfação com o material



**Figura 7.18** Alunos usam protótipo para encontrar uma terceira divisão para o quadrado

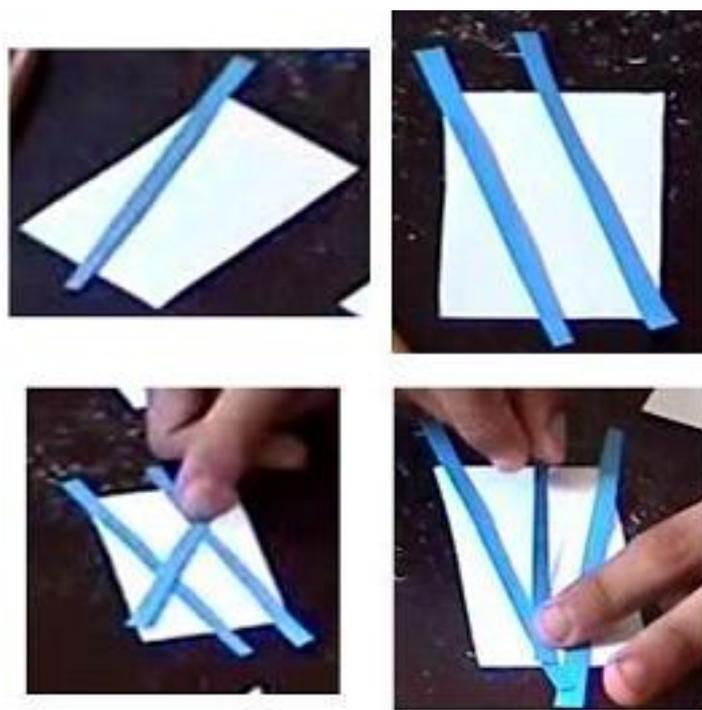
Nesta questão, os alunos integraram o uso do material e o desenho para explorar as divisões do quadrado. Ao final da resolução, o material mostrou-se útil para ajudar a responder a dúvida de *Suzana*, que acabou descobrindo mais duas formas (e não apenas uma) de dividir o quadrado em quatro partes iguais (através linhas paralelas verticais e linhas paralelas horizontais).

Na **Questão 1C**, novamente usamos o protótipo para ajudar os alunos a visualizar formas pouco comuns de dividir as figuras. No **Protocolo 18** e na Figura 7.20, ilustramos o uso do material nesta questão, especificamente para descobrir se o retângulo mostrado na Figura 7.19 possui  $3/4$  pintados.



**Figura 7.19** Retângulo da Questão 1C. Os alunos precisam descobrir se ele possui  $3/4$  pintados

<b>PROTOCOLO 18 - Fração como parte - modelo contínuo (área), Experimento II</b>	
<b>Questão 1C: Identificar quais figuras têm <math>3/4</math> pintados</b>	
<p><i>Pesq:</i> E o de junto agora, o retângulo (menor)? Vamos fazer um teste aqui. (Pesquisadora pega um retângulo em papel e as barrinhas). A gente podia dizer que tem uma barrinha fazendo assim nele (Pesquisadora posiciona sobre o retângulo uma barrinha, reproduzindo a divisão entre as partes pintada e não-pintada da figura.) Será que tem um jeito de dividir este retângulo em quatro usando esta divisão? (Alunos riscam nas suas fichas.)</p> <p><i>Suzana:</i> Assim?</p> <p><i>Pesq:</i> (Pesquisadora reproduz com as barrinhas a divisão de Suzana) Assim? Ficou em quatro?</p> <p><i>Suzana, Robson, Elisa:</i> Não.</p>	<p>Pesquisadora usa as varetas para ajudar os alunos a imaginar divisões para o retângulo. Material facilita a exploração de possíveis divisões</p>
<p><i>Suzana:</i> Ficou em três.</p> <p><i>Pesq:</i> Eu acho que está faltando então uma barrinha aqui.</p> <p><i>Elisa:</i> No meio.</p>	
<p><i>Pesq:</i> (Pesquisadora oferece retângulo e barrinhas para os alunos mexerem. Elisa posiciona mais uma barrinha, mas todos logo percebem que as partes ficaram diferentes. Suzana pega a barrinha e faz outra tentativa.) Assim? Ficaram quatro, mas estão diferentes. (Elisa tenta outra divisão, mas que também não satisfaz aos três. Pesquisadora risca com lápis a posição da primeira barrinha.) Como eu faço uma parte igual a essa aqui em cima? (Pesquisadora aponta para parte superior do retângulo. Suzana risca e faz a divisão.)</p>	<p>Material facilita o trabalho em grupo e a interação entre os alunos</p>



**Figura 7.20** Alunos manipulam protótipo para descobrir se retângulo da ficha possui  $\frac{3}{4}$  pintados

Nesta questão, mais uma vez o material facilitou a exploração de possíveis divisões das figuras e estimulou o trabalho em grupo. O material se presta também a auxiliar o facilitador a dar explicações e dicas aos alunos durante o processo de resolução.

#### 7.5.10 Conclusões

No Experimento II, confirmamos as necessidades dos alunos em relação a cada uma das concepções de fração, identificadas no Experimento I. As dificuldades repetiram-se e não surgiram novos problemas, o que nos leva a crer que a realização dos experimentos com dois grupos de três alunos foi suficiente para atingir os nossos objetivos. As maiores contribuições trazidas pelo Experimento II foram, portanto, os resultados dos testes preliminares realizados com o protótipo da interface proposta. O material teve uma boa aceitação por parte dos alunos, que passaram a usá-lo com naturalidade como recurso auxiliar em várias situações. Alunos e pesquisadora beneficiaram-se do material para resolver e explicar as questões, respectivamente. A introdução deste material facilitou muito a colaboração entre as crianças, que tinha sido pouca no Experimento I. Em relação às alunas com desempenho mais fraco em sala de aula, percebemos que a participação de *Elisa*, no Experimento II, foi maior do que a participação de *Talita* no Experimento I. Acreditamos que o uso do material tenha facilitado a participação de *Elisa*.

Em resumo, os principais benefícios obtidos com o uso do material foram:

- Estímulo à exploração de divisões de figuras;
- Facilidade de manipulação, dando maior liberdade aos alunos para explorar divisões;
- Recurso útil para dar dicas e explicações aos alunos;
- Estímulo ao trabalho colaborativo;
- Interesse, satisfação e participação dos alunos.

Estes benefícios auxiliaram a amenizar as seguintes necessidades dos alunos:

- [NEC04] Realizar divisões de figuras que exigem um raciocínio espacial mais desenvolvido (como dividir um hexágono ou um círculo em três partes iguais);
- [NEC05] Explorar e reconhecer diversas formas, além das habituais, para determinar frações de áreas de figuras.

Os resultados positivos obtidos nos testes preliminares com o protótipo nos permitiram levar a proposta à frente. No Capítulo 8, descrevemos em detalhes a interface tangível gerada a partir destas idéias iniciais, seguindo as diretrizes de *design* apresentadas na Seção 7.1 e buscando atender aos requisitos elicitados no trabalho de campo (Seção 7.2 e Seção 7.3).



## Interface tangível proposta

*Cada qual que o curta como bem entender. Ou não. Aliás, as regras estão aí mesmo para serem desrespeitadas.*

— CHICO BUARQUE (brasileiro, compositor, cantor e escritor, sobre o Ludopédio, jogo criado por ele)

Neste capítulo, apresentamos nossa proposta de uma interface tangível, a *Partes&Bits*, para aprendizagem de frações no Ensino Fundamental brasileiro. Descrevemos e avaliamos o artefato de acordo com os critérios apresentados no Capítulo 3, e mostramos como ele atenderia às diretrizes, requisitos e necessidades elicitados através de nossa pesquisa qualitativa (apresentados no Capítulo 7). Por fim, consideramos alguns desafios de implementação.

### 8.1 Visão geral da interface

A interface *Partes&Bits*, que descrevemos neste capítulo é uma extensão da proposta inicial apresentada no Capítulo 7, Seção 7.5.8. O foco é no modelo contínuo da concepção de frações como partes de um todo. Os experimentos realizados (ver Capítulo 7) revelaram dificuldades dos alunos para lidar com divisões de figuras geométricas, durante o estudo de frações de áreas. Muitas vezes, os alunos acostumam-se à forma visual das repartições tradicionais e têm dificuldade em lidar com divisões pouco comuns. O principal objetivo da interface é ajudar os alunos a explorar, descobrir e visualizar diferentes formas de dividir figuras geométricas planas e associar as seções formadas a frações. A concepção parte-todo permite uma introdução do conceito de fração para crianças menores, preparando-as para compreender posteriormente os números racionais.

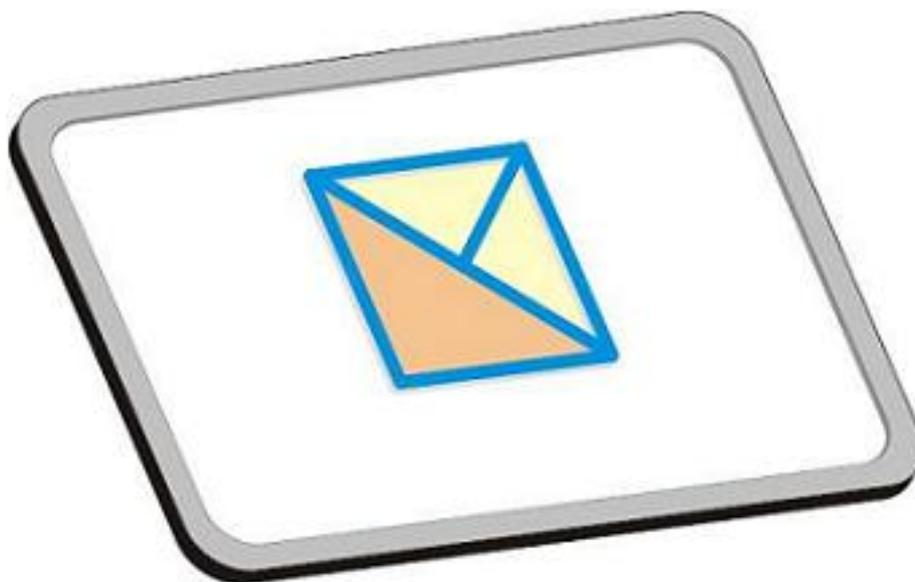
A interface é especialmente recomendada para alunos de 3ª e 4ª série, fase em que as crianças ainda estão no estágio das operações concretas e já estão estudando frações, mas poderia ser adaptada a qualquer série do Ensino Fundamental, dependendo do uso dado à mesma pelas professoras.

A interface tangível que propomos consiste de um conjunto formado de:

- varetas retas, de extremidades arredondadas, retráteis e conectáveis umas às outras;
- varetas curvas, de extremidades arredondadas, também conectáveis;
- tabuleiro de aproximadamente 40 x 30 centímetros.

As varetas poderiam ser usadas para montar figuras geométricas planas (círculos, quadrados, retângulos, triângulos, pentágonos, hexágonos...) e fazer divisões das mesmas. Estas figuras poderiam ser posicionadas livremente sobre o tabuleiro.

Quando as varetas fossem posicionadas sobre o tabuleiro, este detectaria se foi formada uma figura fechada sobre sua superfície. Esta figura seria considerada como o inteiro, e para cada vareta que fosse encaixada no interior da figura, o tabuleiro calcularia as subáreas formadas. As subáreas seriam iluminadas por uma mesma cor (se forem de mesmo tamanho) ou por cores diferentes (se forem de tamanhos desiguais), como ilustrado na Figura 8.1.



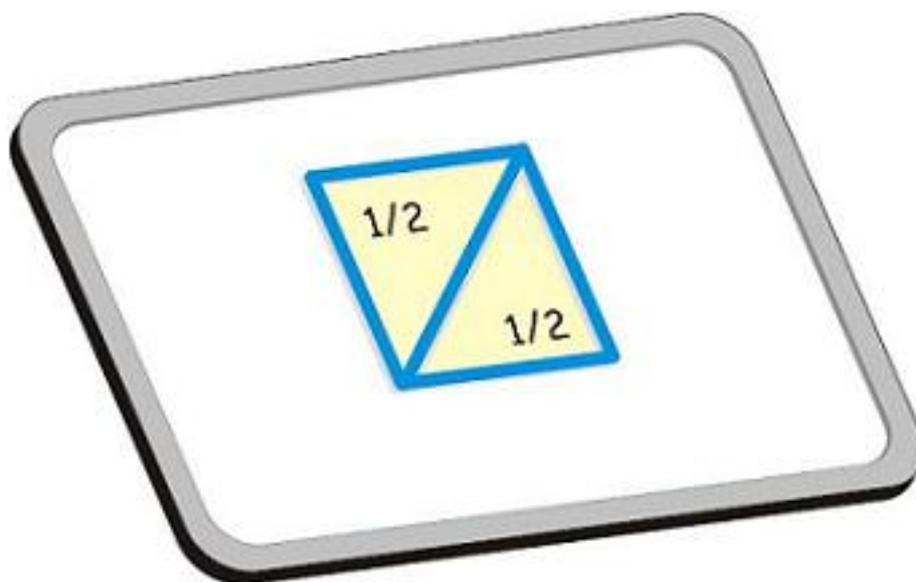
**Figura 8.1** Ilustração do funcionamento de *Partes&Bits*: exemplo em que as áreas formadas sobre o tabuleiro têm tamanhos diferentes (Arte: Fábio Caparica)

Além de iluminar as áreas, o tabuleiro também emitiria um sinal sonoro para cada área, os quais seguiriam a regra anterior: os sons seriam iguais ou diferentes de acordo com o resultado da comparação entre os tamanhos das áreas formadas. Estes sons seriam emitidos no momento da formação das áreas, mas se o aluno quisesse ouvi-los novamente, bastaria pressionar um botão na lateral do tabuleiro. Esta funcionalidade seria especialmente destinada a crianças com deficiência visual: comparando os sinais sonoros, elas poderiam obter da ferramenta informações sobre o número de áreas formadas e seus tamanhos, que elas poderiam sentir também por meio do tato. Os sinais sonoros poderiam ser desabilitados, através de um botão de liga/desliga na lateral do tabuleiro.

Uma terceira funcionalidade do tabuleiro consistiria em exibir, sobre cada área formada, a fração correspondente a ela. Por exemplo, um quadrado dividido ao meio teria as frações  $1/2$  exibidas sobre cada uma das duas partes, como na Figura 8.2. A cada divisão formada pela colocação ou retiro de varetas, o tabuleiro calcularia e exibiria os novos valores. Esta funcionalidade também deve estar disponível em áudio, na forma de uma gravação prévia que recite as frações.

Uma chave de seleção na lateral do tabuleiro deve permitir a escolha do modo de operação da interface de acordo as seguintes opções:

- sem dicas (o tabuleiro não mostra cores nem números);



**Figura 8.2** O tabuleiro de *Partes&Bits* poderia exibir as frações correspondentes às áreas formadas (Arte: Fábio Caparica)

- dicas sobre os tamanhos das áreas através das cores;
- exibição das frações sobre as áreas.

A nossa intenção é que o aluno possa manipular as varetas com liberdade e flexibilidade, formando as figuras geométricas planas que desejar, e explorando diversos tipos de divisões mais facilmente do que ele seria capaz usando apenas lápis e papel. Vários conceitos envolvendo frações podem ser trabalhados com *Partes&Bits*. Algumas sugestões são mostradas na Seção 8.2.

Em relação à nossa proposta inicial, *Partes&Bits* traz as seguintes melhorias:

- os alunos têm toda liberdade para criar suas próprias formas geométricas, em vez de receber figuras prontas;
- a própria montagem da figuras já é um exercício para os alunos;
- a quantidade de figuras que podem ser formadas é muito maior e não está restrita a formas regulares;
- os alunos podem montar várias formas iguais para compará-las, sem restrição do número de exemplares de cada forma geométrica que viria no conjunto proposto inicialmente;
- o uso do tabuleiro incentiva o trabalho em grupo: as crianças precisam trabalhar em um mesmo tabuleiro, enquanto que se estivessem lidando com as formas independentemente, poderiam se isolar mais facilmente;
- foi introduzido *scaffolding* com vários níveis.

Nesta seção, sugerimos atividades que podem ser realizadas utilizando *Partes&Bits*. Indicamos ao longo da descrição que necessidades dos alunos (identificadas na análise dos ex-

perimentos - Capítulo 7, Seção 7.5) poderiam ser atendidas em cada caso.

Lembramos, no entanto, que a ferramenta é totalmente flexível e adaptável ao interesse e criatividade de alunos e professoras.

## 8.2 Aplicações didáticas

### Exploração livre

Os alunos devem ser estimulados a manipular a ferramenta sem um objetivo definido, para adquirir intimidade com a mesma. Muitos resultados podem surgir da interação dos alunos com a interface, pois eles mesmos podem descobrir fatos interessantes e usos não imaginados pelo projetista para o produto.

### Partição de figuras

*Partes&Bits* tem aplicação direta em atividades que exigem divisão de figuras geométricas. Por meio da interface, crianças podem montar figuras diversas e testar diferentes formas de dividi-las, inclusive descobrindo figuras e divisões pouco comuns. A interface pode informar se as subáreas formadas pelas divisões são iguais ou não, guiando as crianças em seus testes. Dessa forma, os alunos podem encontrar frações de áreas e trabalhar seu raciocínio espacial.

As questões 1A até 1D da ficha de atividades usada nos experimentos (ver Apêndice C e Apêndice D) são exemplos de exercícios que poderiam ser resolvidos com o suporte de *Partes&Bits*.

#### Necessidades atendidas:

- [NEC04] Realizar divisões de figuras que exigem um maior raciocínio espacial
- [NEC05] Explorar e reconhecer diversas formas, além das habituais, para determinar frações de áreas de figuras

### Formação do inteiro

A noção do inteiro pode ser facilmente trabalhada com *Partes&Bits*. Os alunos podem dividir as formas geométricas e depois retirar as divisões feitas, observando a partição e formação do inteiro.

#### Necessidades atendidas:

- [NEC06] Visualizar a correspondência entre os diferentes tamanhos das seções da área de uma figura e frações
- [NEC10] Conceber as grandezas representadas pelas frações

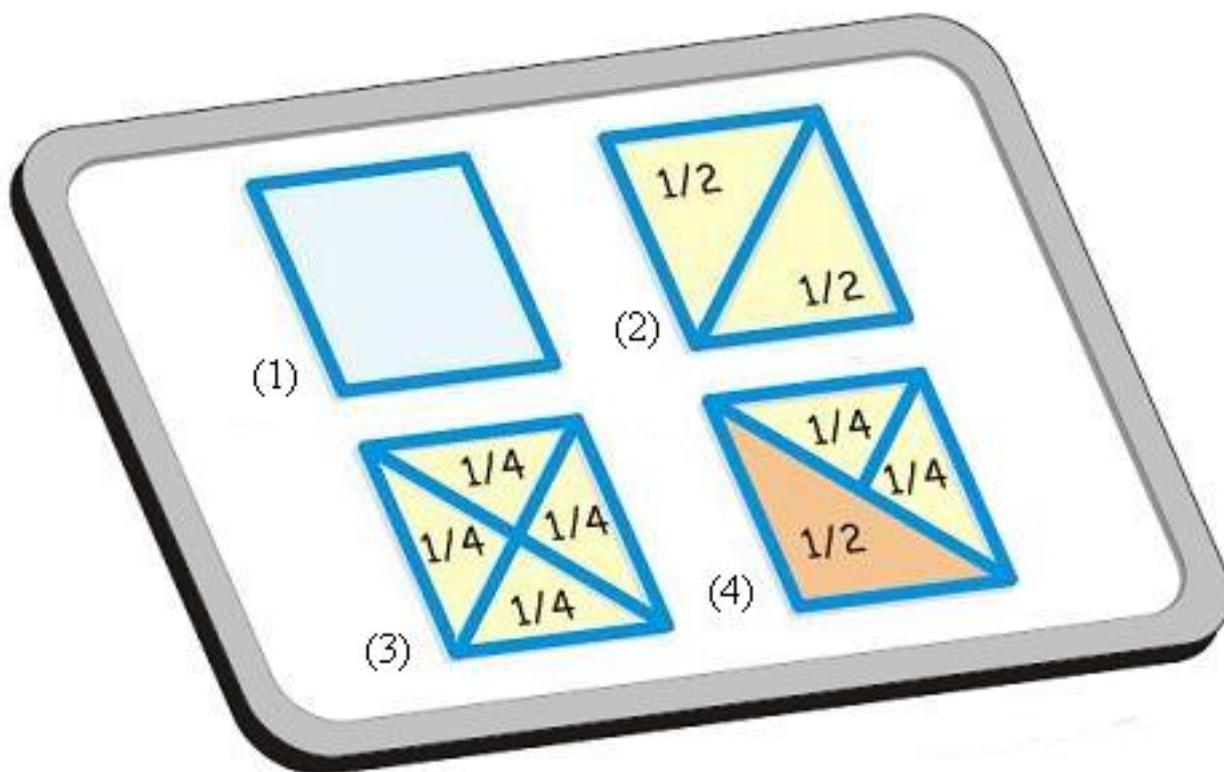
### Comparação e equivalência de frações

*Partes&Bits* pode ser usada também para comparar frações, especialmente usando-se a funcionalidade da interface que exhibe as frações correspondentes a cada subárea.

Por exemplo, poderia ser trabalhado o conceito de equivalência usando-se a representação por área. A professora usaria a interface para fazer os alunos perceberem áreas equivalentes à união de subáreas menores. Na Figura 8.3, vemos um exemplo de como

trabalhar o conceito de equivalência de frações usando *Partes&Bits*. A professora poderia seguir os seguintes passos:

1. Pedir aos alunos que construam um quadrado, por exemplo (Figura 8.3 (1));
2. Pedir aos alunos que dividam o quadrado em duas partes iguais. A interface então mostraria que cada subárea corresponde a  $1/2$  do quadrado (Figura 8.3 (2));
3. Pedir aos alunos que dividam cada subárea em duas partes iguais. A interface mostraria que cada subárea agora corresponde a  $1/4$  do quadrado (Figura 8.3 (3));
4. Fazer os alunos brincarem com a interface colocando e retirando as varetas divisórias para perceber como duas subáreas de  $1/4$  correspondem à subárea  $1/2$  (Figura 8.3 (4));
5. Realizar com os alunos a soma das duas subáreas de  $1/4$ , concluindo que a subárea  $2/4$  corresponde à mesma área que  $1/2$ .



**Figura 8.3** Uso de *Partes&Bits* para trabalhar equivalência de frações

Equivalência de frações na verdade é um aspecto derivado da comparação de frações de forma geral. Assim, da mesma forma como ilustramos o uso de *Partes&Bits* para tratar de frações equivalentes, outros exercícios de comparação podem ser feitos (ordenação de frações, por exemplo). A questão 1D da ficha de atividades (ver Apêndice C) é um caso em que os alunos precisam ter uma noção de valores relativos das frações, a qual poderia ser construída com o suporte do *Partes&Bits*.

**Necessidades atendidas:**

- [NEC06] Visualizar a correspondência entre os diferentes tamanhos das seções da área de uma figura e frações
- [NEC10] Conceber as grandezas representadas pelas frações
- [NEC12] Encontrar uma fração de uma grandeza

**Soma e subtração de frações**

A noção de equivalência de frações é necessária para a realização de soma e subtração de frações, que também podem ser trabalhadas usando-se *Partes&Bits* como ferramenta de apoio. A seguir damos um exemplo de atividade:

1. Professora apresenta a soma  $1/2 + 1/4$  à turma;
2. Professora sugere que alunos representem a fração  $1/2$  na interface (construir figura e dividi-la);
3. Professora sugere que, a partir da figura construída, alunos encontrem a fração  $1/4$ ;
4. Usando a noção de equivalência, professora mostra que a fração  $1/2$  pode ser expressa como  $2/4$ ;
5. Professora sugere que alunos façam a soma inicial usando  $2/4$  ao invés de  $1/2$ ;
6. Professora mostra resultado  $(3/4)$  usando as figuras feitas pelos alunos na interface, fazendo-os visualizar a soma como três subáreas de  $1/4$  ou uma subárea de  $1/2$  mais uma subárea de  $1/4$ .

Os alunos devem ser estimulados a seguir um procedimento semelhante sem o auxílio da professora para resolver outras somas. O caso da subtração é análogo.

### 8.3 Avaliação da interface

Nesta seção, fazemos uma avaliação das características da interface *Partes&Bits* de acordo com critérios e classificações usados no Capítulo 3 para analisar as interfaces tangíveis para Educação encontradas na literatura.

Podemos dizer que *Partes&Bits* encaixa-se na categoria “**TUI como entrada e GUI como saída**”, definida por [Zuckerman et al., 2005], com o diferencial de que a interface gráfica neste caso não é representada pelo computador pessoal, mas provida pelo próprio sistema.

Trata-se de uma interface com **incorporação próxima**: a saída (informação visual mostrada no tabuleiro), fortemente acoplada à entrada, ocorre “perto” dos objetos de entrada (varetas).

A interface é **expressiva**, pois através dela os usuários podem criar representações de suas idéias, verificando a consistência e veracidade de suas suposições. A interface não apresenta metáforas de associação ao mundo real (interface sem **nenhuma metáfora**).

A interação com *Partes&Bits* pode variar entre os estilos *readiness-to-hand* e *presence-at-hand*. Em algumas situações, o foco da atenção do aluno pode estar dirigido diretamente à ferramenta (**present-at-hand**). Porém, após um certo período de uso e para algumas atividades, o uso da ferramenta pode se tornar tão automático que o aluno passa a usá-la como simples

apoio sem estar concentrado especificamente nela, passando a ter uma interação do tipo *ready-to-hand*.

A Tabela 8.1 mostra uma avaliação de *Partes&Bits* de acordo com aspectos definidos no Capítulo 3, os quais consideramos fundamentais para interfaces tangíveis para Educação úteis, efetivas e adequadas ao contexto onde serão inseridas. Usamos a mesma simbologia do Capítulo 3 - a interface é avaliada de acordo com três níveis de satisfação, representados pelos símbolos:

-  - indica que o artefato atende à exigência correspondente;
-  - indica que o artefato não atende à exigência correspondente;
-  - indica que há uma tentativa de atender àquela exigência, porém não totalmente satisfatória, do nosso ponto de vista.

**Tabela 8.1** Avaliação da interface proposta, de acordo com os principais aspectos considerados na análise de sua utilidade, efetividade e adequação ao contexto de uso

Exigência	<i>Partes&amp;Bits</i>
Independência do PC	
Acessibilidade	
Interface simples	
Uso colaborativo	
Adequação ao currículo	
Adequação física à sala de aula	
<i>Scaffolding</i> e diferentes níveis de dificuldade	
Engajamento do usuário	??

Consideramos que o formato e o funcionamento propostos para *Partes&Bits* seria adequado à sala de aula. A interface seria independente do computador pessoal, portátil e prática de ser movimentada, guardada em armários e distribuída entre os alunos. Além disso, *Partes&Bits* teria uma interface simples e fácil de usar: a interação se daria fundamentalmente por meio da manipulação das varetas e as funcionalidades disponíveis seriam habilitadas por botões de seleção nas laterais do tabuleiro. As respostas do tabuleiro às ações dos usuários seriam automáticas. *Partes&Bits* permitiria facilmente o uso colaborativo e não seria necessário haver um exemplar por aluno.

Através de interação por meio de áudio e tato, *Partes&Bits* permitiria o acesso de crianças com deficiência visual. Crianças com deficiência auditiva não seriam prejudicadas, pois teriam a parte visual para interagir. Crianças com dificuldades motoras poderiam precisar de ajuda para montar as figuras, mas o uso da interface poderia também funcionar como um estímulo ao desenvolvimento de coordenação motora.

Como não foram realizados testes com as crianças, não podemos avaliar o impacto de *Partes&Bits* em relação ao engajamento dos usuários, mas acreditamos, pelos resultados das nossas pesquisas, que os aspectos concreto e lúdico da interface são fatores que contribuem significativamente para o interesse das crianças.

*Partes&Bits* traria a possibilidade de diferentes níveis de dificuldade, com o fornecimento ou não de dicas aos alunos. Porém, consideramos que este *scaffolding* é limitado e poderia ser mais elaborado. No entanto, a introdução de mais funcionalidades demandaria um maior custo e, provavelmente, tornaria a interface mais complexa.

Como já foi citado anteriormente, a proposta de *Partes&Bits* é adequada ao currículo das escolas brasileiras, especialmente no Ensino Fundamental, durante o qual são apresentados os primeiros conceitos de frações.

## 8.4 Diretrizes e Requisitos

Nesta seção, relembremos as diretrizes de *design* apresentadas no Capítulo 7, mostrando como a nossa interface pode atender às mesmas. As diretrizes 1 e 4 foram agrupadas por serem atendidas por uma mesma característica da interface.

Algumas diretrizes, ao serem seguidas, também satisfazem requisitos elicitados durante a pesquisa. Nestes casos, os requisitos são indicados como atendidos. Os requisitos que não são automaticamente contemplados pelas diretrizes de *design* são posteriormente listados.

### 1. Usar mídias inovadoras (com novas ferramentas, podemos realizar novas tarefas e ver o mundo com outros olhos) & 4. Prover representações multisensoriais para contemplar diferentes estilos de aprendizagem e necessidades diversas

As crianças estão acostumadas a realizar suas tarefas escolares usando lápis e papel. A combinação de multimídia e concretude que propomos permite que outros sentidos das crianças sejam engajados nas atividades, ajudando-as a raciocinar. *Partes&Bits* permitiria que as crianças explorassem com mais liberdade as figuras geométricas e suas frações, expandindo sua visão sobre as possíveis formas de repartir as figuras e lidar com as frações de áreas. Além disso, ao prover uma interação através de vários sentidos, a interface permitiria o acesso de usuários com deficiências.

#### Requisitos atendidos:

- [REQ DIVERSIDADE DE REPRESENTAÇÕES E MÍDIAS]
- [REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]

### 2. Ser robusto: o produto deve ser resistente, de forma que as crianças não tenham receio de fazer “coisas erradas”

As varetas do *Partes&Bits* devem ser feitas de madeira ou plástico resistente e ímãs nas

extremidades. O tabuleiro também deve ser feito de material resistente e toda a parte eletrônica deve ficar embutida.

**Requisito atendido:**

- [REQ RESISTÊNCIA DO MATERIAL]

**3. Ser significativo mesmo se energia não estiver sendo fornecida**

Mesmo sem bateria, *Partes&Bits* poderia ser usado. Ainda que com vários recursos desativados, as crianças continuariam podendo explorar a construção e divisão de formas geométricas com as varetas, já que esta manipulação não depende de energia.

**5. Suportar *scaffolding* progressivo**

*Partes&Bits* suportaria crescimento através de múltiplos níveis cognitivos através da possibilidade de regular a ajuda fornecida pela interface. *Partes&Bits* poderia informar se as áreas formadas são iguais e as frações que elas representam da área total, ou poderia não dar nenhuma dica ao usuário.

**Requisitos atendidos:**

- [REQ CERTA INDEPENDÊNCIA DO TUTOR]
- [REQ SCAFFOLDING]

**6. Prover um contexto para reflexão, evitando a dicotomia certo/errado**

*Partes&Bits* poderia encorajar o pensamento pluralístico na exploração dos conteúdos, sugerindo que estratégias e soluções múltiplas são possíveis. Para encontrar frações de áreas, as crianças teriam diversas possibilidades, não existiria apenas uma resposta certa. Chegar à “resposta certa” não é o objetivo principal da interface, mas sim permitir exploração e raciocínio que expandam a visão da criança e a façam chegar a uma forma de resolver a questão através de caminhos e estratégias por ela construídos.

**Requisito atendido:**

- [REQ ESTÍMULO AO RACIOCÍNIO]

**7. Facilitar conexões pessoais, conectando as ferramentas, atividades e representações aos interesses e experiências prévias dos alunos**

A manipulação concreta de varetas proposta em *Partes&Bits* é intuitiva e lúdica para as crianças. A sugestão de construir formas geométricas conectando as varetas remete às atividades de montagem comuns em brincadeiras infantis e atividades escolares.

**Requisito atendido:**

- [REQ LIGAÇÃO TEORIA-PRÁTICA]

**8. Permitir uso colaborativo**

*Partes&Bits* seria uma interface facilmente utilizada em pequenos grupos. As crianças poderiam trabalhar sobre um mesmo tabuleiro, construindo em conjunto as formas geométricas e suas partições, trocando opiniões e colaborando para chegar a uma solução.

**Requisito atendido:**

- [REQ USO COLABORATIVO]

**9. Coincidir e sincronizar entrada e saída**

Em *Partes&Bits*, a manipulação e o retorno ao usuário ocorreriam no mesmo espaço e ao mesmo tempo, independentemente de computadores pessoais.

**10. Permitir a modelagem de estruturas abstratas**

As peças que comporiam a interface *Partes&Bits* não possuiriam uma associação fixa definida com nenhum objeto específico. A criança estaria, portanto, livre para modelar estruturas e criar analogias próprias.

**Requisito atendido:**

- [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]

**11. As peças devem poder ser conectadas e usadas de diversas maneiras**

As peças de *Partes&Bits* poderiam ser usadas livremente pelas crianças. Não haveria restrições quanto à montagem das figuras, ficando ao gosto dos usuários.

**Requisito atendido:**

- [REQ FLEXIBILIDADE PARA CRIAÇÃO DE ATIVIDADES]

**REQUISITOS ADICIONAIS**

A seguir, apresentamos os demais requisitos que seriam atendidos pela nossa interface.

**[REQ ADEQUAÇÃO DO MATERIAL AOS CONTEÚDOS]**

O estudo de frações é parte integrante dos currículos escolares brasileiros, sendo iniciado no primeiro ciclo do Ensino Fundamental. A concepção parte-todo é a primeira abordagem de frações feita nas escolas, por ser mais compreensível para crianças menores. Portanto, a interface *Partes&Bits* é adequada ao currículo previsto.

**[REQ SEGURANÇA DO USUÁRIO]**

As pontas arredondadas das varetas evitam acidentes causados por objetos pontiagudos, que seriam um possível risco apresentado pelo produto. A parte eletrônica deve estar embutida e transparente ao usuário.

**[REQ NÍVEL DE ÁUDIO]**

*Partes&Bits* deve possuir regulagem de volume para permitir o ajuste ao barulho do ambiente.

**[REQ PESO DO MATERIAL]**

Os componentes de *Partes&Bits* devem ser feitos de madeira ou plástico resistente e suficientemente pesado, evitando que as peças sejam levadas pelo vento.

**[REQ INTERFACE SIMPLES]:** a interface de *Partes&Bits* é simples e fácil de usar. A manipulação das varetas é algo natural para as crianças, e a resposta do sistema é automática. A professora deve apenas escolher entre os três níveis de *scaffolding* ajustando um seletor na lateral do tabuleiro. Além disso, a professora pode ligar e desligar o áudio, também por meio de uma chave de seleção.

O requisito [**REQ FUNCIONAMENTO TÉCNICO CORRETO**] não pode ser garantido sem a realização de testes com um protótipo de alta fidelidade.

O requisito que exige um baixo custo para produção e distribuição do artefato é discutido na seção seguinte.

## 8.5 Desafios de implementação

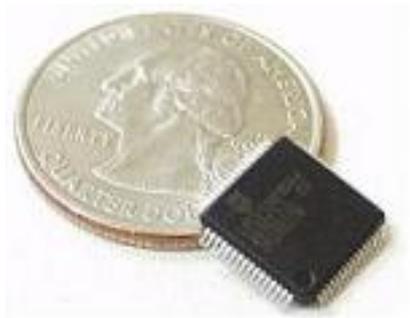
Fizemos uma pesquisa no mercado e na literatura em busca de soluções para a implementação de *Partes&Bits*, atendendo aos requisitos acima e ao requisito de baixo custo. Nesta seção, mostramos as opções encontradas.

### Varetas

As varetas poderiam ser construídas em madeira ou plástico, de forma que fossem retráteis (como uma antena). A conexão entre elas se daria por meio de ímãs em suas extremidades. Este tipo de tecnologia já existe em brinquedos disponíveis no mercado (*magnetic toys*). **Custo: baixo.**

### Processamento e som

O cálculo do tamanho das áreas e a ordenação para que as áreas sejam iluminadas ou que as frações correspondentes sejam mostradas poderiam ser feitos através de um micro controlador ARM (Figura 8.4), embutido no tabuleiro. A emissão de sinais sonoros simples e a reprodução de gravações prévias também poderiam ser feitas por um microcontrolador ARM. **Custo: baixo.**



**Figura 8.4** O micro controlador *Phillips LPC2138 ARM 7 IC*, comparado a uma moeda. (Disponível em: <<http://www.sparkfun.com/>>. Acesso em: 26 jan. 2007.)

### Detecção das varetas e coloração

Estas funcionalidades representam o maior desafio de implementação de *Partes&Bits*. O desenvolvimento de uma superfície interativa capaz de detectar posições de objetos e exibir imagens gráficas tem sido objeto de pesquisas na área de IHC por vários anos [Patten et al., 2001].

As tecnologias que poderiam ser empregadas são, em alguns casos, conflitantes. Apresentamos a seguir algumas opções de implementação.

A coloração e exibição dos números poderiam ser feitas através de *Light Emitting Diodes* (LEDs), embutidos embaixo da superfície do tabuleiro. LEDs têm baixo custo, no entanto, para produzir uma maior variedade de cores, seria necessário utilizar LEDs RGB (Figura 8.5). Neste caso, o custo já aumentaria muito, considerando-se que os LEDs deveriam recobrir uma área de aproximadamente 40 x 30 centímetros. **Custo: alto.**



**Figura 8.5** Matriz de LEDs RGB, de dimensões 0.83 x 6.0 x 6.0cm. (Disponível em: <<http://www.sparkfun.com/>>. Acesso em: 26 jan. 2007.)

No caso da iluminação feita por LEDs, seria preciso empregar alguma outra tecnologia para fazer a detecção das varetas.

Uma opção seria o uso de sensores de pressão recobrimdo toda a superfície do tabuleiro. Sensores que utilizassem raios infravermelhos emitidos a partir das laterais do tabuleiro não se aplicariam, pois tal mecanismo não seria capaz de detectar as varetas colocadas nas partes internas das figuras. Os raios também não poderiam partir da parte de baixo da superfície, por entrarem em conflito com os LEDs. **Custo: alto.**

Uma outra opção mais viável para a detecção das varetas neste caso seria o uso de uma câmera e técnicas de visão computacional. No entanto, a câmera não poderia ser embutida no tabuleiro, devido ao conflito com os LEDs. Por isso, a câmera precisaria ser colocada acima do tabuleiro, através de uma haste, por exemplo. O maior problema desta forma de detecção é que ela não atende ao requisito de resistência do produto, e dificulta a usabilidade e praticidade da interface, além de exigir controle das condições de iluminação. **Custo: moderado.**

Uma alternativa pode ser o uso de uma tela com rastreamento múltiplo, ou seja, capaz de detectar vários pontos de contato simultaneamente.

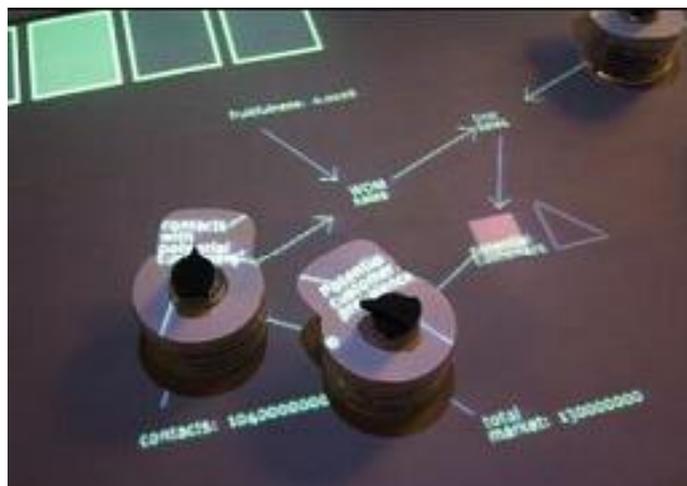
Pesquisas na área de telas sensíveis a algum tipo de contato não são novas. Superfícies capazes de identificar um ponto em que estão sendo tocadas já são comuns no mercado [Han, 2005].

Atualmente, existem muitas pesquisas buscando desenvolver eficientemente e/ou a baixo custo telas que detectem vários pontos de contato simultaneamente, o que ainda é difícil e/ou custoso [Han, 2005]. O maior interesse dos pesquisadores desta área é permitir o uso colaborativo dos artefatos, com várias pessoas interagindo simultaneamente com o sistema [Han, 2005], [Patten et al., 2001].

Várias técnicas de implementação já foram sugeridas ao longo dos anos: [Hillis, 1982] *apud* [Han, 2005] desenvolveu uma matriz de resistores sensíveis a força (*force-sensitive-resistors* - FSRs) e [Nicol & Hennig, 1979] *apud* [Han, 2005] utilizaram eletrodos capacitivos. No entanto, tais dispositivos requerem muitas conexões, têm baixa resolução e são visualmente opacos, exigindo projeção das imagens desejadas a partir de um ponto acima da superfície [Han, 2005]. As empresas *Polhemus* e *Ascension* empregam abordagens baseadas em rastreamento magnético, porém as técnicas utilizadas exigem que os objetos sejam conectados por fios [Patten et al., 2001].

Existem plataformas comerciais que provêm rastreamento de objetos físicos<sup>1</sup>, porém o número de objetos identificados é limitado (geralmente, as plataformas detectam dois objetos no máximo).

Em 2001, pesquisadores do *MIT Media Lab* e *MIT Sloan School of Management* divulgaram o primeiro protótipo da *SenseTable* (Figura 8.6) [Patten et al., 2001]. O objetivo do sistema é prover um espaço de trabalho interativo no qual objetos concretos possam ser manipulados colaborativamente durante a resolução de problemas. *SenseTable* é capaz de detectar os objetos e as ações realizadas sobre eles, inclusive permitindo que elementos modificadores sejam acoplados a estes objetos. Em outras palavras, os objetos funcionam como dispositivos de entrada do sistema (*phicons*) [Patten et al., 2001].



**Figura 8.6** *SenseTable*

A *SenseTable* é implementada por meio de uma modificação de *tablets* sensíveis a toque

<sup>1</sup>Disponíveis em: <<http://www.wacom.com>>. Acesso em: 26 jan. 2007.

disponíveis comercialmente (*Wacom Intuous*). Dois *tablets* acoplados formam uma superfície de 52 x 77 centímetros. Um processador 866MHz Intel Pentium III Xeon recebe dados da superfície, realiza o processamento correspondente e passa as informações visuais a serem exibidas para um projetor posicionado acima da *SenseTable*.

A *SenseTable* não se adequaria aos nossos requisitos, devido à forma de exibição das imagens por projetor.

Uma outra pesquisadora do MIT apresenta, em sua pesquisa de doutorado, a *TViews* (Figura 8.7) [Mazalek, 2005], uma plataforma com arquitetura extensível que permite identificar e localizar dinamicamente um ou mais objetos de um determinado conjunto colocados sobre sua superfície. Dessa forma, a plataforma não sofre interferência de objetos externos. *TViews* possui a vantagem de um mecanismo de visualização gráfica embutido, provendo saída visual coincidente com a superfície em que estão localizados os objetos rastreados. Assim, o uso em ambientes reais é muito mais viável do que no caso de sistemas que necessitam de toda uma infraestrutura externa [Mazalek, 2005].



**Figura 8.7** Exemplo de aplicação usando a plataforma *TViews*

Os objetos podem ser customizados de acordo com a aplicação. *TViews* permite que múltiplos usuários interajam através de pontos simultâneos de controle, e que plataformas sejam construídas de diferentes tamanhos [Mazalek, 2005].

*TViews* usa tecnologias de comunicação acústica para determinar a localização dos objetos. Emissores acústicos posicionados nas bordas da plataforma propagam ondas através de uma superfície de vidro, as quais são detectadas por receptores localizados nos objetos. A escolha pela propagação por vidro e não por ar foi motivada pela possibilidade de objetos não serem identificados por estarem bloqueados por outros [Mazalek, 2005].

Abaixo da superfície de vidro, está localizado o *Master Board* de *TViews*. O *Master Board* controla a detecção e comunicação com os objetos. A sua arquitetura está baseada em um microcontrolador PIC16F877A [Mazalek, 2005].

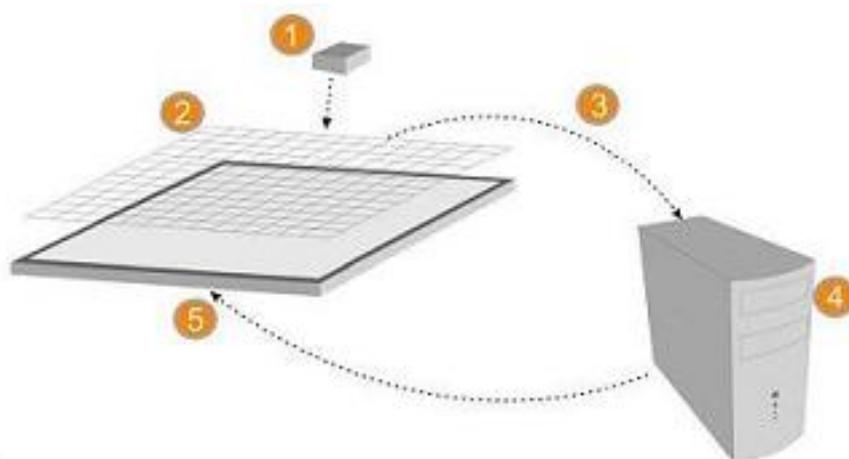
As tecnologias utilizadas na implementação de *TViews* têm custo moderado. A arquitetura de *TViews* poderia ser simplificada e customizada para *Partes&Bits*, no entanto algumas adaptações cruciais seriam necessárias. A superfície da plataforma, por exemplo, não poderia ser de vidro, pois iria contra o requisito de segurança. Além disso, a detecção acústica pode sofrer interferência do barulho da sala de aula. Um outro problema é o formato de *TViews*, projetada como uma mesa interativa. *Partes&Bits* exigiria uma implementação mais portátil, leve e prática.

Uma outra proposta de mesa interativa que também provê a integração entre a superfície de detecção e a de visualização é apresentada por um pesquisador do *Georgia Institute of Technology* [Khandelwal, 2006] em seu trabalho de mestrado. A *Teaching Table* usa tecnologia eletromagnética para a detecção dos objetos. A tecnologia está disponível comercialmente, tendo sido licenciada pela *Zowie Intertainment*, empresa que hoje faz parte do grupo LEGO.

A detecção é implementada através de uma grade (*antenna wires grid*) e um conjunto de identificadores eletromagnéticos que são detectados pela grade [Khandelwal, 2006].

A grade é posicionada sobre uma tela LCD que provê resposta do sistema em tempo real, por meio de saída gráfica. Auto-falantes são responsáveis por fornecer saída também em áudio [Khandelwal, 2006].

Um ponto negativo da *Teaching Table* é que a aplicação responsável por gerar a saída gráfica roda em um computador à parte (Figura 8.8), que se comunica com o sistema detector por porta serial.



**Figura 8.8** Componentes da *Teaching Table*. Quando o objeto com o identificador (1) é colocado sobre a grade eletromagnética (2), a localização do objeto é enviada (3) ao computador (4), que por sua vez controla a saída gráfica na tela LCD (5) (Fonte: [Khandelwal, 2006])

## 8.6 Discussão

Neste capítulo, vimos que *Partes&Bits* é uma proposta desenvolvida para atender às necessidades dos usuários, aos aspectos de aprendizagem e aos requisitos impostos pelo funcionamento das salas de aula brasileiras. No entanto, a implementação ideal da interface não é trivial.

As opções de tecnologias de mais baixo custo disponíveis no mercado são, em vários casos, conflitantes entre si, não conseguindo satisfazer todas as exigências de *Partes&Bits*. Há também opções possíveis de implementação a um custo moderado, se abirmos mão de alguns requisitos. Tecnologias de alto custo poderiam ser empregadas para tornar possível uma implementação imediata, mas o preço final do produto seria proibitivo para uma aquisição destinada a escolas públicas no Brasil.

Por outro lado, a tendência apontada pelas mais recentes produções acadêmicas de grandes centros de pesquisa no mundo mostra um crescente número de inovações na área de superfícies interativas capazes de rastrear múltiplos objetos. Propostas como *TViews* e *Teaching Table* aproximam-se bastante dos nossos objetivos, mostrando que com as devidas adaptações uma implementação de *Partes&Bits* seria possível.

## CAPÍTULO 9

# Conclusões

*Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre.*

— PAULO FREIRE (brasileiro, educador)

A pesquisa qualitativa realizada e apresentada neste trabalho permitiu a derivação de diretrizes e requisitos fundamentais ao projeto de interfaces tangíveis para Educação fundamental no Brasil. Tais resultados foram utilizados para propor uma interface tangível para aprendizagem de frações em escolas brasileiras.

A motivação para este trabalho partiu, em primeiro lugar, do baixo desempenho que vem sendo apresentado ao longo dos anos por alunos da rede pública de ensino no Brasil, em avaliações na área matemática<sup>1</sup> Conceitos de frações, em especial, trazem muitas dificuldades aos alunos [Lima, 2001], [Davydov & Tsvetkovich, 1991], [Schliemann, 2001].

Percebemos que, na busca por melhores resultados, professores de Ensino Fundamental costumam recorrer a dois tipos de recursos didáticos: os materiais concretos (manipulativos) [Kamii et al., 2001], [Fiorentini & Miorim, 2004], que ajudam a tornar mais compreensíveis as abstrações matemáticas; e os recursos tecnológicos (na forma de computadores pessoais), os quais permitem ilustrar certos conceitos matemáticos mais difíceis de serem vivenciados através da prática com materiais concretos tradicionais [Nemirovsky & Borba, 2003].

O uso dos computadores pessoais, no entanto, ainda enfrenta muitos obstáculos nas escolas brasileiras [Penteado et al., 1998], [Da Silva, 2005]. Fatores como custo de aquisição e manutenção, número de computadores por aluno, modificação do planejamento das aulas, burocracia escolar e resistência e falta de preparação dos professores face a uma tecnologia muitas vezes difícil de usar e pouco natural dificultam o uso dos computadores como recurso comum e efetivo durante as aulas.

Por outro lado, os manipulativos têm uma boa aceitação entre professores e despertam interesse nos alunos, firmando-se entre os educadores como recursos válidos em sala de aula [Moyer, 2001]. O alcance didático do uso dos manipulativos, no entanto, é muitas vezes limitado.

A proposta das interfaces tangíveis para Educação é expandir as possibilidades oferecidas pelos materiais concretos, agregando tecnologia aos mesmos de formas inovadoras, com o objetivo de auxiliar mais efetivamente o processo de ensino-aprendizagem [Eisenberg, 2003], [Resnick et al., 1998]. As interfaces tangíveis buscam manter todas as vantagens da ação física,

---

<sup>1</sup>Resultados disponíveis em: <<http://www.inep.gov.br/basica/saeb/>>. Acesso em: 25 jan. 2007.

providas pelo uso dos recursos didáticos concretos (manipulativos), fornecendo porém novas possibilidades de interação e multimídia que podem incrementar as atividades didáticas .

Para projetar uma interface tangível para aprendizagem de frações, útil, viável e adequada à realidade das salas de aula e das crianças brasileiras, seguimos uma metodologia baseada no contexto de uso. Para condução da pesquisa e análise dos dados coletados, seguimos os princípios sócio-culturais da Teoria da Atividade.

Primeiramente, fizemos um estudo crítico de interfaces tangíveis já desenvolvidas para a Educação. Em seguida, realizamos um estudo detalhado do contexto, incluindo visitas a escolas com observações em sala de aula, entrevistas com professoras de Ensino Fundamental, e sessões de resolução de tarefas com os alunos. Testes preliminares foram realizados com uma versão da proposta inicial, através de um protótipo de baixa fidelidade.

As principais contribuições deste trabalho foram:

- o estabelecimento de critérios para análise e avaliação das interfaces tangíveis para Educação (Capítulo 3);
- a compilação de diretrizes de *design* específicas para interfaces tangíveis para Educação (Capítulo 7);
- a eliciação de requisitos fundamentais para o desenvolvimento de tais interfaces (Capítulo 7);
- a identificação de necessidades dos alunos na área de frações (Capítulo 7);
- a proposta de uma interface tangível para ensino de frações, a *Partes&Bits* (Capítulo 8).

Os resultados do nosso trabalho podem ser úteis para diversas comunidades. Desenvolvedores e projetistas interessados em construir interfaces tangíveis para a Educação podem seguir as diretrizes de *design* compiladas, além de ter nos critérios de análise que estabelecemos um modo de avaliar o seu produto. Tais critérios também podem ser utilizados por educadores para analisar a utilidade, adequação e viabilidade de produtos que lhes venham a ser oferecidos ou demonstrados. Consideramos estas duas contribuições (diretrizes e critérios) como universais, válidas independentemente do contexto sócio-cultural.

Já os requisitos elicitados estão ligados ao contexto de estudo específico deste trabalho (Ensino Fundamental brasileiro), apesar de vários deles poderem ser generalizados. Assim, o conjunto de requisitos seria válido, de forma integral, para desenvolvedores locais, podendo ser aproveitado - com as devidas adaptações - para outros contextos.

A identificação das necessidades dos alunos em relação ao conceito de frações confirmou dados já disponíveis na literatura da área. A forma contextualizada de apresentar o surgimento de tais necessidades (através dos protocolos), no entanto, pode ser interessante para uma análise pedagógica por parte de professores e psicólogos da Educação Matemática.

Por fim, a interface que propusemos neste trabalho, *Partes&Bits*, pode gerar implementações fiéis à idéia ou alternativas (com adaptações). Além disso, *Partes&Bits* pode inspirar educadores em relação a atividades e materiais que possam ser utilizados no ensino de frações.

Algumas tecnologias foram propostas para a implementação de *Partes&Bits*. No entanto, percebemos que interfaces tangíveis destinadas ao uso por crianças, em salas de aula brasileiras, possuem requisitos difíceis de serem atendidos simultaneamente. Aplicações aparentemente simples, como *Partes&Bits*, possuem exigências que ainda não são facilmente implementadas.

No entanto, as tecnologias tangíveis se encontram em pleno desenvolvimento, e as pesquisas na área estão constantemente criando soluções para unir o concreto ao virtual de forma simples, natural e pouco custosa.

Trabalhos futuros decorrentes desta pesquisa incluem a busca por tecnologias e implementações inovadoras que permitam a construção de *Partes&Bits* a baixo custo e atendendo a todos os requisitos elicitados. As tecnologias escolhidas têm impacto em vários requisitos e por esta razão devem ser testadas para terem sua adequação avaliada.

Tecnologias alternativas, não-ideais, porém mais acessíveis atualmente, podem ser utilizadas para o desenvolvimento de protótipos de alta fidelidade com o objetivo de verificar a usabilidade, impacto e aceitação do produto no contexto de uso. Testes de usabilidade e entrevistas sobre o sistema proposto devem contar com a participação de alunos e professores.

Os dados coletados nas sessões de resolução de tarefas com os alunos podem ser revistos com o objetivo de gerar novos *insights* que permitam desenvolver outras interfaces tangíveis para aprendizagem de frações. Nossa proposta concentrou-se na concepção de frações como partes de um todo, com base no modelo contínuo de divisão de áreas. Outros produtos podem ser gerados, a partir dos mesmos dados, abordando esta ou as demais concepções exploradas na ficha de atividades, de acordo com o olhar e inspiração do pesquisador.

Dentre as dificuldades enfrentadas para a realização deste trabalho, destacamos a sua interdisciplinaridade. A pesquisa exigiu pesquisa nas áreas de Educação (em especial Educação Matemática), Tecnologia Educacional, Interação Humano-Computador, Computação Ubíqua, Projeto de Sistemas Computacionais, Sistemas Embarcados e Engenharia Eletrônica.

Um conhecimento técnico mais aprofundado sobre as tecnologias necessárias à implementação de *Partes&Bits*, como sensores, transmissores, microprocessadores e superfícies com rastreamento de múltiplos objetos, poderia ter influenciado na própria idealização da interface. Por isso, acreditamos que uma reformulação da metodologia empregada possa incluir a busca e escolha das tecnologias como uma etapa durante a fase de concepção da solução. Conceber soluções tendo em vista as tecnologias disponíveis pode restringir a criatividade do projetista e até mesmo inibir idéias inovadoras. Por outro lado, espera-se que a solução proposta seja mais facilmente implementável. Durante a prototipação, as opções técnicas devem ser testadas, o que pode provocar novos ciclos no processo para ajuste das tecnologias aos requisitos.

Em uma equipe interdisciplinar de desenvolvimento de sistemas, durante a fase de concepção da solução, o projetista deveria trabalhar em parceria com os especialistas das áreas técnicas, além de contar com a consultoria constante de especialistas na área da Educação. Dessa forma, soluções inovadoras, viáveis e efetivas para a aprendizagem poderiam ser mais facilmente geradas.

Propondo e ilustrando o uso da nossa metodologia, esperamos contribuir para que várias soluções tangíveis sejam projetadas, implementadas e implantadas nas salas de aula brasileiras das redes particular e pública, podendo trazer benefícios à aprendizagem das crianças do nosso país.

*“A Educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.”  
Nelson Mandela, sul-africano, ex-líder rebelde e ex-presidente da África do Sul*



## **Roteiro das entrevistas com as professoras**

### **A.1 Dados pessoais**

1. Nome (opcional):
2. Sexo:
3. Idade:
4. Formação:
5. Tempo de experiência:

### **A.2 Materiais**

1. Que tipo de coisas você usa nas suas aulas, como auxiliares?
2. Você poderia dar um exemplo do uso de algum desses materiais em sala de aula? Conte como foi.
3. Você lembra de algum exemplo nas aulas de matemática especificamente?
4. E para ensinar frações?
5. Ao usar estes materiais, a aula saiu como planejada? Houve diferenças entre o esperado e o que de fato aconteceu? Você teve alguma surpresa? Estranhamento? Conte como foi.
6. Diga três coisas de que você gosta e três de que você não gosta em relação ao uso desses materiais. Você acha este uso vantajoso pedagogicamente? E especificamente para ensinar frações?
7. Que características presentes nestes materiais agradam você? E que características eles deveriam ter para serem pedagogicamente interessantes?
8. Você acha que esses materiais têm um grande impacto na aprendizagem dos alunos? E na motivação?
9. Ao empregar materiais concretos, você sente dificuldade para criar situações de aprendizagem? E para lidar com a turma?



APÊNDICE B

# Autorização do Comitê de Ética

  
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
Comitê de Ética em Pesquisa

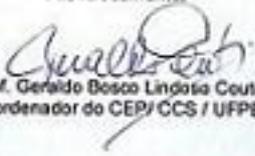
Of. N.º 112/2006-CEP/CCS Recife, 26 de julho de 2006.

Registro do SISNEP FR – 94319  
CAAE – 0077.0.172.000-08  
Registro CEP/CCS/UFPE N.º 079/06  
Título: " design interativo de interfaces tangíveis para uso no ensino de Matemática nas séries fundamentais".  
Pesquisador Responsável: Taciana Pontual da Rocha Falcão

Senhora Pesquisadora:

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo seres humanos do Centro de Ciências da Saúde da Universidade Federal de Pernambuco (CEP/CCS/UFPE) registrou e analisou, de acordo com a Resolução N.º 196/96 do Conselho Nacional de Saúde, o protocolo de pesquisa em epígrafe, aprovando-o e liberando-o para início da coleta de dados em 25 de julho de 2006.

Ressaltamos que a pesquisador responsável deverá apresentar relatório no dia 31 de março de 2007.

Atenciosamente,  
  
Prof. Geraldo Bosco Lindoso Couto  
Coordenador do CEP/CCS / UFPE

A  
Mestranda Taciana Pontual da Rocha Falcão  
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação – Centro de Informática/UFPE

---

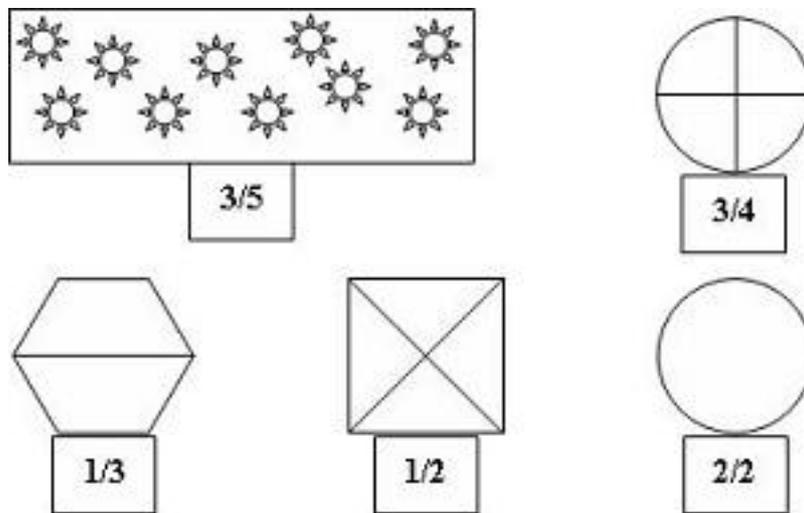
Av. Prof. Moraes Rego, s/n. Cal. Universitária, 50730-901, Recife - PE, Tel/Fax: 81 2126 8588, cep@ccs.ufpe.br



# Ficha de atividades do Experimento I

## C.1 Fração como parte

A) Pinte a fração indicada:



B) Pinte 1/4 do quadrado de 3 formas diferentes:



C) Quais figuras têm 3/4 pintados?

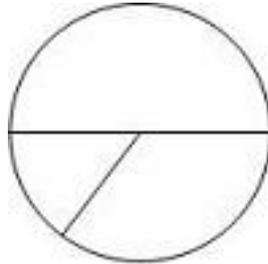


D) Uma sorveteria fez uma pesquisa e descobriu que:

- 1/2 dos clientes prefere picolé de chocolate;

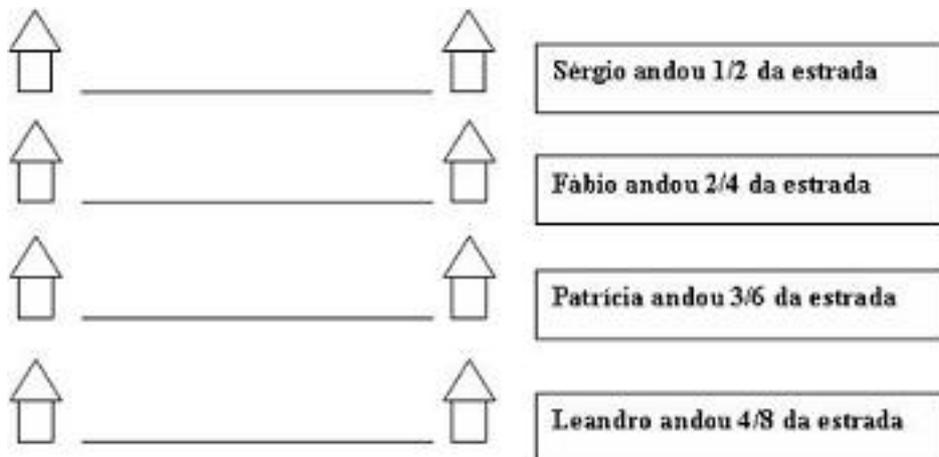
- $\frac{1}{3}$  dos clientes prefere picolé de morango;
- $\frac{1}{6}$  dos clientes prefere picolé de leite condensado.

Escreva no círculo abaixo o sabor de picolé que corresponde a cada parte, de acordo com a preferência dos clientes:



E) (Usando uma garrafa cheia d'água ou areia e copinhos de plástico) Separe  $\frac{1}{3}$  do conteúdo desta garrafa.

F) Em cada estrada, pinte o caminho percorrido pela criança:



Quem andou mais?

## C.2 Fração como número

- A) Escolha entre as alternativas disponíveis, utilizando apenas estimativa e sem calcular o valor decimal das frações, aquela que representa o resultado aproximado da soma  $\frac{11}{12} + \frac{17}{18}$ .
- 1
  - 2
  - 10

- d) 20  
e) 30

B) Encontre uma fração que fique entre  $1/2$  e  $3/4$ .

### C.3 Fração como operador

A) Nesta máquina, sai  $1/3$  do que entra. Complete:

Entrada		
Saída		

B) Demorei  $3/4$  de hora para fazer minha lição de casa. Quantos minutos eu demorei?

C) Em relação aos dois retângulos desenhados abaixo, o que poderíamos dizer do comprimento de B usando A como medida? De que formas é possível escrever esta relação entre A e B?



D) Para fazer um bolo, quero usar apenas meia receita. Quanto devo usar de cada ingrediente?

1 receita	1/2 receita
500 gramas de farinha	
1 xícara de leite	
300 gramas de açúcar	
1/2 dúzia de ovos	

### C.4 Fração como razão

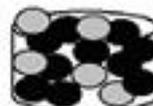
- A) Dados os recipientes com bolas representados nas figuras abaixo, responda as questões: Qual a chance de se retirar uma bola cinza do recipiente 3? Como ordenar os recipientes da menor para a maior chance de se conseguir uma bola cinza? É possível calcular em quanto aumentamos nossas chances de retirar uma bola cinza, ao comparar os recipientes 2 e 5?



**Recipiente 1**  
9 bolas pretas



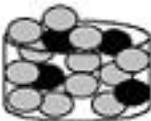
**Recipiente 2**  
6 bolas pretas  
2 bolas cinza



**Recipiente 3**  
10 bolas pretas  
5 bolas cinza



**Recipiente 4**  
6 bolas pretas  
6 bolas cinza



**Recipiente 5**  
4 bolas pretas  
12 bolas cinza

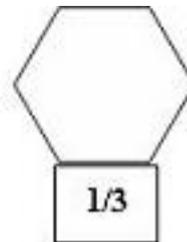
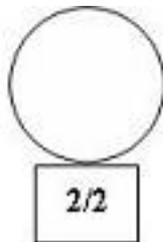


**Recipiente 6**  
8 bolas cinza

## Ficha de atividades do Experimento II

### D.1 Fração como parte

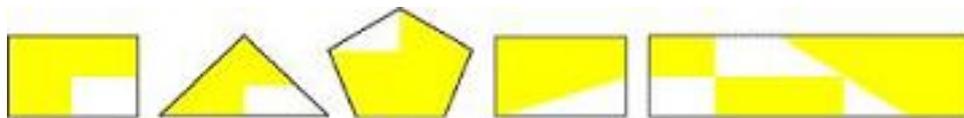
A) Pinte a fração indicada:



B) Pinte  $\frac{1}{4}$  do quadrado de 3 formas diferentes:



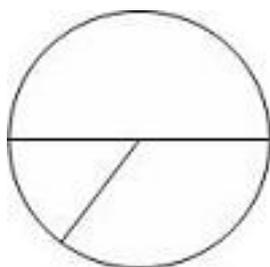
C) Quais figuras têm  $\frac{3}{4}$  pintados?



D) Uma sorveteria fez uma pesquisa e descobriu que:

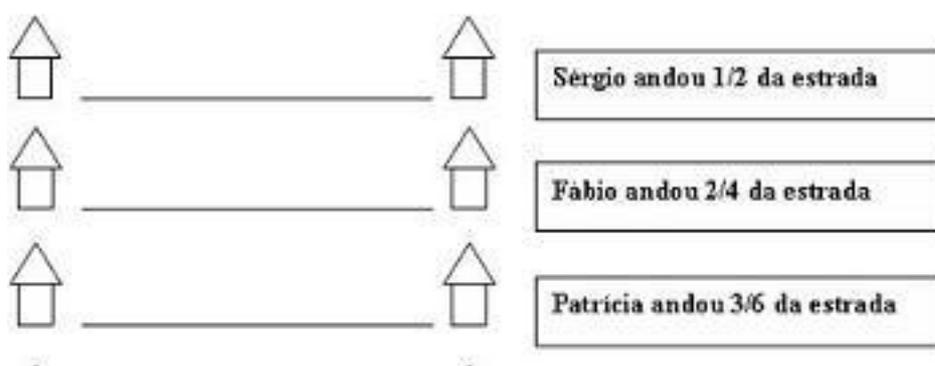
- $\frac{1}{2}$  dos clientes prefere picolé de chocolate;
- $\frac{1}{3}$  dos clientes prefere picolé de morango;
- $\frac{1}{6}$  dos clientes prefere picolé de leite condensado.

Escreva no círculo abaixo o sabor de picolé que corresponde a cada parte, de acordo com a preferência dos clientes:



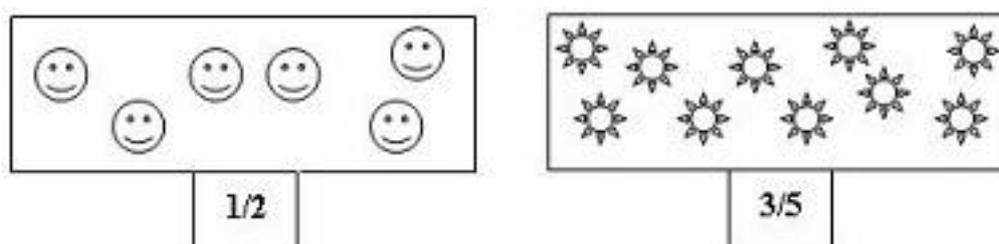
E) (Usando uma garrafa cheia d'água ou areia e copinhos de plástico) Separe  $\frac{1}{3}$  do conteúdo desta garrafa.

F) Em cada estrada, pinte o caminho percorrido pela criança:



Quem andou mais?

G) Pinte a fração indicada:



## D.2 Fração como número

A) Escolha entre as alternativas disponíveis, utilizando apenas estimativa e sem calcular o valor decimal das frações, aquela que representa o resultado aproximado da soma  $\frac{11}{12} + \frac{17}{18}$ .

- a) 1
- b) 2

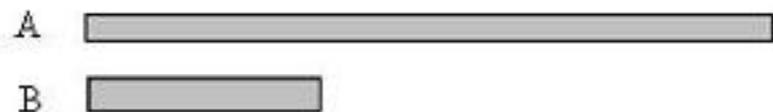
- c) 10
- d) 20
- e) 30

### D.3 Fração como operador

A) Nesta máquina, sai  $\frac{1}{3}$  do que entra. Complete:

Entrada	
Saída	

B) Em relação aos dois retângulos desenhados abaixo, o que poderíamos dizer do comprimento de B usando A como medida? De que formas é possível escrever esta relação entre A e B?



C) Para fazer um bolo, quero usar apenas meia receita. Quanto devo usar de cada ingrediente?

1 receita	1/2 receita
500 gramas de farinha	
1 xícara de leite	
1/2 dúzia de ovos	

### D.4 Fração como razão

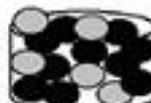
- A) Dados os recipientes com bolas representados nas figuras abaixo, responda as questões: Qual a chance de se retirar uma bola cinza do recipiente 3? Como ordenar os recipientes da menor para a maior chance de se conseguir uma bola cinza? É possível calcular em quanto aumentamos nossas chances de retirar uma bola cinza, ao comparar os recipientes 2 e 5?



**Recipiente 1**  
9 bolas pretas



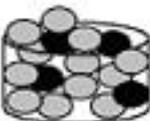
**Recipiente 2**  
6 bolas pretas  
2 bolas cinza



**Recipiente 3**  
10 bolas pretas  
5 bolas cinza



**Recipiente 4**  
6 bolas pretas  
6 bolas cinza



**Recipiente 5**  
4 bolas pretas  
12 bolas cinza



**Recipiente 6**  
8 bolas cinza

## APÊNDICE E

# **Autorização para participação no experimento**

Prezados Pais e/ou Responsável,

Estamos recebendo em nossa escola a pesquisadora Taciana Pontual da Rocha Falcão, que é graduada em Ciência da Computação, atualmente cursando seu Mestrado no Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco. A sua pesquisa analisa o uso de materiais concretos nas aulas de Matemática e ela gostaria de realizar algumas atividades sobre “frações” com um pequeno grupo de alunos. Essas sessões de resolução de problemas serão filmadas.

Assim, como a sua pesquisa envolve filmagem, solicitamos sua autorização para que a mesma seja realizada com seu (sua) filho(a). As imagens registradas não serão publicadas nem divulgadas, apenas servirão como dados a serem analisados no estudo.

Pedimos que assine a autorização abaixo caso concorde com a realização da pesquisa.

Atenciosamente,

Escola (...)

### **AUTORIZAÇÃO**

Eu, (nome), responsável pela criança (nome da criança), autorizo sua participação na pesquisa da mestrande Taciana Pontual da Rocha Falcão, a ser realizada na Escola (...).

(local e data)

(assinatura)



## Referências Bibliográficas

- [Abranches, 2003] Abranches, S. P. (2003). *Modernidade e formação de professores: a prática dos multiplicadores dos Núcleos de Tecnologia Educacional do Nordeste e a Informática na Educação*. PhD thesis, Faculdade de Educação, USP, São Paulo, Brasil.
- [Alborzi et al., 2000] Alborzi, H., Druin, A., Montemayor, J., Platner, M., Porteous, J., Sherman, L., Boltman, A., Taxén, G., Best, J., Hammer, J., Kruskal, A., Lal, A., Schwenn, T., Sumida, L., Wagner, R., & Hendler, J. (2000). Designing storyrooms: interactive storytelling spaces for children. In *Proceedings of Designing Interactive Systems (DIS'00)*, pages 95–104, New York, USA. ACM Press.
- [Alibali & DiRusso, 1999] Alibali, M. W. & DiRusso, A. A. (1999). The function of gesture in learning to count: more than keeping track. *Cognitive Development*, 14(1):37–56.
- [Arnal, 2003] Arnal, L. (2003). Un big brother en tu casa. *Revista Expansión*.
- [Azevedo, 1979] Azevedo, E. D. M. (1979). Apresentação do trabalho montessoriano. *Ver. de Educação e Matemática*, (3):26–27.
- [Behr et al., 1984] Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: a clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5):323–341.
- [Bellamy, 1996] Bellamy, R. K. E. (1996). Designing educational technology: Computer-mediated change. In Nardi, B. A., editor, *Activity Theory and Human-Computer Interaction*, pages 123–146. The MIT Press, Cambridge, USA. London, England.
- [Bobick et al., 1999] Bobick, A., Intille, S., Davis, J., Baird, F., Pinhanez, C., Campbell, L., Ivanov, Y., Schütte, A., & Wilson, A. (1999). The kids room: A perceptually-based interactive and immersive environment. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 8(4):367–391.
- [Bonafé, 2006] Bonafé, M. (2006). Zoltan Dienes e o movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário. In *X Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (X EBRAPEM)*, Belo Horizonte, Brasil. UFMG.
- [Borba & Villareal, 2005] Borba, M. C. & Villareal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. Mathematics Education Library. Volume 39. Springer, USA.

- [Boulton-Lewis, 1998] Boulton-Lewis, G. M. (1998). Children's strategy use and interpretations of mathematical representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2):219–237.
- [Braga, 2006] Braga, M. (2006). Design de software educacional baseado na teoria dos campos conceituais. Master's thesis, Centro de Informática, UFPE, Recife, Brasil.
- [Brito, 2004] Brito, A. R. F. (2004). Erros de alunos sobre fração e equivalência na 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental no município de Sirinhaém. Curso de Especialização em Avaliação Educacional em Matemática. Pós-Graduação em Educação, UFPE, Recife, Brasil.
- [Bruner et al., 1966] Bruner, J. S., Olver, R. R., & Greenfield, P. M. (1966). *Studies in cognitive growth*. John Wiley & Sons, New York.
- [Carpenter & Moser, 1982] Carpenter, T. P. & Moser, J. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In Carpenter, T. P., Moser, J., & Rosemberg, T., editors, *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*, pages 123–146. Erbaum, Hillsdale, USA.
- [Carraher et al., 1991] Carraher, T., Carraher, D., & Schlieman, A. (1991). *Na vida dez, na escola zero*. Cortez Editora, São Paulo, Brasil.
- [Da Silva, 2005] Da Silva, J. M. (2005). Two sides of technology. *Braz-Tesol Newsletter*, 8.
- [Da Silva, 1997] Da Silva, M. J. F. (1997). Sobre a introdução do conceito de número fracionário. Master's thesis, PUC, São Paulo, Brasil.
- [Daltoé & Strelow, 2005] Daltoé, K. & Strelow, S. (2005). Trabalhando com Material Dourado e blocos lógicos nas séries iniciais. Disponível em: Portal Matemático Só Matemática <<http://www.somatematica.com.br/artigos/a14/>>. Acesso em: 28 nov. 2006.
- [Davydov & Tsvetkovich, 1991] Davydov, V. V. & Tsvetkovich, Z. H. (1991). The object sources of the concept of fractions. In Wirszup, I., editor, *Psychological Abilities of Primary Children*, Soviet Studies in Mathematics Education, vol 6, pages 123–146. National Council of Teachers of Mathematics, Chicago, USA.
- [DeLoache, 1987] DeLoache, J. S. (1987). Rapid change in the symbolic functioning of very young children. *Science*, 238:1556–1557.
- [DeLoache et al., 1998] DeLoache, J. S., Uttal, D. H., & Pierroutsakos, S. L. (1998). The development of early symbolization: educational implications. *Learning and Instruction*, 8(4):325–339.
- [Dourish, 2001] Dourish, P. (2001). *Where the action is: the foundations of embodied interaction*. The MIT Press, USA.
- [Eisenberg, 2002] Eisenberg, M. (2002). Output devices, computation, and the future of mathematical crafts. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7:1–44. Kluwer Academic Publishers.

- [Eisenberg, 2003] Eisenberg, M. (2003). Mindstuff: Educational Technology beyond the computer. *Convergence*, 9(2).
- [Eisenberg et al., 2003] Eisenberg, M., Eisenberg, A., Hendrix, S., Blauvelt, G., Butter, D., Garcia, J., Lewis, R., & Nielsen, T. (2003). As we may print: New directions in output devices and computational crafts for children. In *Proceedings of Interaction Design and Children (IDC'03)*, Preston, UK.
- [Engeström, 1987] Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. Orienta-Konsultit, Helsinki, Finland.
- [Fagundes, 1977] Fagundes, L. C. (1977). Materiais manipulativos no ensino da Matemática a crianças de 7 a 14 anos: período das operações concretas. Seminário Nacional sobre Recursos Audiovisuais no Ensino de Primeiro grau. Disponível em: <[http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038021/materiais\\_manip.htm](http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01038021/materiais_manip.htm)>. Acesso em: 07 out. 2005.
- [Falzetta, 1997] Falzetta, R. (1997). O arco-íris de fazer contas. *Revista Nova Escola*, (101).
- [Fiorentini & Miorim, 2004] Fiorentini, D. & Miorim, M. (2004). Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. *Boletim SBEM-SP*, 4(7). Disponível em: <[http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos\\_didaticos.asp?aux=C](http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos_didaticos.asp?aux=C)>. Acesso em: 08 out. 2005.
- [Fishkin, 2004] Fishkin, K. (2004). A taxonomy for and analysis of tangible interfaces. *Personal and Ubiquitous Computing*, 8(5):347–358.
- [Flick, 2004] Flick, U. (2004). *Uma introdução à pesquisa qualitativa*. Bookman, Porto Alegre, Brasil.
- [Gay & Hembrooke, 2004] Gay, G. & Hembrooke, H. (2004). *Activity-Centered Design: an Ecological Approach to Designing Smart Tools and Usable Systems*. The MIT Press, Cambridge, USA. London, England.
- [Gilmore, 1996] Gilmore, D. J. (1996). The relevance of HCI guidelines for educational interfaces. *Machine-Mediated Learning*, 5(2):119–133.
- [Gomes, 2004] Gomes, A. (2004). *Uma abordagem centrada no usuário para ferramentas de suporte a atividades docentes em ambientes de educação a distância*. PhD thesis, Centro de Informática, UFPE, Recife, Brasil.
- [Han, 2005] Han, J. Y. (2005). Low-cost multi-touch sensing through frustrated total internal reflection. In *Proceedings of the 18th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology (UIST'05)*, Seattle, USA. ACM Press.
- [Hart, 1981] Hart, K. (1981). *Children's understanding of Mathematics*. John Murray, London.

- [Heidegger, 1996] Heidegger, M. (1996). *Being and time*. State University of New York Press, Albany, USA.
- [Hill et al., 2000] Hill, J. R., Reeves, T. C., & Heidemeier, H. (2000). Ubiquitous computing for teaching, learning and communicating: Trends, issues and recommendations. White paper. Department of Instructional Technology, The University of Georgia, USA.
- [Hillis, 1982] Hillis, W. D. (1982). A high resolution imaging touch sensor. *International Journal of Robotics Research*, 1(2):33–44.
- [Hinckley et al., 1994] Hinckley, K., Pausch, R., Goble, J. C., & Kassel, N. F. (1994). Passive real-world interface props for neurosurgical visualization. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'94)*, pages 452–458, Boston, USA.
- [Holmquist et al., 1999] Holmquist, L., Redström, J., & Ljungstrand, P. (1999). Token-based access to digital information. In *Proceedings of the 1st International Symposium on Hand-held and Ubiquitous Computing (HUC'99)*, pages 234–245, Karlsruhe, Germany. Springer.
- [Hoyle & Noss, 1999] Hoyle, C. & Noss, R. (1999). Playing with (and without) words. In *Proceedings of the Seventh European Logo Conference (Eurologo'99)*, pages 18–29, Sofia, Bulgaria.
- [Hughes, 1986] Hughes, M. (1986). *Children and Number*. Blackwell, Oxford.
- [Hutchins, 1995] Hutchins, E. (1995). How a cockpit remembers its speeds. *Cognitive Science*, 19:265–288.
- [Ichida et al., 2004] Ichida, H., Itoh, Y., Kitamura, Y., & Kishino, F. (2004). ActiveCube and its 3D applications. In *IEEE Virtual Reality Conference (VR'04)*, Chicago, USA.
- [Imenes & Berardinelli, 1999] Imenes, L. M. P. & Berardinelli, A. R. (1999). Leitura 2 - o Material Dourado Montessori. Matemática: curso para professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental. ICMC/USP. Disponível em: <<http://educar.sc.usp.br/matematica/matematica.html>>. Acesso em: 28 nov. 2006.
- [Imenes et al., 1993] Imenes, L. M. P., Jakubo, J., & Lellis, M. C. (1993). *Frações e números decimais*. Pra que serve Matemática? Atual Editora, São Paulo, Brasil.
- [Ishii & Ullmer, 1997] Ishii, H. & Ullmer, B. (1997). Tangible bits: towards seamless interfaces between people, bits and atoms. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'97)*, Atlanta, USA. ACM Press.
- [Kamii et al., 2001] Kamii, C., Lewis, B. A., & Kirkland, L. (2001). Manipulatives: when are they useful? *Journal of Mathematical Behavior*, 20(1):21–31.

- [Kaptelinin, 1996] Kaptelinin, V. (1996). Activity Theory: Implications for Human-Computer Interaction. In Nardi, B. A., editor, *Activity Theory and Human-Computer Interaction*, pages 103–116. The MIT Press, Cambridge, USA. London, England.
- [Khandelwal, 2006] Khandelwal, M. (2006). Teaching Table: a tangible mentor for pre-kindergarten Math Education. Master's thesis, Georgia Institute of Technology, USA.
- [Kirsh, 1996] Kirsh, D. (1996). Adapting the environment instead of oneself. *Adaptive Behavior*, 4(3/4):415–452.
- [Kishimoto, 1994] Kishimoto, T. M. (1994). *O jogo e a educação infantil*. Pioneira, São Paulo, Brasil.
- [Kishimoto, 1997] Kishimoto, T. M. (1997). O jogo e a educação infantil. In Kishimoto, T. M., editor, *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*, pages 103–116. Cortez Editora, São Paulo, Brasil.
- [Klahr & Dunbar, 1988] Klahr, D. & Dunbar, K. (1988). Dual space search during scientific reasoning. *Cognitive Science*, 12:1–48.
- [Kleiman, 2000] Kleiman, G. M. (2000). Myths and realities about technology in K–12 schools. In Gordon, D. T., editor, *The Digital Classroom: How Technology Is Changing The Way We Teach and Learn*, pages 103–116. Harvard Education Letter, Cambridge, USA.
- [Kleiman, 2004] Kleiman, G. M. (2004). Myths and realities about technology in K–12 schools: five years later. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 4(2):248–253.
- [Kong & Kwok, 2003] Kong, S. C. & Kwok, L. F. (2003). A graphical partitioning model for learning common fraction: designing affordances on a web-supported learning environment. *Computers and Education*, 40(2):137 – 155.
- [Kotonya & Sommerville, 1998] Kotonya, G. & Sommerville, I. (1998). *Requirements Engineering: Processes and techniques*. John Wiley and Sons.
- [Kuhn et al., 1988] Kuhn, D., Amsel, E., O'Loughlin, M., Schauble, L., Leadbeater, B., & Yotiv, W. (1988). *The development of scientific thinking skills*. Academic Press, San Diego, USA.
- [Kuutti, 1996] Kuutti, K. (1996). Activity Theory as a potential framework for Human-Computer Interaction research. In Nardi, B. A., editor, *Activity Theory and Human-Computer Interaction*, pages 17–44. The MIT Press, Cambridge, USA. London, England.
- [Levin & Yarin, 1999] Levin, G. & Yarin, P. (1999). Bringing sketching tools to keychain computers with an acceleration-based interface. In *Extended Abstracts of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'99)*, pages 268–269, Pittsburgh, USA.

- [Lima, 2001] Lima, J. M. F. (2001). Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In Carraher, T. N., editor, *Aprender Pensando - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação*. Editora Vozes, Petrópolis, Brasil.
- [Lins, 2004] Lins, W. C. B. (2004). Análise da atividade docente com software educativo no contexto do laboratório de informática. Master's thesis, Centro de Educação, UFPE, Recife, Brasil.
- [Macaulay et al., 2000] Macaulay, C., Benyon, D., & Crerar, A. (2000). Ethnography, theory and systems design: from intuition to insight. *International Journal of Human-Computer Studies*, 53:35–60.
- [Machado, 2004] Machado, R. M. (2004). Minicurso: Explorando o geoplano. Disponível em: <[www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf](http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf)>. Acesso em: 28 nov. 2006. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA.
- [Maguire, 2001a] Maguire, M. (2001a). Context of use within usability activities. *International Journal of Human-Computer Studies*, 55:453–483.
- [Maguire, 2001b] Maguire, M. (2001b). Methods to support human-centred design. *International Journal of Human-Computer Studies*, 55:587–634.
- [Maia, 2001] Maia, L. S. L. (2001). O que há de concreto no ensino da matemática? *Zetetiké*, 9(15/16):77–98.
- [Marshall et al., 2003] Marshall, P., Price, S., & Rogers, Y. (2003). Conceptualising tangibles to support learning. In *Proceedings of Interaction Design and Children (IDC'03)*, Preston, UK. ACM Press.
- [Martin & Schwartz, 2005] Martin, T. & Schwartz, D. L. (2005). Physically distributed learning: Adapting and reinterpreting physical environments in the development of fraction concepts. *Cognitive Science*, 29(4):587–625.
- [Mazalek, 2005] Mazalek, A. (2005). *Media Tables: An extensible method for developing multi-user media interaction platforms for shared spaces*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- [Meira, 1998] Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in Mathematical Activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(2):121–142.
- [Meira, 2001] Meira, L. (2001). Arte & Matemática, Programa 8: A Matemática da Música. Disponível em: <<http://www.tvcultura.com.br/artematematica/educacao.html>>. Acesso em: 05 out. 2006. TV Cultura, Brasil.
- [Milani, 2001] Milani, E. (2001). A Informática e a Comunicação Matemática. In Smole, K. S. & Diniz, M. I., editors, *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. Artmed Editora, Porto Alegre, Brasil.

- [Moura, 1997] Moura, M. O. (1997). A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In Kishimoto, T. M., editor, *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*, pages 73–87. Cortez Editora, São Paulo, Brasil.
- [Moyer, 2001] Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2):175–197.
- [Mrech, 1997] Mrech, L. M. (1997). O uso de brinquedos e jogos na intervenção psicopedagógica de crianças com necessidades especiais. In Kishimoto, T. M., editor, *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. Cortez Editora, São Paulo, Brasil.
- [Mwanza, 2000] Mwanza, D. (2000). Mind the gap: Activity Theory and Design. Technical Report KMI-TR-95, KMi.
- [Nardi, 1996] Nardi, B. A. (1996). Activity Theory and Human-Computer Interaction. In Nardi, B. A., editor, *Activity Theory and Human-Computer Interaction*, pages 7–16. The MIT Press, Cambridge, USA. London, England.
- [Nemirovsky & Borba, 2003] Nemirovsky, R. & Borba, M. (2003). Perceptuo-motor activity and imagination in Mathematics learning. In *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 27)*, volume 1, pages 103–104, Honolulu, Hawaii.
- [Nemirovsky & Wright, 2004] Nemirovsky, R. & Wright, T. (2004). Storyline. *Hands On!*, 27(1). Available at: <<http://www.terc.edu/handsonIssues>>. Accessed on: 23 dec. 2006.
- [Nicol & Hennig, 1979] Nicol, K. & Hennig, E. M. C. (1979). Apparatus for the time-dependant measurement of physical quantities. U.S. Patent 4, 134, 063.
- [Nielsen, 1993] Nielsen, J. (1993). *Usability Engineering*. Academic Press, California, USA.
- [Noss & Hoyles, 1996] Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings. Learning Cultures and Computers*. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers.
- [Nunes, 2003] Nunes, T. (2003). O ensino e aprendizagem das frações. Palestra proferida na Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, Brasil.
- [Nunes & Bryant, 1991] Nunes, T. & Bryant, P. (1991). Correspondência: um esquema quantitativo básico. *Psicologia: Teoria e Prática*, 7(3):273–284.
- [O’Hara & Payne, 1998] O’Hara, K. P. & Payne, S. J. (1998). The effects of operator implementation cost on planfulness of problem solving and learning. *Cognitive Psychology*, 35:34–70.
- [O’Malley, 1992] O’Malley, C. (1992). Designing computer systems to support peer learning. *European Journal of Psychology of Education*, 7(4):339–352.

- [O'Malley & Fraser, 2004] O'Malley, C. & Fraser, D. S. (2004). Literature review in learning with tangible technologies. Technical Report 12, NESTA Futurelab.
- [Oppenheimer, 1997] Oppenheimer, T. (1997). The computer delusion. *The Atlantic Monthly*, 280(1):45–62.
- [Patten et al., 2001] Patten, J., Ishii, H., Hines, J., & Pangarp, G. (2001). Sensetable: a wireless object tracking platform for tangible user interfaces. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'01)*, Seattle, USA. ACM Press.
- [PCN, 1997] PCN (1997). PCN Brasil: Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática, ensino de primeira à quarta série. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/>>. Acesso em: 23 dez. 2006. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, Brasil.
- [Penteado et al., 1998] Penteado, M. G., Borba, M., & Gracias, T. S. (1998). Informática como veículo para mudança. *Zetetiké*, 6(10):77–86.
- [Pestalozzi, 1803] Pestalozzi, H. (1803). *ABC der Anschauung, oder Anschauungs-Lehre der Massverhältnisse*. J.G. Cotta, Tübingen, Germany.
- [Piaget, 1953] Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American*, 189(5):74–79.
- [Piaget, 1972] Piaget, J. (1972). *The Principles of Genetic Epistemology*. Basic Books, New York, USA.
- [Piaget et al., 1960] Piaget, J., Inhelder, B. L., & Szemenoka, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. Routledge and Kegan Paul, London, UK.
- [Piper et al., 2002] Piper, B., Ratti, C., & Ishii, H. (2002). Illuminating clay: a 3-D tangible interface for landscape analysis. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'02)*, pages 355–362, Minneapolis, USA.
- [Pollard, 1993] Pollard, M. (1993). *Maria Montessori*. Personagens que mudaram o mundo. Os grandes humanistas. Editora Globo, Rio de Janeiro, Brasil.
- [Porter, 1986] Porter, M. E. (1986). *Estratégia Competitiva: Técnicas para Análise de Indústrias e da Concorrência*. Campus, Rio de Janeiro, Brasil.
- [Price et al., 2003] Price, S., Rogers, Y., & Scaife, M. (2003). Using tangibles to promote novel forms of playful learning. *Interacting with Computers*, 15(2):169–185. Special Issue on Interaction Design and Children.
- [Proctor et al., 2001] Proctor, R. M. J., Baturó, A. R., & Cooper, T. J. (2001). Integrating concrete and virtual materials in an elementary mathematics classroom: a case study of success with fractions. In *Proceedings of Seventh World Conference on Computers in Education*, volume 8, pages 87–92.

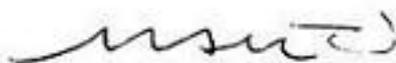
- [Raffle et al., 2004] Raffle, H., Parkes, A., & Ishii, H. (2004). Topobo: A constructive assembly system with kinetic memory. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'04)*, Vienna, Austria.
- [Rekimoto, 1996] Rekimoto, J. (1996). Tilting operations for small screen interfaces. In *Proceedings of the 9th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology (UIST'96)*, pages 167–168, Seattle, USA.
- [Resnick, 1998] Resnick, M. (1998). Technologies for lifelong kindergarten. *Educational Technology Research and Development*, 46(41).
- [Resnick et al., 1998] Resnick, M., Maryin, F., Berg, R., Boovoy, R., Colella, V., Kramer, K., et al. (1998). Digital manipulatives: new toys to think with. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'98)*, pages 281–287, Los Angeles, USA.
- [Ribeiro, 2005] Ribeiro, R. (2005). Material concreto: um bom aliado nas aulas de Matemática. *Revista Nova Escola*, (184). Disponível em: <[http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0184/aberto/mt\\_82238.shtml](http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0184/aberto/mt_82238.shtml)>. Acesso em: 23 dez. 2006.
- [Riley et al., 1983] Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In Ginsburg, H., editor, *The development of mathematical thinking*. Academic Press, New York, USA.
- [Rogers et al., 2002] Rogers, Y., Scaife, M., Gabrielli, S., Smith, H., & Harris, E. (2002). A conceptual framework for mixed reality environments: designing novel learning activities for young children. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 11(6):677–686.
- [Rogoff, 1990] Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in Thinking: Cognitive Development in Social Context*. Oxford University Press, New York, USA.
- [Ryokai et al., 2004] Ryokai, K., Marti, S., & Ishii, H. (2004). I/O Brush: drawing with everyday objects as ink. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'04)*, Vienna, Austria. ACM Press.
- [Sampson, 1998] Sampson, B. C. (1998). Technology in Education: why bother? *Hands On!*, 21(2). Available at: <<http://www.terc.edu/handsonIssues>>. Accessed on: 02 oct. 2005.
- [Santos et al., 1997] Santos, V., Ferreira, V., Miguel, V., & Salgado, M. (1997). Avaliação do conceito de fração em alunos do 1º grau. Projeto Fundão, Instituto de Matemática / UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- [Scarlatos et al., 1999] Scarlatos, L. L., Dushkina, Y., & Landy, S. (1999). TICLE: A tangible interface for collaborative learning environments. In *Extended Abstracts of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'99)*, pages 260–261, Pittsburgh, USA.

- [Scarlatos & Scarlatos, 2000] Scarlatos, T. & Scarlatos, L. (2000). Tangible Math Applications. Available at: <<http://www.cs.sunysb.edu/~tony/research/Math.pdf>>. Accessed on: 12 aug. 2006.
- [Schliemann, 2001] Schliemann, A. D. (2001). As operações concretas e a resolução de problemas de Matemática. In Carraher, T. N., editor, *Aprender Pensando - Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação*. Editora Vozes, Petrópolis, Brasil.
- [Selva, 1998] Selva, A. C. V. (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In Schliemann, A. D. & Carraher, D., editors, *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa*. Papirus, São Paulo, Brasil.
- [Selva, 2003] Selva, A. C. V. (2003). *Gráfico de barras e materiais manipulativos: analisando dificuldades e contribuições de diferentes representações no desenvolvimento da conceitualização matemática em crianças de seis a oito anos*. PhD thesis, Departamento de Psicologia, UFPE, Recife, Brasil.
- [Shneiderman, 1998] Shneiderman, B. (1998). *Designing the user interface: Strategies for Effective Human-Computer Interaction*. Addison-Wesley Longman, USA.
- [Singer et al., 1999] Singer, A., Hindus, D., Stifelman, L., & White, S. (1999). Toontown: less is more in somewire audio spaces. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'99)*, pages 104–111, Pittsburgh, USA.
- [Smith, 1986] Smith, F. (1986). Insult to intelligence: The bureaucratic invasion of our classroom computing. *Journal of Educational Computing*, 3:101–105.
- [Soloway et al., 1994] Soloway, E., Guzdial, M., & Hay, K. (1994). Learner-centered design: the next challenge for HCI. *ACM Interactions*, 1(2):36–48.
- [Souza, 2004] Souza, V. L. M. (2004). Fração e seus diferentes significados. In *Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática (VII EPEM)*, São Paulo, Brasil.
- [Stanton et al., 2002] Stanton, D., Bayon, B., Abnett, C., Cobb, S., & O'Malley, C. (2002). The effect of tangible interfaces on children's collaborative behaviour. In *Proceedings of the SIGCHI Conference in Human Factors in Computing Systems (CHI'02)*, Minneapolis, USA. ACM Press.
- [Strauss & Corbin, 1990] Strauss, A. L. & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research*. Sage, London, UK.
- [Sutherland et al., 2004] Sutherland, R., Armstrong, S., Barnes, S., Brawn, R., Breeze, N., Gall, M., Matthewman, S., Olivero, F., Taylor, A., Triggs, P., Wishart, J., & John, P. (2004). Transforming teaching and learning: embedding ICT into everyday classroom practices. *Journal of Computer Assisted Learning*, 20(6). Special Section: Interactive education: teaching and learning in the information age.

- [Svendsen, 1991] Svendsen, G. B. (1991). The influence of interface style on problem solving. *International Journal of Man-Machine Studies*, 35:379–397.
- [Ulicsak et al., 2001] Ulicsak, M., Daniels, H., & Sharples, M. (2001). CSCL in the classroom: the promotion of self-reflection in group work for 9-10 year olds. In *Proceedings of European Perspectives on Computer-Supported Collaborative Learning (EuroCSCL)*, page 617, Maastricht, The Netherlands.
- [Ullmer & Ishii, 2000] Ullmer, B. & Ishii, H. (2000). Emerging frameworks for tangible user interfaces. *IBM Systems Journal*, 39(3/4):915–931.
- [Underkoffer & Ishii, 1999] Underkoffer, J. & Ishii, H. (1999). Urp: a luminous-tangible workbench for urban planning and design. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'99)*, pages 386–393, Pittsburgh, USA.
- [Uttal et al., 1997] Uttal, D. H., Scudder, K. V., & DeLoache, J. (1997). Manipulatives as symbols: a new perspective in the use of concrete objects to teach Mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 18(1):37–54.
- [Vygotsky, 1978] Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and Society*. Harvard University Press, Cambridge, USA.
- [Want et al., 1999] Want, R., Fishkin, K., Gujar, A., & Harrison, B. (1999). Bridging physical and virtual worlds with electronic tags. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'99)*, pages 370–377, Pittsburgh, USA.
- [Weiser et al., 1999] Weiser, M., Gold, R., & Brown, J. (1999). The origins of ubiquitous computing research at PARC in the late 1980s. *IBM Systems Journal*, 38(4).
- [Wikipedia, 2006] Wikipedia (2006). Wikipedia, a enciclopédia livre. fascículo: Frações. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/>>. Acesso em: 23 dez. 2006.
- [Winograd & Flores, 1986] Winograd, T. & Flores, F. (1986). *Understanding computers and cognition: a new foundation for design*. Ablex, Norwood, USA.
- [Withrow, 2006] Withrow, J. (2006). Competitive analysis: Understanding the market context. Available at: <<http://www.boxesandarrows.com/>>. Accessed on: 26 jan. 2007. Boxes and arrows: the design behind the design.
- [Wood & O'Malley, 1996] Wood, D. & O'Malley, C. (1996). Collaborative learning between peers: an overview. *Educational Psychology in Practice*, 11(4):4–9.
- [Wyeth & Purchase, 2002] Wyeth, P. & Purchase, H. C. (2002). Tangible programming elements for young children. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'02)*, pages 774–775, Minneapolis, USA.

- [Zacharias, 2005] Zacharias, V. L. C. F. (2005). Grandes mestres: Froebel. centro de referência educacional. Disponível em: <<http://www.centrorefeducacional.com.br/froebel.html>>. Acesso em: 31 mar. 2006.
- [Zuckerman et al., 2005] Zuckerman, O., Saeed, A., & Resnick, M. (2005). Extending tangible interfaces for Education: digital Montessori-inspired manipulatives. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI'05)*, pages 859–868, Portland, USA. ACM Press.

Dissertação de Mestrado apresentada por **Taciana Pontual da Rocha Falcão** à Pós-Graduação em Ciência da Computação do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, sob o título, "**Design de Interfaces Tangíveis para Aprendizagem de Conceitos Matemáticos no Ensino Fundamental**", orientada pelo Prof. **Alex Sandro Gomes** e aprovada pela Banca Examinadora formada pelos professores:



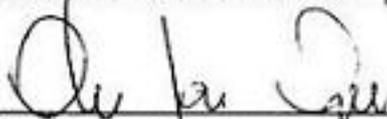
---

Prof. Marcelo Walter  
Centro de Informática / UFPE



---

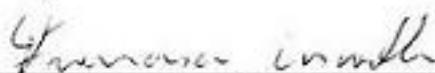
Profa. Raquel Oliveira Prates  
Departamento de Ciência da Computação / UFMG



---

Prof. Alex Sandro Gomes  
Centro de Informática / UFPE

Visto e permitida a impressão.  
Recife, 26 de fevereiro de 2007.



---

**Prof. FRANCISCO DE ASSIS TENÓRIO DE CARVALHO**

Coordenador da Pós-Graduação em Ciência da Computação do  
Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco.



