

Circuitos Aritméticos (Subtrator)

Prof. Abel Guilherme

Aula 12

Subtrator

- A maioria dos computadores modernos usa o sistema de complemento de 2 para representar números negativos e realizar subtrações.
- As operações de adição e subtração de números com sinal podem ser realizadas usando apenas a operação de adição se usarmos a forma de complemento de 2 para representar números negativos.

Subtrator

- O sistema mais usado para representar números binários com sinal é o sistema de complemento de 2.
- Antes de saber como é esse sistema, temos que saber determinar o complemento de 1 e o complemento de 2 de um número binário.

Forma do Complemento de 1

- O complemento de 1 de um número binário é obtido substituindo cada 0 por 1 e cada 1 por 0.
- Em outras palavras, substitui-se cada bit do número binário pelo seu complemento.

1	0	1	1	0	1	Número binário original
↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	0	0	1	0	Complemento de 1

Forma de Complemento de 2

- O complemento de 2 de um número é obtido tomando-se o complemento de 1 do número e somando-se 1 na posição do bit menos significativo.

1 0 1 1 0 1	(binário $(45)_{10}$)
0 1 0 0 1 0	(complemento de 1)
+ 1	(adiciona-se 1)
0 1 0 0 1 1	(Complemento de 2)

Forma de Complemento de 2 (com sinal)

- Se o número for positivo, a magnitude é representada na forma binária direta, e um bit de sinal 0 é colocado em frente ao bit mais significativo (MSB).
- Se o número for negativo, a magnitude é representada na sua forma do complemento de 2 e um bit de sinal 1 é colocado em frente ao MSB.

Forma de Complemento de 2 (com sinal)



Complemento de 2

- Representar cada um dos números decimais com sinal usando um número binário com sinal no sistema de complemento de 2.
- Usar um total de 5 bits incluindo o bit de sinal.
- (a) +13 (b) -9 (c) +3

Complemento de 2

- (a) +13
- Como o número é positivo, a magnitude (13) é representada na forma direta, ou seja, $13 = 1101_2$
- Anexando o bit 0 temos:

$$+13 = 01101$$

↑
Bit de sinal

Complemento de 2

- (b) -9
- Como o número é negativo, a magnitude (9) tem de ser representada na forma de complemento de 2

$$9_{10} = 1001_2$$

$$0110 \text{ (complemento de 1)}$$

$$+ 1 \text{ (soma-se 1 ao LSB)}$$

$$0111 \text{ (Complemento de 2)}$$

- Anexando o bit de sinal 1 temos:

$$-9 = 10111$$

↑
Bit de sinal

Complemento de 2

- (c) +3
- O valor decimal 3 pode ser representado em binário usando apenas 2 bits.
- Entretanto, o enunciado do problema requer uma magnitude de 4 bits precedida de um bit de sinal. Então temos:

$$+3_{10} = 00011_2$$

↑
Bit de sinal

Negação

- Negação é a operação de conversão de um número positivo em seu equivalente negativo ou a conversão de um número negativo em seu equivalente positivo.
- Quando o números binários com sinal estão representados no sistema de complemento de 2, a negação é obtida simplesmente realizando-se a operação de complemento de 2.

$$\begin{array}{l} \text{Iniciar com} \quad 01001 = +9 \\ \text{Fazer complemento de 2 (negação)} \quad 10111 = -9 \\ \text{Negar Novamente} \quad 01001 = +9 \end{array}$$

Adição no Sistema Complemento de 2

- Caso 1: Dois números positivos
 - Este é feito diretamente.
 - Ex: Somar +9 com +4

$$\begin{array}{r}
 +9 \rightarrow 0 \quad 1001 \text{ (1ª parcela)} \\
 +4 \rightarrow 0 \quad 0100 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 0 \quad 1101 \text{ (Soma = +13)} \\
 \leftarrow \text{Bits de sinal}
 \end{array}$$

Adição no Sistema Complemento de 2

- Caso 2: Um número positivo e outro número menor e negativo
 - Lembre-se que -4 será representado na forma de complemento de 2. Então +4 (00100) tem que ser convertido para -4 (11100)
 - Ex: Somar +9 com -4

$$\begin{array}{r}
 +9 \rightarrow 0 \quad 1001 \text{ (1ª parcela)} \\
 -4 \rightarrow 1 \quad 1100 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 \cancel{1} \quad 0 \quad 0101 \text{ (Soma = +5)} \\
 \leftarrow \text{Carry desconsiderado} \quad \leftarrow \text{Bits de sinal}
 \end{array}$$

Neste caso, o bit de sinal também participa do processo de soma. Na verdade, um carry é gerado na última posição da soma. Esse carry sempre é desconsiderado; logo a soma final é 00101, o equivalente a +5.

Adição no Sistema Complemento de 2

- Caso 3: Um número positivo e outro número maior e negativo
 - Ex: Somar -9 com +4

$$\begin{array}{r}
 -9 \rightarrow 1 \quad 0111 \text{ (1ª parcela)} \\
 +4 \rightarrow 0 \quad 0100 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 1 \quad 1011 \text{ (Soma = -5)} \\
 \leftarrow \text{Carry desconsiderado} \quad \leftarrow \text{Bits de sinal}
 \end{array}$$

Neste caso, a soma tem um bit de sinal 1, indicando um número negativo. Como a soma é negativa, está na forma do complemento de 2; logo, os últimos 4 bits, 1011, de fato representam o complemento de 2 da soma. Para obter a magnitude direta da soma, temos de fazer a negação de 11011; o resultado é 00101 = +5.

Adição no Sistema Complemento de 2

- Caso 4: Dois números negativos
 - Ex: Somar -9 com -4

$$\begin{array}{r}
 -9 \rightarrow 1 \quad 0111 \text{ (1ª parcela)} \\
 -4 \rightarrow 1 \quad 1100 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 \cancel{1} \quad 1 \quad 0011 \text{ (Soma = -13)} \\
 \leftarrow \text{Carry desconsiderado} \quad \leftarrow \text{Bits de sinal}
 \end{array}$$

O carry novamente é desconsiderado

Adição no Sistema Complemento de 2

- Caso 5: Números iguais e sinais opostos
 - Ex: Somar -9 com +9

$$\begin{array}{r}
 -9 \rightarrow 1 \quad 0111 \text{ (1ª parcela)} \\
 +9 \rightarrow 0 \quad 1001 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 \cancel{1} \quad 0 \quad 0000 \text{ (Soma = 0)} \\
 \leftarrow \text{Carry desconsiderado} \quad \leftarrow \text{Bits de sinal}
 \end{array}$$

O carry novamente é desconsiderado

Subtração

- A operação de subtração que usa o sistema de complemento de 2 na verdade envolve a operação de soma e não é diferente dos diversos casos de adição tratados anteriormente.
- Quando efetuamos a subtração de um número binário (o subtraendo) de um outro número binário (o minuendo) usa-se os seguintes procedimentos:
 - Faça a operação de negação do subtraendo. Isso mudará o subtraendo para o seu valor equivalente com sinal oposto.
 - Adicione esse número obtido ao minuendo. O resultado dessa adição representa a diferença entre o subtraendo e o minuendo.

[Subtração]

- Vamos considerar em que +4 é subtraído de +9.
 - Minuendo (+9) = 01001
 - Subtraendo (+4) = 00100
- Faça a negação do subtraendo para obter 11100, que representa -4. Agora some este número ao minuendo.

$$\begin{array}{r}
 +9 \rightarrow 0 \quad 1001 \text{ (1ª parcela)} \\
 -4 \rightarrow 1 \quad 1100 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 \rightarrow 0 \quad 0101 \text{ (Soma = +5)}
 \end{array}$$

↑ ↑
Bits de sinal

Carry desconsiderado

[Subtração]

- Vamos considerar em que +9 é subtraído de -4.
 - Minuendo (-4) = 11100
 - Subtraendo (+9) = 01001
- Faça a negação do subtraendo (+9) para obter 11100, que representa -4. Agora some este número ao minuendo.

$$\begin{array}{r}
 -4 \rightarrow 1 \quad 1100 \text{ (1ª parcela)} \\
 -9 \rightarrow 1 \quad 0111 \text{ (2ª parcela)} \\
 \hline
 \rightarrow 1 \quad 0011 \text{ (Soma = -13)}
 \end{array}$$

↑ ↑
Bits de sinal

Carry desconsiderado