Mintermos x Maxtermos

De Morgan

Aula 4

Prof. Abel Guilhermino

Funções Lógicas: Formas Padrão

- Funções lógicas podem ser padronizadas a duas "formas padrão":
  - forma padrão de <u>soma de produtos</u> expressão é uma soma (OR) de produtos (AND) de variáveis e variáveis complementadas
  - forma padrão de <u>produto de somas</u> expressão é um produto (AND) de somas (OR) de variáveis e variáveis complementadas

Forma Padrão: soma de produtos

- As funções abaixo estão em sua forma canônica SDP:
  - F = A.B.C + A'.B.C + A.B'.C + A.B.C'
  - G = A'.B'.C' + A'.B.C' + A.B'.C'
- A função abaixo não está em sua forma canônica
  - F = A.B + A'.C + B.C'

Forma Padrão: produto de somas

- A função abaixo estão em sua forma canônica PDS:
  - F(x,y) = (x'+Y).(x+y')
- A função abaixo não está em sua forma canônica PDS
  - F(x,y) = x . (x+y')
- Estratégia similar a SDP para formatar uma função qualquer e obter a sua forma canônica.

Forma Padrão: soma de produtos

- Dadas as funções lógicas, as mesmas podem ser reduzidas para:

f(A,B,C,D) = (A' + BC)(B + C'D)
= A'B + A'C'D + BC

f(A,B,C,D,E) = (A + (BC)')(D+BE)'
= AB'D' + AD'E' + B'D' + B'D'E' + B'C'D' + C'D'E'

Forma Padrão: produto de somas

- Dadas as funções lógicas, as mesmas poder ser reduzidas para:

f(A,B,C,D) = (A' + BC)(B + C'D)
= (A'+B)(A'+C)(B+C')(B+D)

f(A,B,C,D,E) = (A + (BC)')(D+BE)'
= (A+B'+C')(B'+D')(D')(B'+E')(D'+E')

Mintermos e Maxtermos

- Os conceitos de **Mintermos** e **Maxtermos** são utilizados para reescrever-se uma função lógica em uma forma padronizada no sentido de obter-se uma simplificação da mesma.
- Esta padronização serve como base, por exemplo, na utilização de Arranjos e PLAs.

Mintermos e Maxtermos

- Na soma padrão de produtos, cada termo correspondente a um produto é denominado **mintermo**.
- Analogamente, no produto padrão de somas, cada termo correspondente a uma soma é denominado de **maxtermo**.
- Embora as formas padrões não sejam as formas mais simplificadas (e por vezes mais complexas que as formas originais) se prestam a sistematização da simplificação.

Mintermos e Maxtermos

- Cada mintermo ou maxtermo se associa a uma possibilidade de entrada de uma função lógica. Por exemplo Y=f(A,B)=(A.B)'

Mintermo	Maxtermo	A	B	Y
A'.B'	A+B	0	0	1
A'.B	A+B'	0	1	1
A.B'	A'+B	1	0	1
A.B	A'+B'	1	1	0

Mintermos e Maxtermos

- A partir da tabela verdade é possível se escrever a função lógica:
  - tomando-se os mintermos correspondentes a 1
    - Y = A'.B' + A'.B + A.B'
  - tomando-se os maxtermos correspondentes a 0
    - Y = A'+B'

Mintermo	Maxtermo	A	B	Y
A'.B'	A+B	0	0	1
A'.B	A+B'	0	1	1
A.B'	A'+B	1	0	1
A.B	A'+B'	1	1	0

Mintermos e Maxtermos

- Numerando as entradas da tabela verdade é possível se identificar os mintermos e maxtermos genericamente:
  - mintermos: 0 equivale variável complementada
    1 equivale variável
  - maxtermos: 0 equivale variável
    1 equivale variável complementada
- Assim a entrada 0, que equivale a A=0 e B=0:
  - mintermo: A'.B'
  - maxtermo: A+B

Exemplo

$f(A,B,C) = A + BC$

1 $= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'BC$

$f(A,B,C) = A(B' + C)$

2 $= (A + B + C)(A + B' + C)(A + B + C')(A + B' + C')(A' + B' + C)$

- No Exemplo 1:
  - A omissão do ponto, ".", indica uma conjunção lógica (isto é: A.B=AB).
  - Note que após a manipulação algébrica, a função é escrita na forma de uma Soma Padrão de Produtos (Mintermos), onde cada termo possui todas as variáveis (A,B,C) complementadas ou não.

Exemplo

f(A,B,C) = A + BC

1 = ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'BC

f(A,B,C) = A(B' + C)

2 = (A + B + C)(A + B' + C)(A + B + C')(A + B' + C')(A' + B' + C)

- No Exemplo 2:
  - Note que após a manipulação algébrica, a função é escrita na forma de uma Produto Padrão de Somas (Maxtermos), onde cada termo possui todas as variáveis (A,B,C) complementadas ou não.

Notas

Linha nº	A	B	C	f(A,B,C)	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	m_0 = A'B'C'	M_0 = A + B + C
1	0	0	1	0	m_1 = A'B'C	M1 = A + B + C'
2	0	1	0	1	m_2 = A'BC'	M_2 = A + B' + C
3	0	1	1	1	m_3 = A'BC	M_3 = A + B' + C'
4	1	0	0	0	m_4 = AB'C'	M_4 = A' + B + C
5	1	0	1	0	m_5 = AB'C	M_5 = A' + B + C'
6	1	1	0	1	m_6 = ABC'	M_6 = A' + B' + C
7	1	1	1	1	m_7 = ABC	M_7 = A' + B' + C'

1. Mantenha a disposição das combinações dos valores lógicos das variáveis, começando com **000** e, em seguida, **001**, **010**, etc., como mostrado acima.
2. Enumere as linhas da tabela-verdade começando com a **Linha 0**.
3. Para mintermos
   - Escreva o produto das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja **0** na linha correspondente (Exemplo: **Linha 2** -» **010** -» **A'BC'**).
   - Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja **1**.
4. Para maxtermos
   - Escreva a soma das variáveis, complementando-as, sempre que seu valor lógico seja **1** na linha correspondente (Exemplo: **Linha 5** -» **101** -» **A' + B + C'**).
   - Considere apenas as linhas onde o valor lógico da função seja **0**.

Mintermos

Linha nº	A	B	C	f(A,B,C)	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	m_0 = A'B'C'	M_0 = A + B + C
1	0	0	1	0	m_1 = A'B'C	M1 = A + B + C'
2	0	1	0	1	m_2 = A'BC'	M_2 = A + B' + C
3	0	1	1	1	m_3 = A'BC	M_3 = A + B' + C'
4	1	0	0	0	m_4 = AB'C'	M_4 = A' + B + C
5	1	0	1	0	m_5 = AB'C	M_5 = A' + B + C'
6	1	1	0	1	m_6 = ABC'	M_6 = A' + B' + C
7	1	1	1	1	m_7 = ABC	M_7 = A' + B' + C'

Para escrever a função **f(A,B,C)** na forma de **Mintermos**, faça a soma ponderada dos Mintermos, onde o peso é o valor correspondente na coluna da fução,

f(A,B,C) = 1.(A'B'C') + 0.(A'B'C) + 1.(A'BC') + 1.(A'BC) + + 0.(AB'C') + 0.(AB'C) + 1.(ABC') + 1.(ABC)

que, após desconsiderar-se os termos com peso **0**, fica:

f(A,B,C) = A'B'C' + A'BC' + A'BC + ABC' + ABC
= $linha_0$ + $linha_2$ + $linha_3$ + $linha_6$ + $linha_7$
= m_0 + m_2 + m_3 + m_6 + m_7

que é a soma dos produtos (mintermos; **m** minúsculo) das linhas **0**, **2**, **3**, **6** e **7**.

Maxtermos

Linha nº	A	B	C	f(A,B,C)	Mintermos	Maxtermos
0	0	0	0	1	m_0 = A'B'C'	M_0 = A + B + C
1	0	0	1	0	m_1 = A'B'C	M1 = A + B + C'
2	0	1	0	1	m_2 = A'BC'	M_2 = A + B' + C
3	0	1	1	1	m_3 = A'BC	M_3 = A + B' + C'
4	1	0	0	0	m_4 = AB'C'	M_4 = A' + B + C
5	1	0	1	0	m_5 = AB'C	M_5 = A' + B + C'
6	1	1	0	1	m_6 = ABC'	M_6 = A' + B' + C
7	1	1	1	1	m_7 = ABC	M_7 = A' + B' + C'

Para Maxtermos o procedimento é dual (substitui-se soma por produto, produto por soma e complementado por não complementado)

f(A,B,C) = (1 + (A + B + C))(0 + (A + B + C'))(1 + (A + B' + C))(1 + (A + B' + C')). .(0 + (A' + B + C))(0 + (A' + B + C'))(1 + (A' + B' + C))(1 + (A' + B' + C'))

que, após desconsiderar-se os fatores com termos **1**, fica

f(A,B,C) = (A + B + C')(A' + B + C)(A' + B + C')
= $linha_1$. linha4 . linha5
= M_1 . M_4 . M_5

que é o produto das somas (maxtermos; **M** maiúsculo) das linhas **1**, **4**, e **5**.

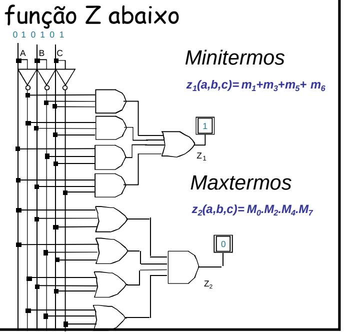
Formas Canônicas

- A forma canônica da soma padrão de produtos é:
  - f(A,B) = A'.B' + A'.B + A.B' = **Σm**(0,1,2)
- A forma canônica do produto padrão de somas é:
  - f(A,B) = A' + B' = **ΠM**(3)
- Em ambas o número indicado nos somatórios ou produtórios é a entrada da tabela verdade.

Exemplos de circuitos lógicos

- Implementar a função Z abaixo

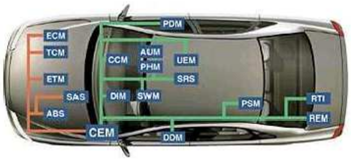
a	b	c	z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



Exemplo:

Desenvolver um circuito de alarme de um automóvel com as seguintes características funcionais:
O alarme/advertência deve ser acionado quando a ignição estiver acionada (carro ligado) e pelos menos uma das porta estiver aberta.

Obs: considere que o carro possui apenas duas portas.



Exercícios

- 1) Escrever a função F(x,y,z) na forma padrão de mintermo e maxtermo:
  - $F = x' + y.z$
  - $F = x' + z'$
  - $F = x.y.z + y'$
  - $F = x.y' + x.z'$
  - $F = z + x'.y + x.z' + x.y.z$

Álgebra Booleana e Portas Lógicas

Teorema de Morgan

Aula 5

Prof. Abel Guilhermino

Teorema de "De Morgan"

- Primeira Lei
  - $\overline{A} . \overline{B} = \overline{A + B}$
- Segunda Lei
  - $\overline{A} + \overline{B} = \overline{A . B}$
- Estes teoremas fornecem expressões alternativas que relacionam as operações NOR e NAND.
- Ambas as leis podem ser estendidas para n variáveis.

Lógica baseada em NAND

- Aplicar as regras de DeMorgan para eliminar qualquer operação OR
  - **Primeira Lei**
    - $\overline{A} . \overline{B} = \overline{A + B}$
  - Segunda Lei
    - $\overline{A} + \overline{B} = \overline{A . B}$
- Exemplo: $f = x + \overline{y}$
  - (complemento duas vezes e uso DeMorgan)
  - $F = \overline{\overline{x + \overline{y}}} = \overline{\overline{x} . y}$
  - $\overline{A . A} = \overline{A} + \overline{A} = \overline{A}$

Lógica baseada em NOR

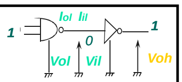
- Aplicar as regras de DeMorgan para eliminar qualquer operação OR
  - **Primeira Lei**
    - $\overline{A} . \overline{B} = \overline{A + B}$
  - Segunda Lei
    - $\overline{A} + \overline{B} = \overline{A . B}$
- Exemplo: $f = x + \overline{y}$
  - (complemento duas vezes e uso DeMorgan)
  - $F = \overline{\overline{x + \overline{y}}} = \overline{\overline{x} . y}$
  - $\overline{A + A} = \overline{A} . \overline{A} = \overline{A}$

Exercícios

(1) Reescreva as expressões booleanas em função apenas de Portas NAND e NOR. Construa também o circuito digital:

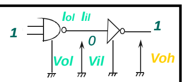
- w = x.y + $\overline{y.z}$
- w = x .($\overline{x}$ + y)
- w = $\overline{x}$. (x + y) + $\overline{z}$ + z.y
- w = x.y + z.x
- w = $\overline{x}$

Parâmetros elétricos básicos em Circuitos Digitais

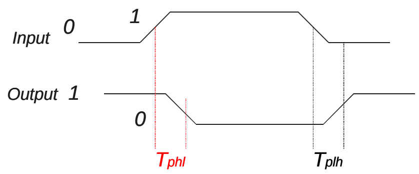


Terminologia em circuitos digitais

- **Icc** - (Supply Current) - Corrente necessária para alimentação do circuito integrado.
- **Vcc** (Vdd) - (Supply Voltage) - tensão de alimentação do circuito integrado.

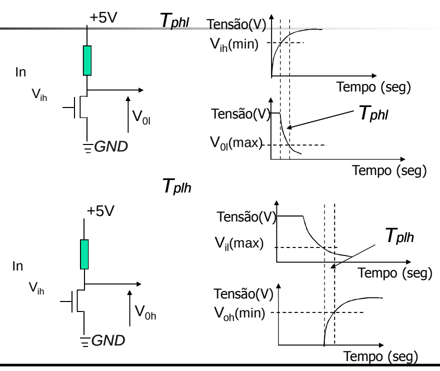


Terminologia em circuitos digitais



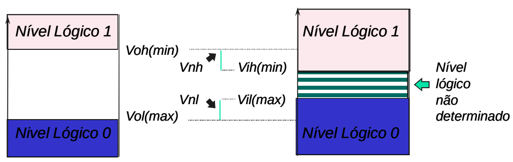
- **Tphl** - Tempo entre o sinal de entrada e o sinal de saída com a saída do circuito lógico indo de 1(alto) para 0(baixo).
- **Tplh** - Tempo entre o sinal de entrada e o sinal de saída com a saída do circuito lógico indo de 0(baixo) para 1(alto).

Terminologia em circuitos digitais



Imunidade à ruídos

- Descargas elétricas e campos magnéticos podem induzir tensões nos fios que conectam circuitos lógicos. Estas tensões podem algumas vezes alterar o nível de tensão de entrada de um circuito lógico, modificando o nível lógico original.
- Todo circuito lógico deve surportar uma certa variação de tensão na entrada e ser imune a um acerta faixa de ruído. Esta faixa a qual o circuito deve suportar sem alteração de funcionamento é chamada **Margem de ruído.**



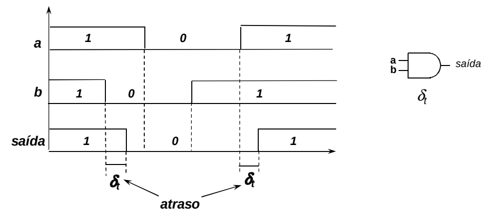
Vnh = margem de ruído do nível lógico 1(alto) = Voh(min)-Vih(min)
Vnl = margem de ruído do nível lógico 0(baixo) = Vil(máx)-Vol(máx)

Características elétricas de circuitos digitais

- Quando conectamos circuitos digitais, o sinal de um circuito pode ser o sinal de entrada de vários circuitos, quantos?
  - Para que a informação seja transferida através da rede é necessário que haja energia para acionar os circuitos.
  - Por simplicidade de projeto, o carregamento da entrada (energia absorvida pela entrada) e a quantidade de energia fornecida pela saída é dada em unidades de carga.
  - Unidade de carga equivale a energia absorvida por uma entrada de um circuito digital.
  - A quantidade máxima de entradas que um circuito pode alimentar e o número máximo de entrada de um circuito digital são definidas por dois parâmetros.
    - **FAN-IN - representa o número máximo de variáveis de entrada (ou unidades de carga) independentes de um determinado circuito.**
    - **FAN-OUT - representa o número máximo de unidades de carga que podem ser acionadas adequadamente por uma saída de um circuito digital.**

Comportamento dinâmico de circuitos digitais

- Diagrama de tempo



• A velocidade de operação da rede é determinada pelo tempo total que a porta lógica leva para alcançar um estado permanente

Características elétricas de circuitos digitais