Circuitos Aritméticos (Somador Binário)

Prof. Abel Guilhermino

Aula 11

Somador Binário

- Funções aritméticas como adição, subtração, podem ser executadas usando números binários.
- Tais operações são fundamentais na construção de um computador.
- Os computadores e as calculadores digitais realizam várias operações aritméticas sobre números representados no formato binário

Somador Binário

- A adição de dois números binários é realizada exatamente da mesma forma que a adição de números decimais.
- A adição de números binários é baseada nas seguintes identidades:
  - 0+0 = 0
  - 0+1 = 1
  - 1+0 = 1
  - 1+1 = 0 com carry de 1 (ou vai-um de 1)

Somador Binário

- Apesar de a existência do bit de carry, observamos que a adição de dois números tem o mesmo resultado da operação lógica:
  - EXCLUSIVE-OR (XOR).

A	B	F = (A⊕B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Somador Decimal x Binário

```
  3  7  6     LSD
  4  6  1
 ---------
  8  3  7

1    1  1  1
  1  0  0  1  (9)   LSD
  1  1  1  1  (15)
 ---------------
1 1  0  0  0  (24)
```

- LSD = Least-significant-digit
- Não é necessário considerar a adição de mais de dois números binários de uma vez, porque em todos os sistemas digitais o circuito que realiza a adição pode efetuar uma operação apenas com dois números de cada vez.
- Quando mais de 2 números devem ser somados, os dois primeiros são somados e o resultado é somado com o terceiro número e assim por diante.

Representação de Números com Sinal

$(52)_{10}$

1	1	0	1	0	0

(6 bits = 0 a 63 e decimal)

Magnitude do número

$(-52)_{10}$

1	1	1	0	1	0	0

Bit de sinal (-)

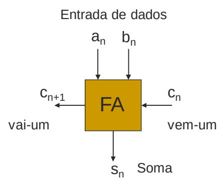
Magnitude do número

- Quando o bit de sinal igual a 1 o número é positivo, quando 1 é negativo.

Somador Completo

- Também chamado: full-adder.
- O somador completo tem 3 bits de entrada a_n e b_n, utilizados pelos dados, e c_n, utilizado como bit de entrada do vai-um da coluna imediatamente à direita.
- O circuito produz dois bits de saída, a soma s_n e o vai-um de saída c_{n+1} .

Somador Completo



a_n	b_n	c_n	s_n	c_{n+1}
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

Somador Completo

- Na forma SDP:
  - $s_n = a'_n.b_n.c'_n + a_n.b'_n.c'_n + a'_n.b'_n.c_n + a_n.b_n.c_n$
- Simplificando:
  - $s_n = (a'_n.b_n + a_n.b'_n).\ c'_n + (a'_n.b'_n + a_n.b_n).\ c_n$
  - $\quad = \underbrace{(a_n \oplus b_n)}_{x}.\ c'_n + \underbrace{(a_n \oplus b_n)'}_{x'}.\ c_n$

$s_n = (a_n \oplus b_n \oplus c_n)$

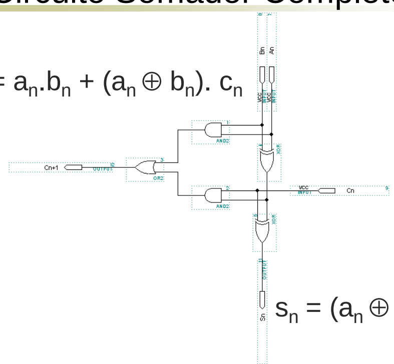
$$\begin{cases} x \oplus y = x'.y + x.y' \\ (x \oplus y)' = x.y + x'.y' \end{cases}$$

Somador Completo

- Da mesma forma para c_{n+1}
  - $c_{n+1} = a_n.b_n.c'_n + a'_n.b_n.c_n + a_n.b'_n.c_n + a_n.b_n.c_n$
  - $\quad = a_n.b_n.(c'_n + c_n) + (a'_n.b_n + a_n.b_n).c_n$
  - $\quad = a_n.b_n + (a_n \oplus b_n).\ c_n$

Circuito Somador Completo

$c_{n+1} = a_n.b_n + (a_n \oplus b_n).\ c_n$

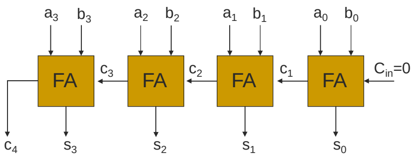


$s_n = (a_n \oplus b_n \oplus c_n)$

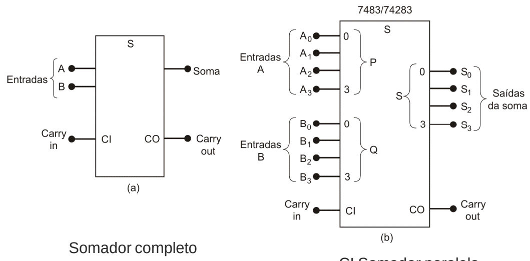
Somador em Paralelo

- Supor agora somar palavras de 4 bits
  - $A = a_3a_2a_1a_0$
  - $B = b_3b_2b_1b_0$
- Uma unidade somador paralelo produz a soma permitindo que entremos com 2 palavras ao mesmo tempo:

Somador em Paralelo



Somador Completo



Somador completo

CI Somador paralelo de 4 bits

Exercício

- Implemente um somador de 4 bits usando o Maxplus II